

Тест ЗНО з математики.

Результат

100% :)

Тестовий бал ?

53 із 53

Рейтинговий бал ?

200.0

Витрачено часу: 4 хвилини

[Ще раз](#) [Інший варіант](#) [Статистика](#)

Поділитися...

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

1

У саду в окремі ящики зібрали груші та яблука. Кількість ящиків з яблуками відноситься до кількості ящиків з грушами, як $7 : 3$. Серед наведених чисел укажіть число, яке може виражати загальну кількість ящиків з яблуками та грушами, зібраними в саду.

А 37

Б 73

В 75

Г 80

Д 84

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Кількість мішків з яблуками становить 7 частин, а кількість мішків з грушами — три частини. Отже, загальна кількість мішків — це 10 частин. Тобто, загальна кількість ящиків — число, кратне 10.

Серед запропонованих у відповіді чисел таким є число 80.

2

Точка $A(3; 1)$ належить колу з центром у точці $O(-2; 1)$. Знайдіть радіус цього кола.

- ☐ А 10
- ☒ Б 5
- ☐ В 3
- ☐ Г 2
- ☐ Д 1

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$R = AO.$$

$$AO = \sqrt{(X_O - X_A)^2 + (Y_O - Y_A)^2} = \sqrt{(-2 - 3)^2 + (1 - 1)^2} = \sqrt{5^2 + 0^2} = \sqrt{5^2} = 5.$$

Звісно, ми могли б одразу зауважити, що точки $A(3; 1)$ і $O(-2; 1)$ мають однакові ординати. Тоді $AO = 3 - (-2) = 5$.

3

Поле, площа якого дорівнює 60 га, засіяли горохом і соєю. Горохом засіяли $\frac{3}{4}$ площі поля. Скільки всього гектарів поля засіяли соєю?

- ☐ А 10
- ☒ Б 15
- ☐ В 20
- ☐ Г 24
- ☐ Д 45

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

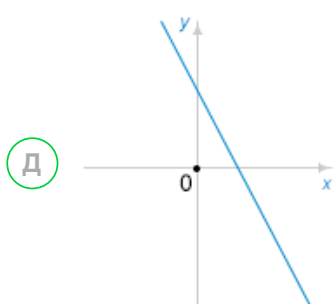
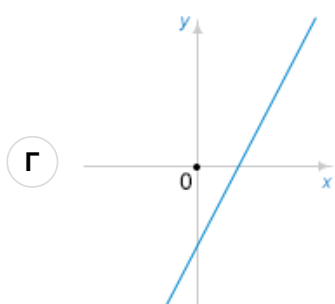
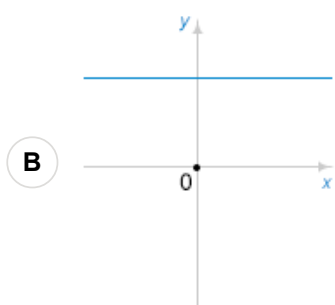
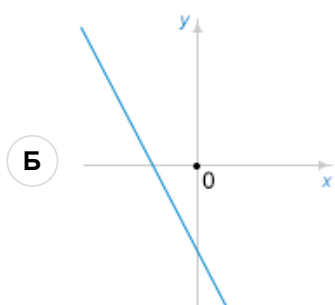
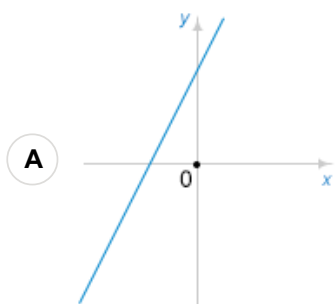
[Приховати пояснення](#)

Соею засіяли $\frac{1}{4}$ площі поля.

$$60 \cdot \frac{1}{4} = 15 \text{ (га)}.$$

4

На одному з наведених рисунків зображено ескіз графіка функції $y = -2x + 3$. Укажіть цей рисунок.



Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$y = -2x + 3$ — рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом $k = -2$.

$k = -2 = \operatorname{tg} \alpha$, де α — кут між прямою і додатнім напрямом осі Ox .

Оскільки кутовий коефіцієнт від'ємний, то кут нахилу тупий. Цій умові відповідають графіки **В** і **Г**.

Число 3 в рівнянні прямої вказує на те, що задана пряма перетинає вісь Oy в точці з додатньою ординатою.

Отже, шуканий графік зображено на мал. **Г**.

5

Знайдіть довжину діагоналі прямокутного паралелепіпеда, виміри якого дорівнюють 2 см, 3 см, 4 см.

☒ **А** $\sqrt{29}$ см

☐ **Б** 9 см

☐ **В** $\sqrt{13}$ см

☐ **Г** 5 см

☐ **Д** $2\sqrt{5}$ см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Квадрат діагоналі прямокутного паралелепіпеда дорівнює сумі квадратів трьох його вимірів.

$$2^2 + 3^2 + 4^2 = 4 + 9 + 16 = 29.$$

Значить, довжина діагоналі дорівнює $\sqrt{29}$ см.

6

Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $3^{x+4} = 27$?

☐ **А** $[-4; -2)$

☒ **Б** $[-2; 0)$

☐ **В** $[0; 2)$

☐ **Г** $[2; 4)$

☐ **Д** $[4; 6)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$3^{x+4} = 27,$$

$$3^{x+4} = 3^3,$$

Значить, $x + 4 = 3$.

$$x = 3 - 4,$$

$$x = -1.$$

Число -1 належить проміжку $[-2; 0)$.

7

Діагоналі трапеції $ABCD$ ($AD \parallel BC$) перетинаються в точці O . Знайдіть довжину основи BC трапеції, якщо $AD = 24$ см, $AO = 9$ см, $OC = 6$ см.

- ☐ А 6 см
- ☐ Б 9 см
- ☐ В 12 см
- ☒ Г 16 см
- ☐ Д 18 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$\angle BCA = \angle DAC$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих BC і AD та січній AC .

$\angle BOC = \angle DOA$ як вертикальні.

Тоді $\triangle BOC \sim \triangle DOA$ за двома кутами.

Значить, $\frac{AD}{BC} = \frac{AO}{OC}$.

$$BC = \frac{AD \cdot OC}{AO} = \frac{24 \cdot 6}{9} = \frac{8 \cdot 6}{3} = 8 \cdot 2 = 16 \text{ (см)}.$$

8

Яке з наведених чисел є раціональним числом?

- ☐ А $\sqrt[3]{9}$
- ☐ Б $\sqrt{10}$
- ☐ В π
- ☐ Г $\sqrt{3,6}$
- ☒ Д $\sqrt{0,64}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\sqrt{0,64} = \sqrt{(0,8)^2} = 0,8.$$

Значить, $\sqrt{0,64}$ є числом раціональним.

Знайдіть найбільший від'ємний член арифметичної прогресії 2,9; 2,2; 1,5;

- ☐ А −0,1
- ☐ Б −0,3
- ☒ В −0,6
- ☐ Г −0,8
- ☐ Д −1,3

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Назвемо задану прогресію (a_n) .

$$a_1 = 2,9.$$

$$d = 2,2 - 2,9 = -0,7.$$

$$a_n = a_1 + d(n - 1) = 2,9 - 0,7(n - 1) < 0.$$

$$\text{Тоді } 0,7(n - 1) > 2,9.$$

$$n - 1 > 2,9 \div 0,7 = 29 \div 7 = \frac{29}{7}.$$

$$n > \frac{29}{7} + 1 = \frac{29}{7} + \frac{7}{7} = \frac{36}{7} = 5\frac{1}{7}.$$

Значить, усі члени прогресії, починаючи з 6-го, від'ємні. Найбільшим серед них є 6-ий член прогресії.

$$a_6 = a_1 + d(6 - 1) = 2,9 - 0,7 \cdot 5 = 2,9 - 3,5 = -0,6.$$

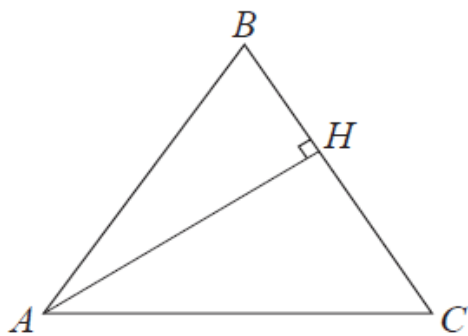
Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 10 см, а висота, опущена на неї — 8 см. Знайдіть довжину основи трикутника.

- ☐ А 6 см
- ☐ Б $4\sqrt{2}$ см
- ☐ В 12 см
- ☒ Г $4\sqrt{5}$ см
- ☐ Д 16 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)



1) Нехай маємо $\triangle ABC$, в якому $AB = BC = 10$ см. AH — висота трикутника. $AH = 8$ см.

2) $\triangle ABH$ — прямокутний ($\angle H = 90^\circ$). За теоремою Піфагора

$$AB^2 = AH^2 + BH^2;$$

$$10^2 = 8^2 + BH^2;$$

$$BH^2 = 10^2 - 8^2 = (10 - 8)(10 + 8) = 2 \cdot 18 = 36.$$

$$BH = 6 \text{ см.}$$

3) Тоді $HC = BC - BH = 10 - 6 = 4$ см.

4) $\triangle AHC$ — прямокутний ($\angle H = 90^\circ$).

За теоремою Піфагора

$$AC^2 = AH^2 + HC^2;$$

$$AC^2 = 8^2 + 4^2 = 4^2(2^2 + 1) = 4^2 \cdot 5.$$

$$AC = 4\sqrt{5} \text{ см.}$$

Звісно, ми могли при розв'язанні зауважити, що $\triangle ABH$ — єгипетський, тому $BH = 6$ см.

11

Упродовж чверті учень отримав 12 оцінок з алгебри. Інформацію про отримані оцінки та їхню кількість відображено в таблиці.

Оцінка	5	6	7	8	10
Кількість оцінок	2	1	3	5	1

Знайдіть середнє арифметичне всіх оцінок, отриманих учнем упродовж чверті.

- ☐ А 7
☐ Б 7,2
☒ В 7,25
☐ Г 8
☐ Д 8,1

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{5 \cdot 2 + 6 \cdot 1 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 5 + 10 \cdot 1}{12} = \frac{10 + 6 + 21 + 40 + 10}{12} = \frac{87}{12} = 7 \frac{3}{12} = 7 \frac{1}{4} = 7,25.$$

12

Обчисліть $\sqrt[4]{16 \cdot 81}$.

- ☒ А 6
- ☐ Б 12
- ☐ В 18
- ☐ Г 36
- ☐ Д 72

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\sqrt[4]{16 \cdot 81} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 3^4} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{3^4} = 2 \cdot 3 = 6.$$

13

При яких значеннях m і n вектори $\vec{a}(m; 2; 3)$ і $\vec{b}(-12; 6; n)$ колінеарні?

- ☐ А $m = -36$ і $n = 9$
- ☐ Б $m = -4$ і $n = 1$
- ☐ В $m = -36$ і $n = 1$
- ☐ Г $m = 3$ і $n = 9$
- ☒ Д $m = -4$ і $n = 9$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні, отже, їх координати пропорційні.

$$\frac{X_{\vec{a}}}{X_{\vec{b}}} = \frac{Y_{\vec{a}}}{Y_{\vec{b}}} = \frac{Z_{\vec{a}}}{Z_{\vec{b}}}.$$

$$\frac{m}{-12} = \frac{2}{6} = \frac{3}{n}.$$

$$\text{Отже, } m = \frac{-12 \cdot 2}{6} = -2 \cdot 2 = -4;$$

$$n = \frac{6 \cdot 3}{2} = 3 \cdot 3 = 9.$$

Розташуйте в порядку зростання числа: $a = \operatorname{tg} 36^\circ$, $b = \operatorname{tg} 93^\circ$, $c = \operatorname{tg} 180^\circ$.

- ☒ А $b; c; a$
- ☐ Б $c; b; a$
- ☐ В $a; b; c$
- ☐ Г $c; a; b$
- ☐ Д $b; a; c$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$\operatorname{tg} 36^\circ > 0$, тому $a > 0$.

$\operatorname{tg} 93^\circ < 0$, тому $b < 0$.

$\operatorname{tg} 180^\circ = 0$, тому $c = 0$.

Тоді в порядку зростання числа розташуються так: $b; c; a$.

Периметр бічної грані правильної трикутної призми дорівнює 20 см. Знайдіть площу бічної поверхні призми, якщо сторона її основи дорівнює 4 см.

- ☐ А 96 см^2
- ☐ Б 80 см^2
- ☒ В 72 см^2
- ☐ Г 32 см^2
- ☐ Д 24 см^2

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Бічна грань правильної трикутної призми — прямокутник, сторонами якого є висота h призми і сторона основи призми завдовжки 4 см. Тоді

$$20 = 2(h + 4),$$

$$h + 4 = 10,$$

$$h = 6 \text{ см.}$$

Площа бічної грані: $h \cdot 4 = 6 \cdot 4 = 24 (\text{см}^2)$.

Бічна поверхня $S_{\text{бічна}}$ правильної трикутної призми складається з трьох рівних прямокутників.

Значить, $S_{\text{бічна}} = 3 \cdot 24 = 72 (\text{см}^2)$.

Розв'яжіть нерівність $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{3}$.

- ☐ А $(-\infty; 0)$
☐ Б $(0; 3]$
☐ В $[3; +\infty)$
☒ Г $(-\infty; 0) \cup [3; +\infty)$
☐ Д $(-\infty; 3]$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} &\leq \frac{1}{3}; \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{3} &\leq 0; \\ \frac{3-x}{3x} &\leq 0; \\ \frac{x-3}{x} &\geq 0. \end{aligned}$$



Отже, $x \in (-\infty; 0) \cup [3; +\infty)$.

Подайте вираз $\frac{a}{\sqrt[7]{a}}$ у вигляді степеня з основою a .

- ☐ А $a^{-\frac{1}{7}}$
☐ Б a^{-6}
☐ В $a^{\frac{1}{7}}$
☐ Г a^7
☒ Д $a^{\frac{6}{7}}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{a}{\sqrt[7]{a}} = \frac{\sqrt[7]{a^7}}{\sqrt[7]{a}} = \sqrt[7]{\frac{a^7}{a}} = \sqrt[7]{a^6} = a^{\frac{6}{7}}.$$

18

На полиці розміщено 16 книг, з яких 6 — історичні романи, а решта — детективи. Знайдіть імовірність того, що перша книга, навмання взята з полиці, буде детективом.

- ☒ А $\frac{5}{8}$
- ☐ Б $\frac{1}{16}$
- ☐ В $\frac{3}{5}$
- ☐ Г $\frac{1}{10}$
- ☐ Д $\frac{3}{8}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Ймовірність того, що навмання взята книга є детективом, знайдемо як відношення кількості сприятливих подій (сприятлива подія означає, що взяли детектив — один із десяти, що стоять на полиці) до кількості усіх можливих подій (можлива подія означає, що взяли книгу — одну з шістнадцяти, що стоять на полиці). Тоді

$$\frac{10}{16} = \frac{5}{8}.$$

19

Точки A і B належать колу радіуса 10 см і ділять його на дві дуги, довжини яких відносяться як 3 : 2. Знайдіть довжину більшої дуги кола.

- ☐ А 20π см
- ☒ Б 12π см
- ☐ В 8π см
- ☐ Г 6π см
- ☐ Д 4π см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Нехай довжина більшої дуги — $(3x)$ см ($x > 0$), а меншої дуги — $(2x)$ см.

Значить, довжина кола — $(5x)$ см.

За формулою довжини кола маємо:

$$2\pi r = 2\pi \cdot 10 = 20\pi \text{ (см)}.$$

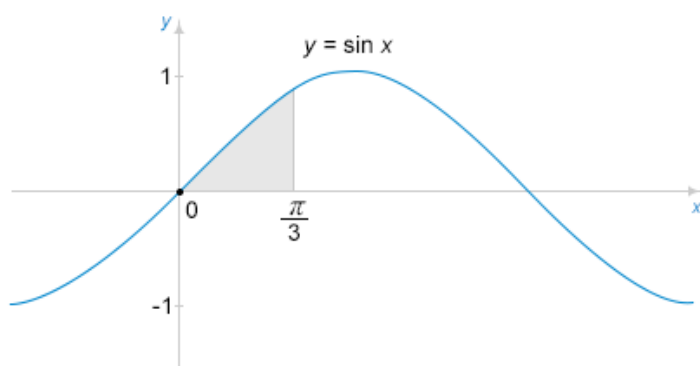
Значить, $20\pi = 5x$,

$$x = 4\pi.$$

$$\text{Тоді } 3x = 3 \cdot 4\pi = 12\pi \text{ (см)}.$$

20

Обчисліть площу зафарбованої фігури, зображеної на рисунку.



- ☐ А $\frac{3}{2}$
- ☐ Б $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$
- ☐ В 1
- ☐ Г $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ☒ Д $\frac{1}{2}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$S_{\text{зафарбованої фігури}} = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \, dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = -\cos \frac{\pi}{3} + \cos 0 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}.$$

21

Які з наведених тверджень правильні?

- I. Якщо коло має з площиною дві спільні точки, то всі точки кола належать цій площині.
- II. Якщо три вершини паралелограма належать площині, то всі точки паралелограма належать цій площині.
- III. Якщо круг і площина мають три спільні точки, то всі точки круга належать цій площині.

- ☒ А лише II
- ☐ Б лише III
- ☐ В лише I і II
- ☐ Г лише I і III
- ☐ Д лише II і III

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

I. Коло може мати з площиною дві спільні точки, коли воно перетинає площину. Тому твердження невірне.

II. Нехай вершини A, B, C паралелограма належать деякій площині. Так як точки A і C належать площині, то пряма AC належить цій площині. Значить, середина відрізка AC (точка O) — точка перетину діагоналей паралелограма — належить цій площині. Якщо точки B і O належать площині, то і пряма BO належить площині. Значить, точка D діагоналі BD , серединою якою є точка O , також належить цій площині. Отже, твердження вірне.

III. Три спільні точки, про які йдеться в умові, можуть належати лінії перетину круга і площини. Тому твердження невірне.

22

Розв'яжіть нерівність $\log_{\frac{1}{5}} x > 2$.

- ☐ А $\left(-\infty; \frac{1}{25}\right)$
- ☐ Б $\left(\frac{1}{25}; +\infty\right)$
- ☒ В $\left(0; \frac{1}{25}\right)$
- ☐ Г $(10; +\infty)$
- ☐ Д $\left(-\infty; \frac{1}{10}\right)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$\log_{\frac{1}{5}} x > 2$. Тут $x > 0$.

$$\log_{\frac{1}{5}} x > \log_{\frac{1}{5}} \left(\frac{1}{5}\right)^2,$$

$$\log_{\frac{1}{5}} x > \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{25}.$$

Функція $y = \log_{\frac{1}{5}} x$ — монотонно спадна при $x > 0$, тому $0 < x < \frac{1}{25}$.

Розв'язком нерівності є проміжок $(0; \frac{1}{25})$.

23

Об'єм циліндра дорівнює 48 см^3 . Знайдіть об'єм конуса, радіус основи якого дорівнює радіусу основи циліндра, а висота вдвічі менша за висоту циліндра.

- ☐ А 6 см^3
- ☒ Б 8 см^3
- ☐ В 16 см^3
- ☐ Г 24 см^3
- ☐ Д 36 см^3

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Об'єм циліндра $V_{\text{циліндра}} = S \cdot h = 48$, де S — площа основи циліндра, h — висота циліндра. Висота конуса дорівнює половині висоти циліндра. Площі основ циліндра і конуса рівні. Тоді об'єм конуса дорівнює

$$V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} S \cdot \left(\frac{1}{2} h\right) = \frac{1}{6} S h = \frac{1}{6} V_{\text{циліндра}} = \frac{1}{6} \cdot 48 = 8 \text{ (см}^3\text{)}.$$

24

У кіоску є 10 видів вітальних листівок з Новим роком. Скільки всього можна утворити різних наборів листівок, кожен із яких складається з трьох листівок різних видів?

- ☐ А 30
- ☐ Б 90
- ☒ В 120
- ☐ Г 240
- ☐ Д 720

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Маємо комбінацію з n елементів по k елементів.

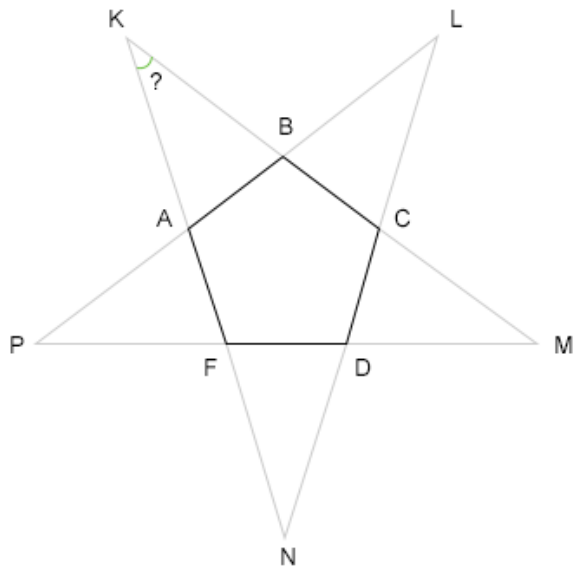
$$n = 10; \quad k = 3.$$

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} = \frac{10!}{(10-3)!3!} = \frac{10!}{7!3!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{2 \cdot 3} = 4 \cdot 3 \cdot 10 = 120.$$

Отже, можна утворити 12 наборів з трьох листівок різних видів.

25

Прямі, що містять сторони правильного п'ятикутника $ABCDF$, перетинаються у точках K, L, M, N, P . Знайдіть градусну міру кута AKB .



- ☐ А 18°
- ☐ Б 26°
- ☐ В 30°
- ☒ Г 36°
- ☐ Д 60°

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Сума кутів опуклого n — кутника дорівнює $180^\circ(n-2)$.

Тоді сума кутів п'ятикутника $ABCDF$ дорівнює $180^\circ(5-2) = 180^\circ \cdot 3 = 540^\circ$.

В правильному многокутнику всі кути рівні, тому $\angle FAB = \angle CBA = \frac{540^\circ}{5} = 108^\circ$.

$\angle FAB + \angle KAB = 180^\circ$, тоді $\angle KAB = 180^\circ - \angle FAB = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$.

$\angle CBA + \angle KBA = 180^\circ$, тоді $\angle KBA = 180^\circ - \angle CBA = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$.

Сума кутів трикутника 180° . Тоді в $\triangle AKB$:

$\angle AKB + \angle KAB + \angle KBA = \angle AKB + 72^\circ + 72^\circ = \angle AKB + 144^\circ = 180^\circ$.

$\angle AKB = 180^\circ - 144^\circ = 36^\circ$.

26

Установіть відповідність між числовими виразами (1—4) та їхніми значеннями (А—Д).

- | | | | |
|---|--|---|--------|
| 1 | $2003^2 - 1997^2$ | А | 64 000 |
| 2 | $186^2 - 186 \cdot 132 + 66^2$ | Б | 27 000 |
| 3 | $98^2 + 98 \cdot 104 + 52^2$ | В | 24 000 |
| 4 | $47^3 - 47^2 \cdot 51 + 17^2 \cdot 141 - 17^3$ | Г | 22 500 |
| | | Д | 14 400 |

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☒	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☒
3	☐	☐	☐	☒	☐
4	☐	☒	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

- 1) $2003^2 - 1997^2 = (2003 - 1997)(2003 + 1997) = 6 \cdot 4000 = 24000$.
- 2) $186^2 - 186 \cdot 132 + 66^2 = 186^2 - 2 \cdot 186 \cdot 66 + 66^2 = (186 - 66)^2 = 120^2 = 14400$.
- 3) $98^2 + 98 \cdot 104 + 52^2 = 98^2 + 2 \cdot 98 \cdot 52 + 52^2 = (98 + 52)^2 = 150^2 = 22500$.
- 4) $47^3 - 47^2 \cdot 51 + 17^2 \cdot 141 - 17^3 = 47^4 - 3 \cdot 47^2 \cdot 17 + 3 \cdot 17^2 \cdot 47 - 17^3 = (47 - 17)^3 = 30^3 = 27000$.

27

Установіть відповідність між функціями, заданими формулами (1—4), та їхніми областями значень (А—Д).

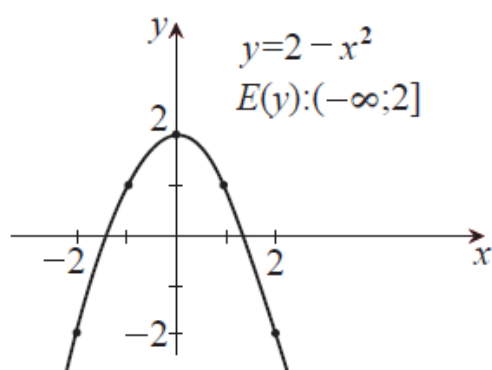
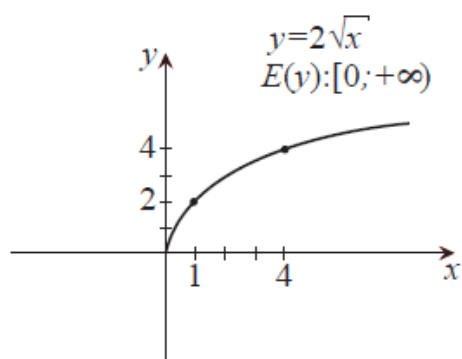
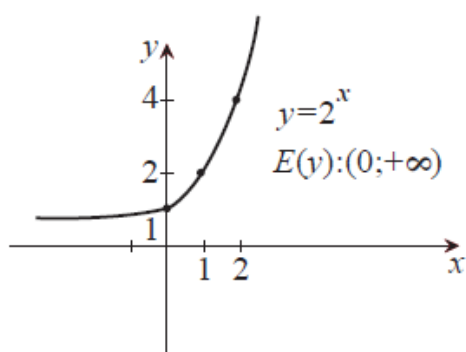
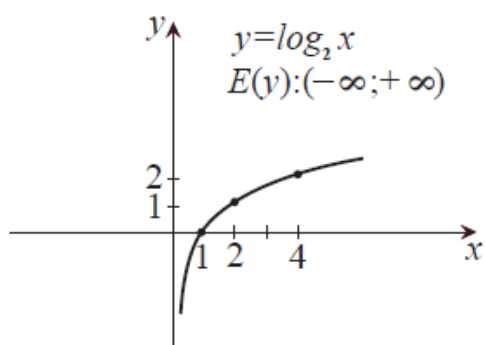
- | | | | |
|---|-----------------|---|----------------------|
| 1 | $y = \log_2 x$ | А | $[2; +\infty)$ |
| 2 | $y = 2^x$ | Б | $[0; +\infty)$ |
| 3 | $y = 2\sqrt{x}$ | В | $(-\infty; 2]$ |
| 4 | $y = 2 - x^2$ | Г | $(0; +\infty)$ |
| | | Д | $(-\infty; +\infty)$ |

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☒
2	☐	☐	☐	☒	☐
3	☐	☒	☐	☐	☐
4	☐	☐	☒	☐	☐

Ви відповіли правильно

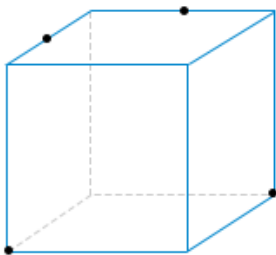
Бали: 4 із 4

Зобразимо схематично графіки заданих функцій.



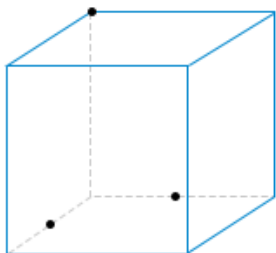
На рисунках (1—4) зображено куб і три точки, що розміщені у вершинах куба або є серединами його ребер. Установіть відповідність між кожним рисунком (1—4) та назвою фігури (А—Д), яка є перерізом куба площиною, що проходить через три задані точки.

1

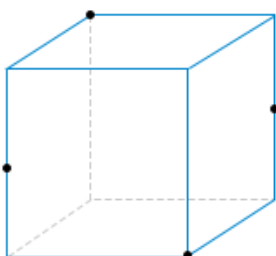


- А трикутник
Б прямокутник
В трапеція
Г п'ятикутник
Д ромб

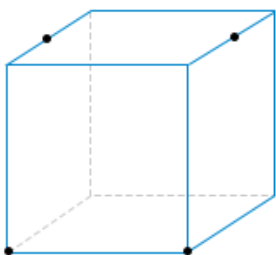
2



3



4



	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☒	☐	☐
2	☒	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☒
4	☐	☒	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

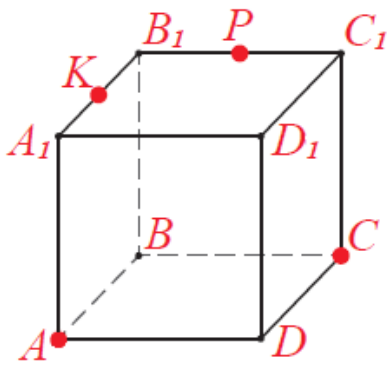
[Приховати пояснення](#)

1) KP — середня лінія $\triangle A_1B_1C_1$. Отже, $KP \parallel A_1C_1$.

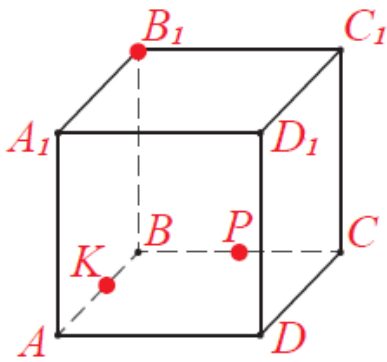
Тоді $KP \parallel AC$.

$AK \nparallel PC$.

Тому $AKPC$ — трапеція.



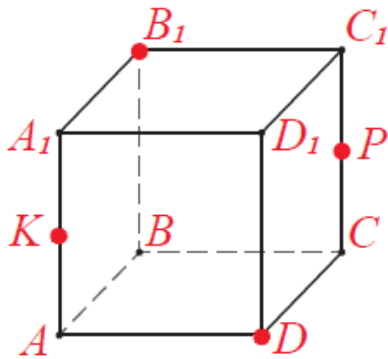
2) B_1KP — трикутник.



3) $KB_1 \parallel DP$, $KD \parallel B_1P$, KB_1PD — паралелограм за означенням.

$KB_1 = B_1P = PD = KD$.

Тому KB_1PD — ромб за означенням.



4) $AK \parallel DP$;

$AD \parallel KP$.

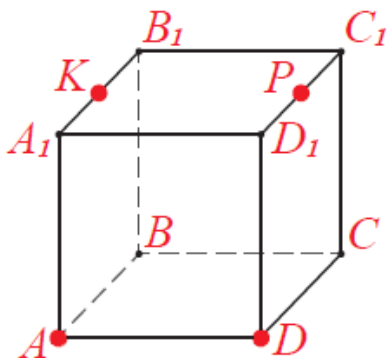
$AKPD$ — паралелограм за означенням.

$\angle ADP = 90^\circ$ (DD_1 — перпендикуляр до площини основи $ABCD$);

PD — похила;

DM — проекція PD на площину основи.

$AD \perp PD$ за теоремою про три перпендикуляри. Отже, $AKPD$ — прямокутник за означенням.



Знайдіть значення похідної функції $f(x) = \sqrt{10 - 3x}$ у точці $x_0 = -2$.

Ви відповіли правильно: $-0,375$

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$f(x) = \sqrt{10 - 3x};$$

$$f'(x) = \frac{(10 - 3x)'}{2\sqrt{10 - 3x}} = \frac{-3}{2\sqrt{10 - 3x}} = -\frac{3}{2\sqrt{10 - 3x}}.$$

$$\begin{aligned} f'(x_0) = f'(-2) &= -\frac{3}{2\sqrt{10 - 3 \cdot (-2)}} = -\frac{3}{2\sqrt{10 + 6}} = -\frac{3}{2\sqrt{16}} = \\ &= -\frac{3}{2 \cdot 4} = -\frac{3}{8} = -0,375. \end{aligned}$$

4 кг огірків і 5 кг помідорів коштували 44 гривні. Після того як огірки подорожчали на 50 %, а помідори подешевшали на 40 % за 4 кг огірків і 5 кг помідорів заплатили 39 гривень. Знайдіть початкову вартість x одного кілограма огірків і початкову вартість y одного кілограма помідорів. У відповідь запишіть суму $x + y$ (у грн).

Ви відповіли правильно: 9,5

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$(4x)$ грн — початкова вартість 4 кг огірків;

$(5y)$ грн — початкова вартість 5 кг помідорів.

$$4x + 5y = 44.$$

$(1,5x)$ грн — вартість 1 кг огірків після подорожчання.

$(0,6y)$ грн — вартість 1 кг помідорів після подешевшання.

$4 \cdot 1,5x = 6x$ (грн) — вартість 4 кг огірків після подорожчання.

$5 \cdot 0,6y = 3y$ (грн) — вартість 5 кг помідорів після подешевшання.

$$6x + 3y = 39, \text{ тобто, } 2x + y = 13.$$

Складемо систему двох рівнянь.

$$\begin{cases} 4x + 5y = 44, \\ 2x + y = 13. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 5(13 - 2x) = 44, \\ y = 13 - 2x. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 65 - 10x = 44, \\ y = 13 - 2x. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x = 21, \\ y = 13 - 2x. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{21}{6} = 3\frac{3}{6} = 3\frac{1}{2} = 3,5, \\ y = 13 - 2 \cdot 3,5 = 13 - 7 = 6. \end{cases}$$

Отже, початкова вартість 1 кг огірків — 3,5 грн; початкова вартість 1 кг помідорів — 6 грн.

$$3,5 + 6 = 9,5 \text{ (грн)}.$$

31

Обчисліть $\log_{32} 8 - 3^{\frac{2}{\log_7 3}}$.

Ви відповіли правильно: -48,4

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{aligned} \log_{32} 8 - 3^{\frac{2}{\log_7 3}} &= \log_{32} 2^3 - 3^{2 \log_3 7} = \frac{3}{5} \log_2 2 - 3^{\log_3 7^2} = \frac{3}{5} - 3^{\log_3 49} = \\ &= \frac{3}{5} - 49 = 0,6 - 49 = -48,4. \end{aligned}$$

32

Функцію $y = x^4 + 2x - 3$, визначену на множині всіх дійсних чисел, подайте у вигляді $y = f(x) + g(x)$, де $f(x)$ — парна функція, $g(x)$ — непарна функція. У відповідь запишіть значення виразу $f(-1) - 4 \cdot g(3)$.

Ви відповіли правильно: -26

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Функції $f(x) = x^4 - 3$; $g(x) = 2x$ визначені на множині всіх дійсних чисел.

$$f(-x) = (-x)^4 - 3 = x^4 - 3 = f(x).$$

$$g(-x) = 2(-x) = -2x = -g(x).$$

Отже, $f(x)$ — парна функція, $g(x)$ — непарна функція.

$$f(-1) - 4g(3) = (-1)^4 - 3 - 4 \cdot 2 \cdot (3) = 1 - 3 - 24 = -26.$$

33

Розв'яжіть рівняння $\frac{2 \cos x + 1}{\sqrt{27 + 6x - x^2}} = 0$. У відповідь запишіть *кількість* усіх його коренів. Якщо рівняння має безліч коренів, то у відповідь запишіть число 100.

Ви відповіли правильно: 4

Бали: 2 із 2

$$\frac{2 \cos x + 1}{\sqrt{27 + 6x - x^3}} = 0.$$

$$\begin{cases} 2 \cos x + 1 = 0, \\ 27 + 6x - x^2 > 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2}, \\ x^2 - 6x - 27 < 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi, \\ x \in (-3; 9). \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} x = -\frac{2\pi}{3}, \\ x = \frac{2\pi}{3}, \\ x = \frac{4\pi}{3}, \\ x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi = \frac{2\pi + 6\pi}{3} = \frac{8\pi}{3}. \end{array} \right.$$

Маємо 4 корені.

34

Точки K і L середини сторін AB і AD паралелограма $ABCD$ (див. рисунок). Знайдіть площу п'ятикутника $KBCDL$ (у см^2), якщо площа паралелограма $ABCD$ дорівнює 24 см^2 .



Ви відповіли правильно: 21

Бали: 2 із 2

1) Опустимо з точок K і B перпендикуляри KH і BP на сторону AD .

2) $\triangle AKH \sim \triangle ABP$ за двома кутами ($\angle AHK = \angle APB = 90^\circ$, $\angle A$ — спільний).

$$\text{Тоді } \frac{KH}{BP} = \frac{AK}{AB} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Тобто, } KH = \frac{1}{2}BP.$$

3) Площа $\triangle AKL$:

$$S_{AKL} = \frac{1}{2} KH \cdot AL.$$

Площа паралелограма $ABCD$:

$$4) S_{ABCD} = AD \cdot BP = 2AL \cdot 2KH = 4 \cdot KH \cdot AL = \\ = 8 \cdot \frac{1}{2} KH \cdot AL = 8 \cdot S_{AKL} = 24 \text{ (см}^2\text{)}.$$

$$\text{Тоді } S_{AKL} = \frac{24}{8} = 3 \text{ (см}^2\text{)}.$$

5) Площа п'ятикутника $KBCDL$:

$$S_{KBCDL} = S_{ABCD} - S_{AKL} = 24 - 3 = 21 \text{ (см}^2\text{)}.$$

35

Знайдіть *найбільше* значення параметра a , при якому рівняння $|x^2 - 3|x| - 4| = a$ має тільки чотири корені. Якщо такого значення a не існує, то у відповідь запишіть число 100.

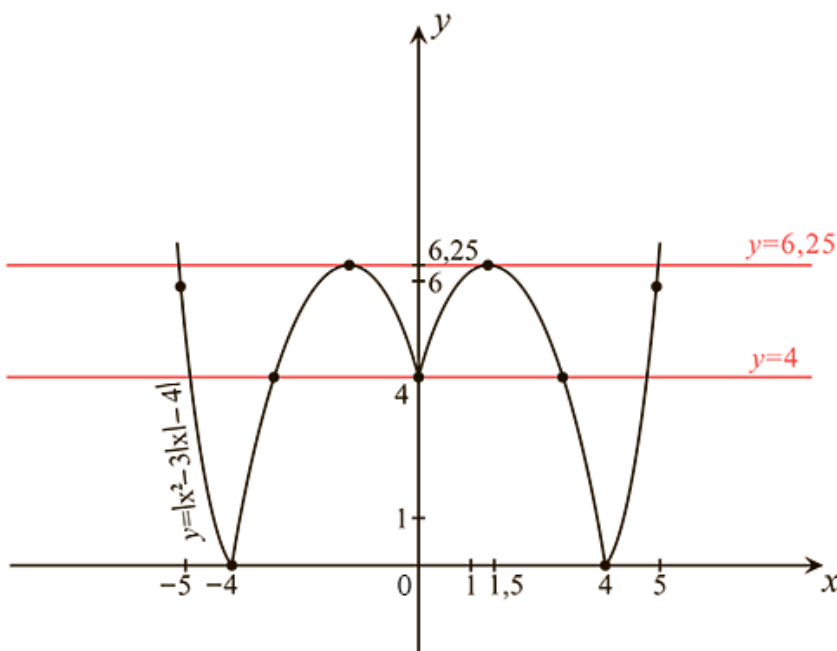
Ви відповіли правильно: 6,25

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$|x^2 - 3|x| - 4|, y = a.$$

Побудуємо в одній системі координат графіки функцій $y = |x^2 - 3|x| - 4|$, $y = a$.



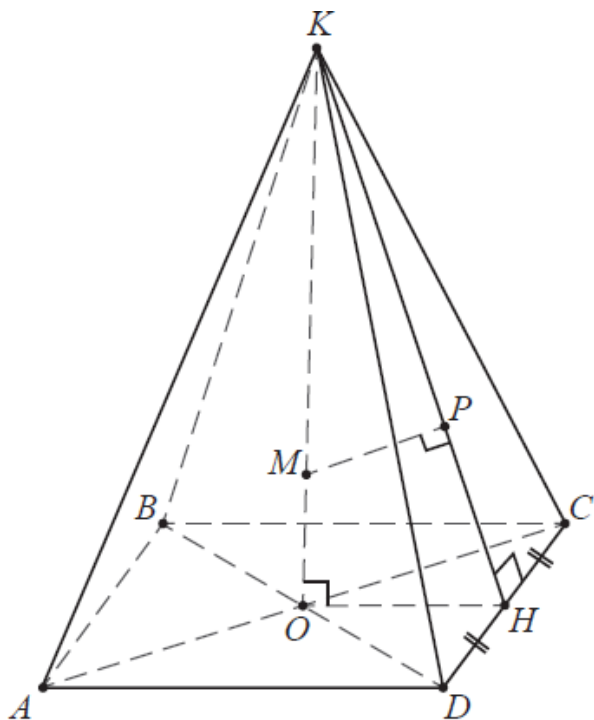
Графіком функції $y = a$ є множина прямих, паралельних осі Ox (або сама вісь Ox , якщо $a = 0$). Коренями заданого в умові рівняння є абсциси точок перетину графіків функцій $y = |x^2 - 3|x| - 4|$, $y = a$.

Отже, кількість коренів рівняння — це кількість одержаних точок перетину. Бачимо, що найбільшим значенням параметра a , за якого маємо 4 точки перетину, є число 6,25.

36

У правильному чотирикутну піраміду вписано сферу, площа якої дорівнює $36\pi \text{ см}^2$. Бічна грань піраміди нахилена до площини її основи під кутом 60° . Знайдіть об'єм піраміди (у см^3).

[Приховати пояснення](#)



Нехай задано правильну чотирикутну піраміду $KABCD$. Значить, $ABCD$ — квадрат. Точка O — точка перетину діагоналей квадрата. KO — висота піраміди.

1) Проведемо апофему KH бічної грані KDC . $KH \perp DC$, $DH = HC$.

Маємо, що KO — перпендикуляр до площини основи, KH — похила, OH — її проекція на площину основи.

Тоді $OH \perp DC$ за теоремою про три перпендикуляри.

Тоді $\angle KHO$ — це кут нахилу бічної грані до площини основи (за означенням).

За умовою $\angle KHO = 60^\circ$.

2) В піраміду вписано сферу. Її центр знаходиться на висоті KH . Покажемо це.

а) В трикутнику KDH ($\angle O = 90^\circ$) на катеті KO візьмемо точку M так, щоб $MO = MP$, де MP — перпендикуляр, опущений з точки M на гіпотенузу KH .

$MO \perp (ABC)$.

б) Розглянемо площини KDC , KOH і пряму DC .

$DC \perp OH$, $DC \perp KH$, тому $DC \perp (KOH)$ за ознакою перпендикулярності прямої і площини.

Площина KDC містить пряму DC , перпендикулярну до площини KOH . Тому $(KDC) \perp (KOH)$ за ознакою перпендикулярності площин.

в) KH — лінія перетину площин KDC і KOH , MP належить площині KOH , $MP \perp KH$. Тому $MP \perp (KDC)$.

г) Отже, MP — відстань від точки M до площини KDC ; MO — відстань від точки M до площини ABC за означенням відстані від точки до площини. Крім того, $MP = MO$.

д) Тепер проведемо в трикутниках KBC , KAB , KAD апофеми KL , KN , KZ відповідно.

Тоді OL , ON , OZ — відповідно їх проекції на площину основи. Трикутники KOL , KON , KOZ — прямокутні ($\angle O = 90^\circ$).

$\angle KLO = \angle KNO = \angle KZO = \angle KHO = 60^\circ$.

$\Delta KLO = \Delta KNO = \Delta KZO = \Delta KHO$ як прямокутні зі спільним катетом KO і гострим кутом

60° .

В кожному з трикутників KLO , KNO і KZO з точки M опустимо перпендикуляри на гіпотенузу. За доведеним вище довжини цих перпендикулярів є відстанню від точки M до відповідних бічних граней. З рівності трикутників слідує, що довжини цих перпендикулярів рівні довжині відрізка MP .

е) Отже, точка M , яка лежить на висоті піраміди KO , рівновіддалена від граней піраміди. Тобто, вона є центром вписаної в піраміду сфери. $MP = MO = R$, де R — радіус сфери.

з) Площа поверхні сфери $S_{\text{сфери}} = 4\pi R^2$. За умовою $S_{\text{сфери}} = 36\pi$ (см²).

$$36\pi = 4\pi R^2, \text{ звідки } R^2 = 9, R = 3 \text{ см.}$$

Тобто, $MP = MO = 3$ см.

4) Повернемося до трикутника KOH ($\angle O = 90^\circ$).

В ньому $\angle OKH = 180^\circ - 90^\circ - \angle KHO = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

$\triangle KOH \sim \triangle KPM$ як прямокутні зі спільним кутом 30° . Крім того:

- з $\triangle KPM$ маємо, що $KM = 2MP = 2 \cdot 3 = 6$ (см), оскільки катет навпроти кута 30° вдвічі менший за гіпотенузу. За теоремою Піфагора

$$KM^2 = MP^2 + KP^2.$$

$$6^2 = 3^2 + KP^2.$$

$$KP^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27.$$

$$KP = 3\sqrt{3} \text{ см.}$$

- $KO = KM + MO = 6 + 3 = 9$ см.

Складемо співвідношення.

$$\frac{MP}{OH} = \frac{KP}{KO};$$

$$\frac{3}{OH} = \frac{3\sqrt{3}}{9};$$

$$OH = \frac{3 \cdot 9}{3\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3} \text{ (см)}.$$

5) $\triangle OHD$ — прямокутний ($\angle H = 90^\circ$).

$\angle HDO = 45^\circ$ (бо діагоналі квадрата є бісектрисами його кутів). Тоді $\angle DOH = 45^\circ$ і $\triangle OHD$ — рівнобедрений за ознакою. $OH = HD = 3\sqrt{3}$ см.

$\triangle DOC$ — рівнобедрений за означенням: $DO = OC$ (бо діагоналі квадрата перетинаючись діляться навпіл). Значить, OH — медіана трикутника DOC за властивістю висоти рівнобедреного трикутника, проведеної до основи.

Тобто, $HD = HC$; $DC = 2HD = 2 \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ (см).

6) Площа основи $ABCD$:

$$S_{ABCD} = DC^2 = (6\sqrt{3})^2 = 36 \cdot 3 = 108 \text{ (см}^2\text{)}.$$

7) Об'єм піраміди:

$$V_{\text{піраміди}} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot KO = \frac{1}{3} \cdot 108 \cdot 9 = 108 \cdot 3 = 324 \text{ (см}^3\text{)}.$$

