

Тест ЗНО з математики.

Результат

100% 😊

Тестовий бал ?

46 із 46

Рейтинговий бал ?

200.0

Витрачено часу: 4 хвилини

[Ще раз](#) [Інший варіант](#) [Статистика](#)

Поділитися...

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

Спростіть вираз $\frac{3x + 12}{x^2 - 16}$.

А $\frac{3}{4 - x}$

Б $\frac{3}{x + 4}$

В $\frac{3}{x - 4}$

Г $-\frac{3}{x + 4}$

Д $\frac{1}{x - 4}$

Ви відповіли правильно

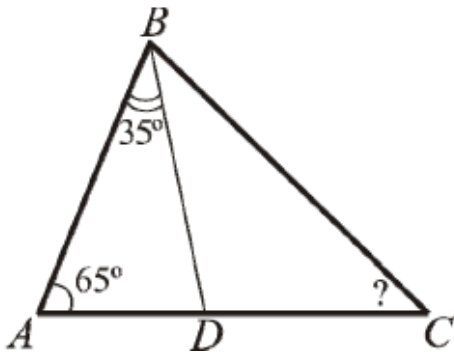
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{3x+12}{x^2-16} = \frac{3(x+4)}{(x-4)(x+4)} = \frac{3}{x-4}.$$

2

У трикутнику ABC : $\angle A = 65^\circ$, BD — бісектриса кута B (див. рисунок).



Знайдіть градусну міру кута BCA , якщо $\angle ABD = 35^\circ$.

- ☐ А 35°
- ☒ Б 45°
- ☐ В 50°
- ☐ Г 55°
- ☐ Д 65°

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Оскільки BD бісектриса кута B , то $\angle B = 2\angle ABD = 70^\circ$. Так як сума кутів трикутника дорівнює 180° ,

$$\angle BCA = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 65^\circ - 70^\circ = 45^\circ.$$

3

Обчисліть $\frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{2}}$

- ☐ А 64
- ☐ Б 18
- ☐ В 8
- ☒ Г 4
- ☐ Д 2

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{2^7}{2}} = \sqrt[3]{2^6} = \sqrt[3]{(2^2)^3} = 2^2 = 4.$$

4

Яка з поданих нижче послідовностей є арифметичною прогресією?

- ☐ А 9; 7; 4; 1
- ☐ Б -4; -2; 0; 1
- ☐ В 3; 6; 12; 24
- ☐ Г 1; 3; 6; 10
- ☒ Д 3; 7; 11; 15

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Знайдемо різниці між сусідніми членами послідовностей. В арифметичній прогресії всі різниці мають бути однаковими. $9 \xrightarrow{-2} 7 \xrightarrow{-3} 4 \xrightarrow{-3} 1$ - не є арифметичною прогресією; $-4 \xrightarrow{+2} -2 \xrightarrow{+2} 0 \xrightarrow{+1} 1$ - не є арифметичною прогресією; $3 \xrightarrow{+3} 6 \xrightarrow{+6} 12 \xrightarrow{+12} 24$ - не є арифметичною прогресією; $1 \xrightarrow{+2} 3 \xrightarrow{+3} 6 \xrightarrow{+4} 10$ - не є арифметичною прогресією; $3 \xrightarrow{+4} 7 \xrightarrow{+4} 11 \xrightarrow{+4} 15$ - арифметична прогресія.

5

У Оксани є певна кількість горіхів. Коли вона розклала їх у купки по 5 горіхів, то два горіхи залишилися, а коли розклала їх по 3, то зайвих горіхів не виявилось. Яка кількість горіхів із запропонованих варіантів МОГЛА БУТИ в Оксани?

- ☐ А 32
- ☐ Б 45
- ☒ В 57
- ☐ Г 63
- ☐ Д 81

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Оскільки кількість горіхів у Оксани без остачі ділиться на 3, то їх може бути 45, 57, 63 або 81. Знайдемо серед них число, що дає остачу 2 при діленні на 5:
 $45 : 5 = 9$ (ост. 0), $57 : 5 = 11$ (ост. 2), $63 : 5 = 12$ (ост. 3),
 $81 : 5 = 16$ (ост. 1). Отже у Оксани могло бути 57 горіхів.

6

Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{5}\right)^x \leq \frac{1}{25}$.

- ☐ А $(-\infty; 5]$
- ☐ Б $(-\infty; 2]$
- ☐ В $(0; 2]$
- ☒ Г $[2; +\infty)$
- ☐ Д $[5; +\infty)$

Ви відповіли правильно

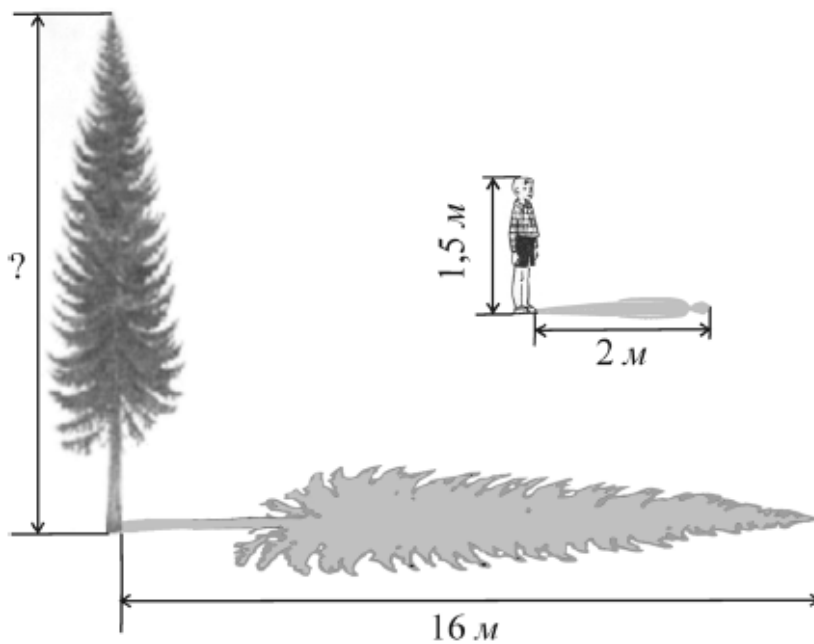
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$\left(\frac{1}{5}\right)^x \leq \left(\frac{1}{5}\right)^2$. Оскільки $\frac{1}{5} < 1$, то $x \geq 2$.

7

У сонячний день довжина тіні від дерева становить 16 м. У той самий час тінь від хлопчика, який має зріст 1,5 м, дорівнює 2 м (див. рисунок).



Визначте висоту дерева.

- ☒ А 12 м
- ☐ Б 12,5 м
- ☐ В 13 м
- ☐ Г 14 м
- ☐ Д 15,5 м

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Нехай висота дерева дорівнює x м. Складаємо пропорцію: $\frac{x}{16} = \frac{1,5}{2}$, звідки

$$x = \frac{16 \cdot 1,5}{2} = 12 \text{ м.}$$

За переказ грошей клієнт повинен сплатити банку винагороду в розмірі 2 % від суми переказу. Скільки всього грошей (у гривнях) йому потрібно сплатити в касу банку, якщо сума переказу становить 30000 грн?

- ☐ А 36000 грн
- ☒ Б 30600 грн
- ☐ В 30060 грн
- ☐ Г 30030 грн
- ☐ Д 30006 грн

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Обчислимо банківську винагороду за переказ 30000 грн: $\frac{2}{100} \cdot 30000 = 600$ грн.
Отже всього клієнт має сплатити банку $30000 + 600 = 30600$ грн.

9

Якщо $a = 1 - \frac{b}{c}$, то $b =$

- ☒ А $c(1 - a)$
- ☐ Б $c(a - 1)$
- ☐ В $\frac{c}{1 - a}$
- ☐ Г $\frac{1 - a}{c}$
- ☐ Д $1 - ac$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$a = 1 - \frac{b}{c}, \quad \frac{b}{c} = 1 - a, \quad b = c(1 - a).$$

10

Укажіть правильну нерівність.

А $\frac{3}{8} > \frac{5}{8}$

Б $\frac{7}{2} < \frac{7}{3}$

В $\frac{8}{9} > \frac{9}{8}$

Г $\frac{5}{6} > \frac{4}{5}$

Д $\frac{19}{21} < \frac{6}{7}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

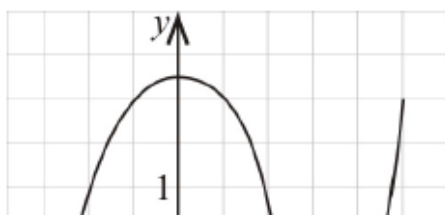
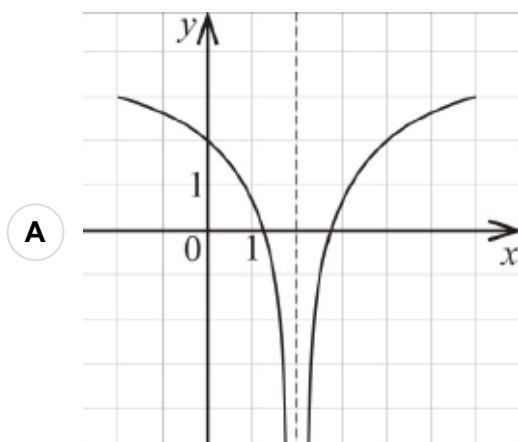
Нерівності $\frac{3}{8} > \frac{5}{8}$, $\frac{7}{2} < \frac{7}{3}$, $\frac{8}{9} > \frac{9}{8}$ очевидно хибні.

Нерівність $\frac{5}{6} > \frac{4}{5}$ істинна, бо $\frac{5}{6} = 1 - \frac{1}{6}$, $\frac{4}{5} = 1 - \frac{1}{5}$; оскільки $\frac{1}{6} < \frac{1}{5}$, то $1 - \frac{1}{6} > 1 - \frac{1}{5}$.

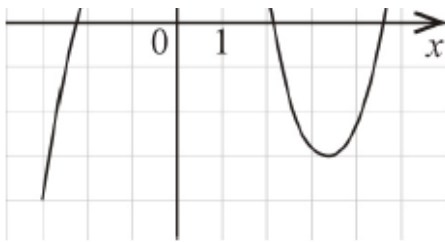
Нерівність $\frac{19}{21} < \frac{6}{7}$ ($= \frac{18}{21}$) очевидно хибна.

11

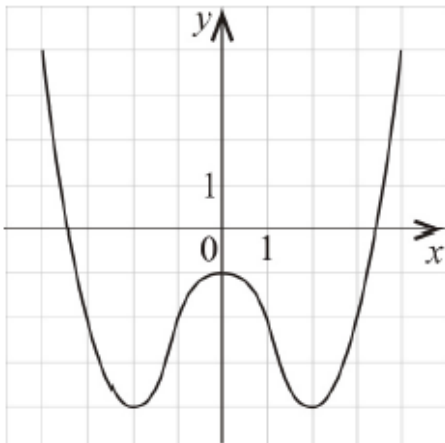
Укажіть рисунок, на якому зображено графік парної функції.



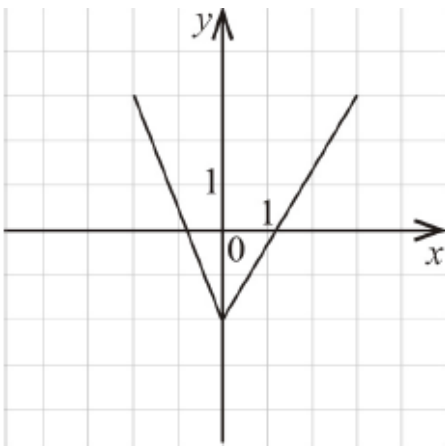
Б



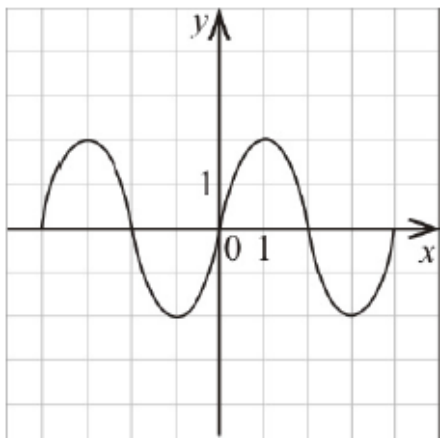
В



Г



Д



Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Серед наведених симетричним відносно осі ординат є графік, зображений на рисунку В.

Знайдіть вектор $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$, якщо $\vec{a} (3; -1; 2)$, $\vec{b} (-2; 2; 5)$.

- ☐ А $\vec{c} (5; -3; -3)$
- ☐ Б $\vec{c} (4; 0; -1)$
- ☐ В $\vec{c} (8; 0; -1)$
- ☐ Г $\vec{c} (4; -4; -1)$
- ☒ Д $\vec{c} (8; -4; -1)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Здійснимо відповідні дії над координатами: $x_c = 2 \cdot 3 - (-2) = 8$;
 $y_c = 2 \cdot (-1) - 2 = -4$; $z_c = 2 \cdot 2 - 5 = -1$. Отже вектор $\vec{c} (8; -4; -1)$.

У туриста є 10 однакових за розмірами консервних банок, серед яких 4 банки — з тушкованим м'ясом, 6 банок — з рибою. Під час зливи етикетки відклеїлися. Турист навмання взяв одну банку. Яка ймовірність того, що вона буде з рибою?

- ☐ А $\frac{1}{10}$
- ☐ Б $\frac{2}{3}$
- ☐ В $\frac{1}{6}$
- ☒ Г $\frac{3}{5}$
- ☐ Д $\frac{2}{5}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Кількість банок з рибою — 6, загальна кількість банок — 10, отже ймовірність того, що

навмання взята банка буде з рибою дорівнює $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

14

Знайдіть похідну функції $y = x^4 + 3 \cos x$

- ☐ А $y' = 4x^3 + 3 \sin x$
- ☐ Б $y' = 4x - 3 \sin x$
- ☒ В $y' = 4x^3 - 3 \sin x$
- ☐ Г $y' = \frac{x^5}{5} + 3 \sin x$
- ☐ Д $y' = x^3 - 3 \sin x$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$(x^4 + 3 \cos x)' = (x^4)' + (3 \cos x)' = 4x^3 - 3 \sin x.$$

15

Укажіть УСІ ПРАВИЛЬНІ твердження.

- I. Через точку A , що не належить площині α , можна провести лише одну пряму, паралельну площині α .
- II. Через точку A , що не належить площині α , можна провести лише одну площину, паралельну площині α .
- III. Через точку A , що не належить площині α , можна провести лише одну пряму, перпендикулярну до площини α .
- IV. Через точку A , що не належить площині α , можна провести лише одну площину, перпендикулярну до площини α .

- ☐ А II
- ☒ Б II, III
- ☐ В I, IV
- ☐ Г I, III, IV
- ☐ Д II, III, IV

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

Твердження I хибне, бо через точку A , що не належить площині α , очевидно, можна провести безліч прямих, паралельних площині α .

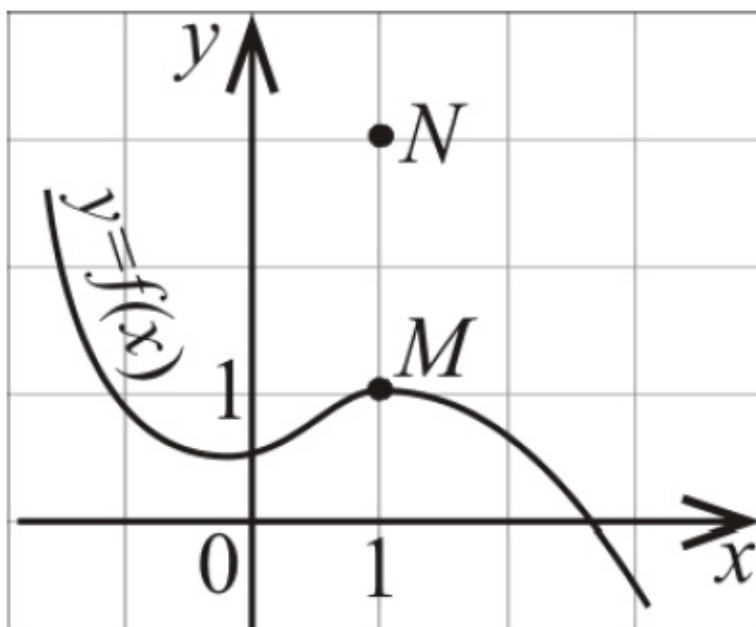
Твердження II істинне за основною властивістю паралельних площин.

Твердження III істинне, бо якщо через точку A , що не належить площині α , можна провести дві прямі (a, b) , перпендикулярні α , то через них можна провести деяку площину β , що перетне α по деякій прямій c . Так як $a \perp \alpha$ і $b \perp \alpha$, то обидві прямі перпендикулярні c , а це неможливо.

Твердження IV хибне, бо якщо з точки A , що не належить площині α , провести перпендикулярну площині α пряму n , то будь-яка площина, що проходить через n , буде перпендикулярна до площини α .

16

Графік функції $y = f(x)$ проходить через точку $M(1; 1)$ (див. рисунок). При якому значенні a графік функції $y = f(x) + a$ проходить через точку $N(1; 3)$?



- ☒ А $a = 2$
- ☐ Б $a = -2$
- ☐ В такого значення не існує
- ☐ Г $a = \frac{1}{3}$
- ☐ Д $a = 3$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

Оскільки $f(x)$ проходить через точку $M(1; 1)$, то $f(1) = 1$. Підставимо координати точки $N(1; 3)$ у рівняння $y = f(x) + a$: $3 = 1 + a$, звідки $a = 2$.

17

Розв'яжіть рівняння $2 \sin x = 1$

- ☐ А $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- ☐ Б $(-1)^n \left(\frac{\pi}{3}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- ☐ В $(-1)^n \left(\frac{\pi}{6}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- ☐ Г $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- ☒ Д $(-1)^n \left(\frac{\pi}{6}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$2 \sin x = 1$, $\sin x = \frac{1}{2}$, звідки $x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$. Оскільки $\arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$, то $x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

18

До складу української Прем'єр-ліги з футболу входять 16 команд. Упродовж сезону кожні дві команди грають між собою 2 матчі. Скільки всього матчів буде зіграно за сезон?

- ☐ А 120
- ☐ Б 128
- ☐ В 200
- ☒ Г 240
- ☐ Д 256

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Оскільки кожна з 16 команд має зіграти з рештою 15 командами, то загальна кількість матчів за сезон становитиме $16 \cdot 15 = 240$.

19

Гострий кут паралелограма дорівнює 60° , а його сторони — 3 см і 4 см. Обчисліть довжину меншої діагоналі паралелограма.

- ☐ А $\sqrt{37}$ см
- ☐ Б $\sqrt{31}$ см
- ☐ В 5 см
- ☐ Г $\sqrt{19}$ см
- ☒ Д $\sqrt{13}$ см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

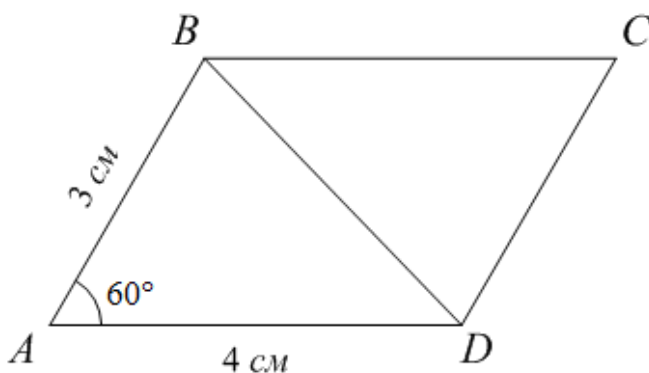
[Приховати пояснення](#)

Нехай $ABCD$ даний паралелограм, $\angle BAD = 60^\circ$, $AB = 3$ см, $AD = 4$ см. Тоді з трикутника ABD за теоремою косинусів

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot \cos 60^\circ,$$

$$BD^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ = 9 + 16 - 24 \cdot \frac{1}{2} = 25 - 12 = 13, \quad \text{звідки}$$

$$BD = \sqrt{13} \text{ см.}$$



20

Свинцеву кулю радіуса 5 см переплавили в кульки однакового розміру, радіус кожної з яких — 1 см. Скільки таких кульок одержали? Втратами свинцю під час переплавлення знехтуйте.

А 125

Б 50

В 25

Г 10

Д 5

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Об'єм більшої свинцевої кулі дорівнює $\frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 \text{ см}^3$, а об'єм кожної з менших куль

дорівнює $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 1^3 \text{ см}^3$, отже з більшої кулі можна одержати $\frac{\frac{4}{3}\pi \cdot 5^3}{\frac{4}{3}\pi \cdot 1^3} = \frac{5^3}{1^3} = 125$

менших куль.

21

Обчисліть $\frac{2^{-1,6} \cdot 4^{4,8}}{8^{\frac{2}{3}}}$.

Ви відповіли правильно: 64

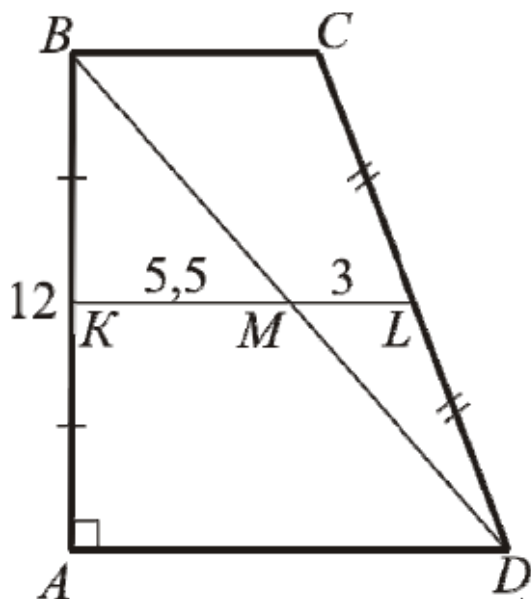
Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{2^{-1,6} \cdot 4^{4,8}}{8^{\frac{2}{3}}} = \frac{2^{-1,6} \cdot (2^2)^{4,8}}{(2^3)^{\frac{2}{3}}} = \frac{2^{-1,6} \cdot 2^{9,6}}{2^2} = \frac{2^8}{2^2} = 2^6 = 64.$$

22

У трапеції $ABCD$: $\angle A = 90^\circ$, $AB = 12 \text{ см}$ (див. рисунок). Діагональ BD ділить середню лінію KL трапеції на відрізки KM і ML , причому $KM = 5,5 \text{ см}$ і $ML = 3 \text{ см}$. Обчисліть периметр трапеції $ABCD$ (у см).



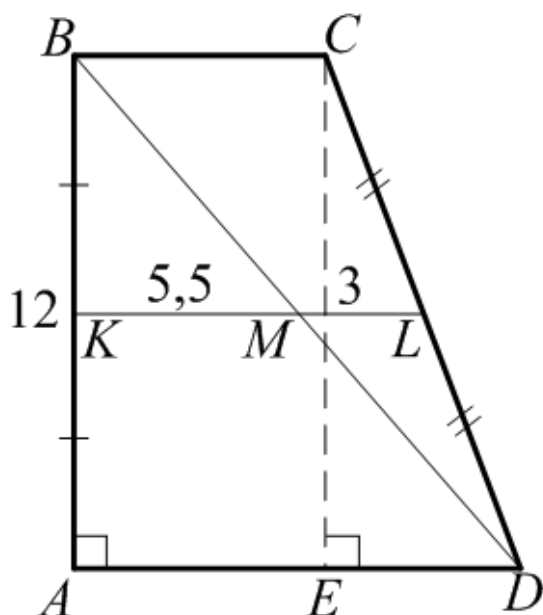
Ви відповіли правильно: 42

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

За теоремою Фалеса KM є середньою лінією у трикутнику ABD , отже $AD = 2 \cdot 5,5 = 11$ см. Аналогічно у трикутнику BCD $BC = 2ML = 2 \cdot 3 = 6$ см.

Проведемо $CE \perp AD$. Розглянемо прямокутний трикутник CED : $CE = AB = 12$ см, $DE = AD - AE = AD - BC = 11 - 6 = 5$ см, отже за теоремою Піфагора $CD = \sqrt{CE^2 + ED^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$ см. Таким чином, периметр трапеції $P = AB + BC + CD + DA = 12 + 6 + 13 + 11 = 42$ см.



Ви відповіли правильно: $-0,6$

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

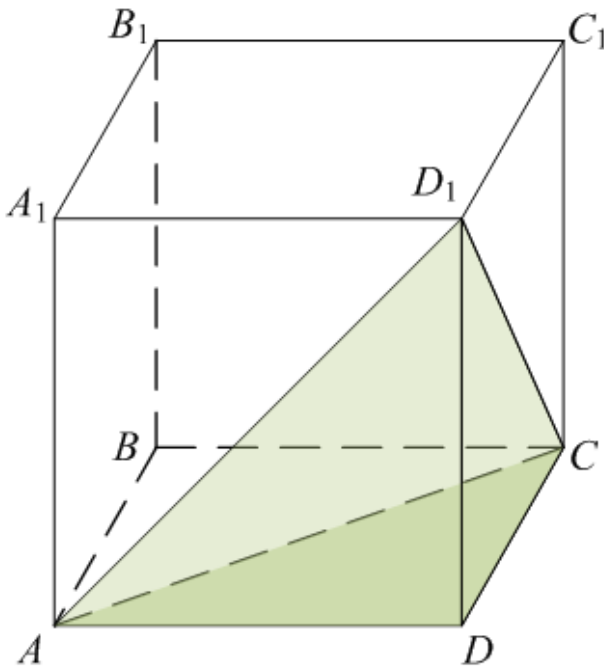
Скористаємося основною тригонометричною тотожністю

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 : (0,8)^2 + \cos^2 \alpha = 1, \quad \cos^2 \alpha = 1 - 0,64 = 0,36 = (0,6)^2.$$

Так як $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, то α - кут другої чверті, косинус в якій від'ємний. З урахуванням цього $\cos \alpha = -0,6$.

24

Об'єм куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ дорівнює 216 см^3 (див. рисунок). Обчисліть об'єм піраміди $D_1 ACD$ (у см^3).



Ви відповіли правильно: 36

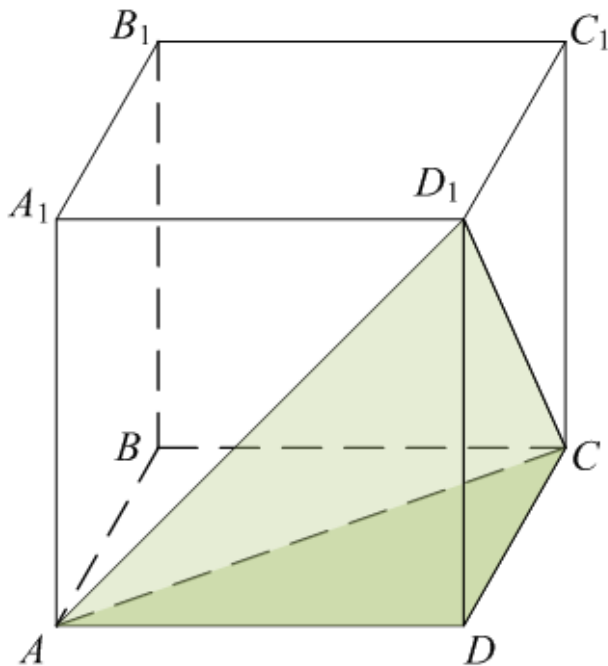
Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Нехай $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даний куб, його ребро $AD = a$, тоді $a^3 = 216 \text{ см}^3$, звідки $a = 6 \text{ см}$. Зрозуміло, що $D_1 D$ - висота нашої піраміди. Площа її основи ADC -

$$\text{площа половини квадрата } ABCD, \text{ тобто } S_{ACD} = \frac{6^2}{2} = 18 \text{ см}^2.$$

$$\text{Отже об'єм піраміди } D_1 ACD \quad V_{D_1 ACD} = \frac{1}{3} S_{ACD} \cdot D_1 D = \frac{1}{3} \cdot 18 \cdot 6 = 36 \text{ см}^3.$$



25

Розв'яжіть рівняння $\log_6(x - 3) + \log_6(x - 8) = 2$.

Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь; якщо воно має два корені, то у відповідь запишіть їх суму.

Ви відповіли правильно: 12

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\log_6(x - 3) + \log_6(x - 8) = 2,$$

$$\begin{cases} \log_6((x - 3)(x - 8)) = 2, \\ x - 3 > 0, \\ x - 8 > 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - 3)(x - 8) = 6^2, \\ x > 8, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 11x + 24 - 36 = 0, \\ x > 8, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 11x - 12 = 0, \\ x > 8. \end{cases}$$

За теоремою Вієта коренями рівняння $x^2 - 11x - 12 = 0$ є числа $x_1 = 12$ та $x_2 = -1$, останнє не задовольняє умові $x > 8$. Отже рівняння має єдиний корінь $x = 12$.

26

У фермерському господарстві „Надія” кожен рік озимую пшеницею засівають 600 га

полів. Середня врожайність цієї культури в 2007 році становила 24 центнери з одного гектара. Завдяки сприятливим погодним умовам у 2008 році озимої пшениці було зібрано на 19200 центнерів більше, ніж у 2007. Обчисліть середню врожайність озимої пшениці, вирощеної в господарстві „Надія” в 2008 році (у ц/га). (Середня врожайність сільськогосподарської культури — це відношення маси зібраного врожаю цієї культури до загальної площі полів, на яких вона була вирощена.)

Ви відповіли правильно: 56

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Урожай 2007 року становив $24 \cdot 600 = 14400$ ц, отже врожай 2008 року складає $14400 + 19200 = 33600$ ц. Таким чином, середня врожайність 2008 року склала $\frac{33600}{600} = 56$ ц/га.

27

Знайдіть КІЛЬКІСТЬ усіх цілих розв'язків нерівності $\frac{x^2 - x - 12}{(x + 1)^2} \leq 0$

Якщо нерівність має безліч цілих розв'язків, то у відповідь запишіть число 100.

Ви відповіли правильно: 7

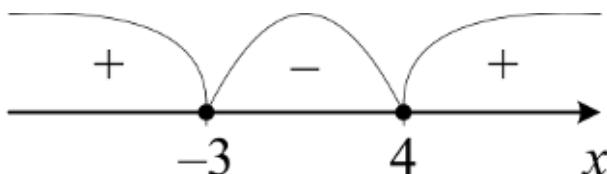
Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Дана нерівність рівносильна системі

$$\begin{cases} x^2 - x - 12 \leq 0, \\ x \neq -1. \end{cases}$$

Коренями рівняння $x^2 - x - 12 = 0$ за теоремою Вієта є числа $x_1 = -3$ і $x_2 = 4$, отже нерівність $x^2 - x - 12 \leq 0$ виконується при $x \in [-3; 4]$. Оскільки $x \neq -1$, вихідна нерівність має розв'язок $x \in [-3; -1) \cup (-1; 4]$. Таким чином, кількість цілих розв'язків вихідної нерівності - 7.



28

Кімната має форму прямокутного паралелепіпеда (ширина кімнати — 4 м, довжина — 5 м, висота — 2,5 м). Площа стін кімнати дорівнює 0,8 площі бічної поверхні цього паралелепіпеда. Скільки фарби (у кг) потрібно для того, щоб повністю пофарбувати СТІНИ і СТЕЛЮ цієї кімнати, якщо на 1 м^2 витрачається 0,25 кг фарби?

Ви відповіли правильно: 14

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Площа бічної поверхні даного паралелепіпеда дорівнює $2(4 + 5) \cdot 2,5 = 45 \text{ м}^2$, отже площа стін кімнати дорівнює $0,8 \cdot 45 = 36 \text{ м}^2$. Площа стелі дорівнює $4 \cdot 5 = 20 \text{ м}^2$. Усього фарбуванню підлягає $36 + 20 = 56 \text{ м}^2$, на які потрібно $56 \cdot 0,25 = 14 \text{ кг}$ фарби.

29

Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} 3^{x-2y} = \frac{1}{3}, \\ 3^x + 3^{2y} = 4\sqrt{3}. \end{cases}$$

Для одержаного розв'язку $(x_0; y_0)$ системи знайдіть ДОБУТОК $x_0 \cdot y_0$.

Ви відповіли правильно: 0,375

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{aligned} &\begin{cases} 3^{x-2y} = 3^{-1}, \\ 3^x + 3^{2y} = 4\sqrt{3}, \end{cases} \\ &\begin{cases} x - 2y = -1, \\ 3^x + 3^{2y} = 4\sqrt{3}, \end{cases} \\ &\begin{cases} x = 2y - 1, \\ 3^{2y-1} + 3^{2y} = 4\sqrt{3}, \end{cases} \\ &\begin{cases} x = 2y - 1, \\ 3^{2y-1}(1 + 3) = 4\sqrt{3}, \end{cases} \\ &\begin{cases} x = 2y - 1, \\ 3^{2y-1} = 3\frac{1}{2}, \end{cases} \\ &\begin{cases} x = 2y - 1, \\ 2y - 1 = \frac{1}{2}, \end{cases} \\ &\begin{cases} x = 2y - 1, \\ 2y = \frac{3}{2}, \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 1, \\ y = \frac{3}{4}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}, \\ y = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

У відповідь запишемо добуток $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8} = 0,375$.

30

Знайдіть найбільше значення функції $y = \frac{1}{3 \sin x + 5}$.

Якщо функція не має найбільшого значення, то у відповідь запишіть число 100.

Ви відповіли правильно: 0,5

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$-1 \leq \sin x \leq 1,$$

$$-3 \leq 3 \sin x \leq 3,$$

$$2 \leq 3 \sin x + 5 \leq 8,$$

$$\frac{1}{8} \leq \frac{1}{3 \sin x + 5} \leq \frac{1}{2}.$$

Таким чином, найбільшим значенням функції є число 0,5.

31

Радіус основи конуса R , твірна нахилена до площини основи під кутом α . Через вершину конуса проведено площину під кутом φ до його висоти. Ця площина перетинає основу конуса по хорді. Знайдіть площу утвореного перерізу. У відповідь запишіть значення знайденого виразу при $R = \sqrt{6}$, $\alpha = 30^\circ$, $\varphi = 45^\circ$.

Ви відповіли правильно: 4

Бали: 2 із 2

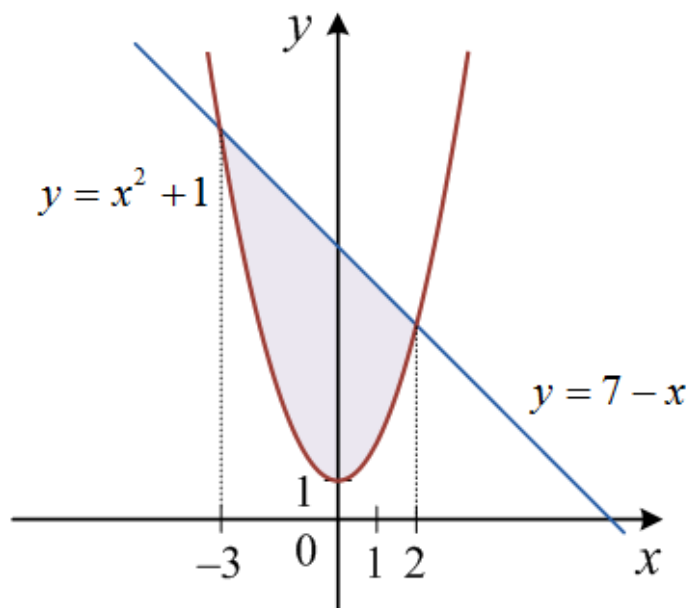
[Приховати пояснення](#)

Нехай $OA = OB = R$, $\angle PAO = \alpha$, $\angle OPC = \varphi$. Утворений переріз — рівнобедрений трикутник APB .

З прямокутного трикутника AOP : $OP = OA \operatorname{tg} \alpha = R \operatorname{tg} \alpha$.

З прямокутного трикутника POC : $OC = OP \operatorname{tg} \varphi = R \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varphi$,

1. Для знаходження абсцис точок перетину графіків функцій $f(x)$ і $g(x)$ розв'яжемо рівняння $f(x) = g(x)$: $x^2 + 1 = 7 - x$, $x^2 + x - 6 = 0$. За теоремою Вієта $x_1 = -3$, $x_2 = 2$. Фігура, обмежена цими графіками, зображена на рисунку.



2. Площа фігури, обмеженої графіками функцій $f(x)$ і $g(x)$, дорівнює

$$\begin{aligned}
 S &= \int_{-3}^2 (g(x) - f(x)) dx = \int_{-3}^2 (7 - x - x^2 - 1) dx = \int_{-3}^2 (6 - x - x^2) dx = \\
 &= \left(6x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-3}^2 = \left(12 - \frac{2^2}{2} - \frac{2^3}{3} \right) - \left(6(-3) - \frac{(-3)^2}{2} - \frac{(-3)^3}{3} \right) = \\
 &= 12 - 2 - \frac{8}{3} + 18 + \frac{9}{2} - 9 = 19 + \frac{11}{6} = 20\frac{5}{6} \approx 21.
 \end{aligned}$$

Розв'яжіть нерівність $2 \cdot \sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{(x-1)^2 + 4x} \leq x$. У відповідь запишіть найменший цілий розв'язок нерівності.

Ви відповіли правильно: 2

Бали: 2 із 2

Приховати пояснення

Перетворимо задану нерівність:

$$2 \cdot \sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2 - 2x + 1 + 4x} \leq x,$$

$$2 \cdot \sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2 + 2x + 1} \leq x,$$

$$2 \cdot \sqrt{(x-3)^2} - \sqrt{(x+1)^2} \leq x,$$

$$2|x - 3| - |x + 1| \leq x.$$

Розіб'ємо числову пряму точками $x = -1$ та $x = 3$, в яких модулі обертаються на нуль, на три інтервали, та розв'яжемо нерівність на кожному з них.

а) $x < -1$. Тоді $2(3 - x) - (-x - 1) \leq x$, $6 - 2x + x + 1 \leq x$, $2x \geq 7$, $x \geq 3,5$.
Враховуючи $x < -1$ нерівність на цьому інтервалі розв'язків не має.

б) $-1 \leq x \leq 3$. Тоді
 $2(3 - x) - (x + 1) \leq x$, $6 - 2x - x - 1 \leq x$, $4x \geq 5$, $x \geq 1,25$.
Враховуючи $-1 \leq x \leq 3$, нерівність на цьому інтервалі має розв'язок $1,25 \leq x \leq 3$.

в) $x > 3$. Тоді $2(x - 3) - (x + 1) \leq x$, $2x - 6 - x - 1 \leq x$, $-7 \leq 0$.
Отримали справедливу нерівність, що не залежить від змінної. Враховуючи $x > 3$, нерівність на цьому інтервалі має розв'язок $x > 3$.

Об'єднуючи розв'язки на інтервалах, одержуємо розв'язок нерівності: $x \geq 1,25$.

У відповідь записуємо найменший цілий розв'язок нерівності $x = 2$.