

Тест ЗНО з математики. |

Результат

100% :)

Тестовий бал ?

53 із 53

Рейтинговий бал ?

200.0

Витрачено часу: 4 хвилини

[Ще раз](#) [Інший варіант](#) [Статистика](#)

Поділитися...

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34
35 36

1

Розв'яжіть нерівність $10 - 3x > 4$.

- ☐ А $(-2; +\infty)$
- ☐ Б $(2; +\infty)$
- ☐ В $(-3; +\infty)$
- ☐ Г $(-\infty; -2)$
- ☒ Д $(-\infty; 2)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$10 - 3x > 4;$
 $3x < 10 - 4;$
 $3x < 6;$
 $x < 2.$

2

Обчисліть $\frac{5}{9} \cdot 0,3$.

☒ А $\frac{1}{6}$

☐ Б $\frac{5}{3}$

☐ В $\frac{1}{8}$

☐ Г $\frac{8}{19}$

☐ Д $\frac{1}{30}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{5}{9} \cdot 0,3 = \frac{5}{9} - \frac{3}{10} = \frac{1}{3 \cdot 2} = \frac{1}{6}.$$

3

За видачу свідоцтва про право на спадщину стягується державне мито в розмірі 0,5 % від вартості майна, що успадковується. Скільки державного мита повинен сплатити спадкоємець, якщо вартість майна, що успадковується, становить 32 000 грн?

☐ А 16 грн

☐ Б 64 грн

☒ В 160 грн

☐ Г 320 грн

☐ Д 1600 грн

Ви відповіли правильно

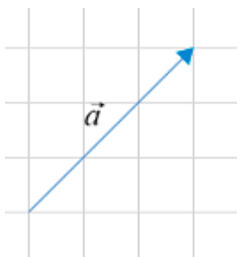
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

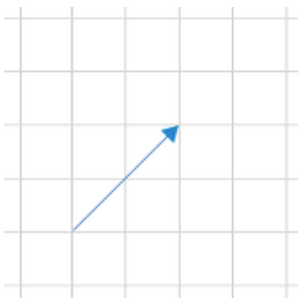
$$32000 \cdot 0,005 = 32 \cdot 5 = 160 \text{ (грн)}.$$

4

На рисунку зображено вектор $\vec{a}$. Який із наведених векторів дорівнює вектору $-\frac{2}{3}\vec{a}$?



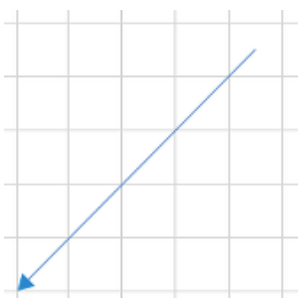
А



Б



В



Г



Д



[Приховати пояснення](#)

Напрямок вектора $-\frac{2}{3}\vec{a}$ протилежний до напрямку вектора $\vec{a}$. Тобто, беремо до уваги лише вектори на рисунках **Б**, **В**, **Д**.

Довжина вектора $\vec{a}$ дорівнює довжині діагоналей трьох клітинок з рисунка. Значить, довжина вектора $-\frac{2}{3}\vec{a}$ дорівнює довжині двох діагоналей клітинок з рисунка. Тобто, вектору $-\frac{2}{3}\vec{a}$ рівний вектор на рисунку **Д**.

5

Спростіть вираз $\frac{b^2 \cdot b^{10}}{b^4}$, де $b \neq 0$.

☐ **А** b^{16}

☒ **Б** b^8

☐ **В** b^5

☐ **Г** b^4

☐ **Д** b^3

Ви відповіли правильно

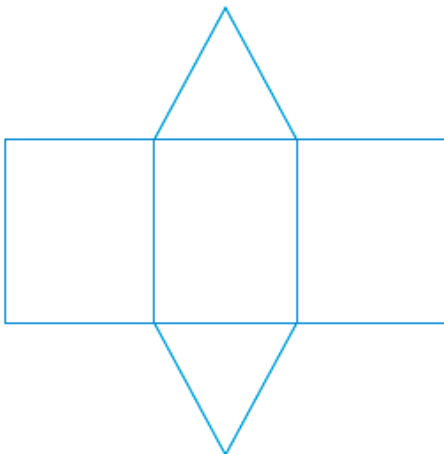
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{b^2 \cdot b^{10}}{b^4} = \frac{b^{2+10}}{b^4} = \frac{b^{12}}{b^4} = b^{12-4} = b^8.$$

6

На рисунку зображено розгортку многогранника. Визначте кількість його вершин.



☐ А 10

☐ Б 9

☐ В 8

☒ Г 6

☐ Д 5

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Це розгортка трикутної призми. Отже, в неї 6 вершин.

7

Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $2^x = \frac{1}{8}$?

☐ А $(-6; -4]$

☒ Б $(-4; -2]$

☐ В $(-2; 0]$

☐ Г $(0; 2]$

☐ Д $(2; 4]$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{aligned} 2^x &= \frac{1}{8}; \\ 2^x &= 2^{-3}; \\ x &= -3. \end{aligned}$$

Число -3 належить проміжку $(-4; -2]$.

8

Сума градусних мір двох кутів паралелограма дорівнює 150° . Знайдіть градусну міру більшого кута паралелограма.

- ☐ А 75°
- ☐ Б 95°
- ☒ В 105°
- ☐ Г 115°
- ☐ Д 120°

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Сума сусідніх кутів паралелограма 180° . Отже, в умові йдеться про протилежні кути паралелограма. Вони рівні, тому $150^\circ : 2 = 75^\circ$.

Отже, це гострі кути. Тоді величина тупих кутів паралелограма:

$$180^\circ - 75^\circ = 105^\circ.$$

9

Обчисліть $\log_3 18 - \log_3 2$.

- ☒ А 2
- ☐ Б 3
- ☐ В $\log_3 16$
- ☐ Г 6
- ☐ Д 9

Ви відповіли правильно

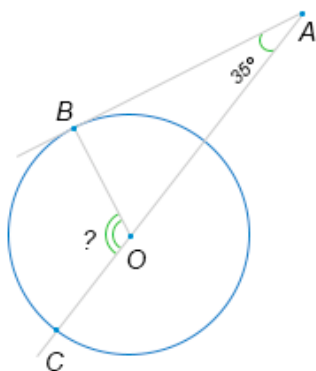
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\log_3 18 - \log_3 2 = \log_3 \frac{18}{2} = \log_3 9 = \log_3 3^2 = 2 \log_3 3 = 2 \cdot 1 = 2.$$

10

До кола проведено дотичну AB (B — точка дотику) та січну AC , що проходить через центр O кола (див. рисунок). Знайдіть градусну міру кута COB , якщо $\angle OAB = 35^\circ$.



- ☐ А 105°
- ☐ Б 115°
- ☐ В 120°
- ☒ Г 125°
- ☐ Д 145°

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Дотична AB перпендикулярна до радіуса OB , тобто, $\angle ABO = 90^\circ$.

Сума кутів трикутника 180° , тому з $\triangle ABO$ маємо:

$$\angle BOA = 180^\circ - 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ.$$

$\angle COB$ — суміжний з $\angle BOA$. Сума суміжних кутів 180° . Тому

$$\angle COB = 180^\circ - \angle BOA = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ.$$

11

У саду ростуть 60 дерев: 28 яблунь, 20 вишень і 12 абрикос. На одній із діаграм правильно зображено розподіл дерев у саду. Укажіть цю діаграму.



– яблуні



– вишні



– абрикоси



Ви відповіли правильно

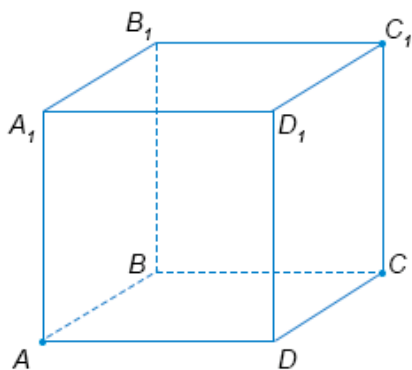
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

На половину круга діаграми припадає 30 дерев, на чверть круга — 15 дерев. Тому частина діаграми, позначена білим кольором, є найменшою. Вона є меншою за чверть круга. Частина діаграми, позначена фіолетовим кольором, є більшою за чверть круга, але меншою за половину круга. Відповідно синя частина діаграми найбільша, хоча є меншою за половину круга. Цим умовам відповідає діаграма **(Д)**.

12

На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Перерізом куба площиною, що проходить через точки A, C, C_1 , є



- ☐ А прямокутний трикутник
- ☐ Б рівносторонній трикутник
- ☒ В прямокутник
- ☐ Г ромб
- ☐ Д трапеція

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Прямі AA_1 і CC_1 паралельні, отже, містяться в одній площині. Це площина ACC_1A_1 . Тобто, перерізом куба є чотирикутник ACC_1A_1 . Ребра куба паралельні і рівні, тобто, $AA_1 \parallel CC_1$, $AA_1 = CC_1$. За ознакою паралелограма ACC_1A_1 — паралелограм. Ребра куба перпендикулярні до основ. Значить, $CC_1 \perp AC$, тобто, кут ACC_1 — прямий. Тоді ACC_1A_1 — прямокутник за означенням. Значить, перерізом куба, що проходить через точки A, C, C_1 , є прямокутник.

13

Спростіть вираз $(1 - \cos^2 \alpha) \operatorname{ctg}^2 \alpha$.

- ☒ А $\cos^2 \alpha$
- ☐ Б $\sin 2\alpha$
- ☐ В $\frac{\sin^4 \alpha}{\cos^2 \alpha}$
- ☐ Г $\sin^2 \alpha$
- ☐ Д $\operatorname{tg}^2 \alpha$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$(1 - \cos^2 \alpha) \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha = \sin^2 \alpha \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \cos^2 \alpha.$$

14

Обчисліть площу сфери, діаметр якої дорівнює 12 см.

- ☐ А $36\pi \text{ см}^2$
- ☐ Б $72\pi \text{ см}^2$
- ☒ В $144\pi \text{ см}^2$
- ☐ Г $288\pi \text{ см}^2$
- ☐ Д $576\pi \text{ см}^2$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Площа сфери обчислюється за формулою $S_{\text{сфери}} = 4\pi r^2$, де r — радіус сфери.

$r = \frac{d}{2}$, де d — діаметр сфери.

$$\text{Тоді } S_{\text{сфери}} = 4\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{4\pi d^2}{4} = \pi d^2 = \pi \cdot 12^2 = 144\pi \text{ (см}^2\text{)}.$$

15

Пасічник зберігає мед в однакових закритих металевих бідонах. Їх у нього дванадцять: у трьох бідонах міститься квітковий мед, у чотирьох — мед із липи, у п'яти — мед із гречки. Знайдіть імовірність того, що перший навмання відкритий бідон буде містити квітковий мед.

- ☒ А $\frac{1}{4}$
- ☐ Б $\frac{5}{12}$
- ☐ В $\frac{1}{12}$
- ☐ Г $\frac{3}{4}$
- ☐ Д $\frac{1}{3}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

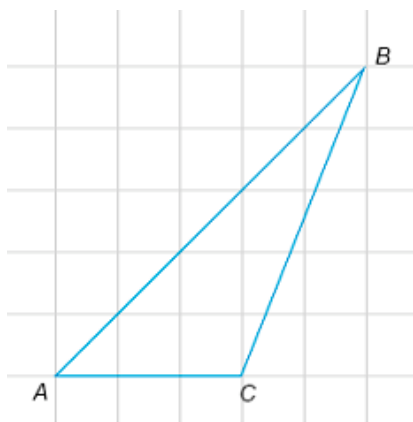
[Приховати пояснення](#)

Сприятливих подій, тобто, відкривання бочки з квітковим медом, може бути 3, бо маємо 3 бідони з квітковим медом. Всього подій, тобто, відкривання бідона з медом, може бути 12, бо маємо $3 + 4 + 5 = 12$ бідонів. Ймовірність того, що перший навімання відкритий бідон буде з квітковим медом:

$$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}.$$

16

На папері у клітинку зображено трикутник ABC , вершини якого збігаються з вершинами клітинок (див. рисунок). Знайдіть площу трикутника ABC , якщо кожна клітинка є квадратом зі стороною завдовжки 1 см.



- ☐ А 15 см^2
- ☐ Б $8,5 \text{ см}^2$
- ☐ В 8 см^2
- ☒ Г $7,5 \text{ см}^2$
- ☐ Д 7 см^2

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$AC = 3$ см. Висота, проведена до сторони AC , дорівнює 5 см. Тоді площа трикутника ABC : $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ (см}^2\text{)}.$

17

Знайдіть значення похідної функції $f(x) = 4 \cos x + 5$ у точці $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

☒ А -4

☐ Б -1

☐ В 1

☐ Г 4

☐ Д 5

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$f'(x) = (4 \cos x + 5)' = (4 \cos x)' + 5' = 4(\cos x)' + 0 = 4 \cdot (-\sin x) = -4 \sin x;$$

$$f'(x_0) = f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -4 \sin \frac{\pi}{2} = -4 \cdot 1 = -4.$$

18

Довжина кола основи конуса дорівнює 8π см. Знайдіть довжину твірної конуса, якщо його висота дорівнює 3 см.

☐ А 11 см

☐ Б 10 см

☐ В 7 см

☒ Г 5 см

☐ Д 4 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Довжина кола $2\pi r$, де r — радіус кола. $2\pi r = 8\pi$, звідки $r = 4$ см. Висота конуса перпендикулярна до основи. Тоді трикутник, утворений радіусом r , висотою h і твірною l , є прямокутним. За теоремою Піфагора:

$$l^2 = r^2 + h^2; l^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25;$$
$$l = 5 \text{ см.}$$

19

Якому з наведених проміжків належить число $\sqrt[4]{30}$

☐ А (1; 2)

☒ Б (2; 3)

☐ В (3; 4)

☐ Г (4; 5)

☐ Д (5; 6)

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

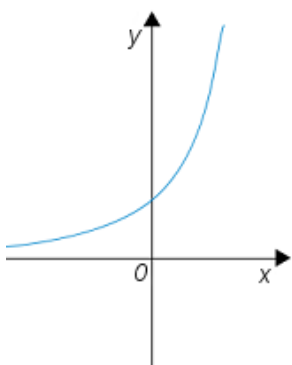
$\sqrt[4]{16} < \sqrt[4]{30} < \sqrt[4]{81}$, тобто, $\sqrt[4]{2^4} < \sqrt[4]{30} < \sqrt[4]{3^4}$, $2 < \sqrt[4]{30} < 3$.

Отже, це проміжок (2; 3).

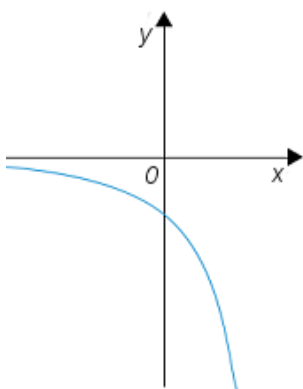
20

На одному з рисунків зображено ескіз графіка функції $y = 3^{-x}$. Укажіть цей рисунок.

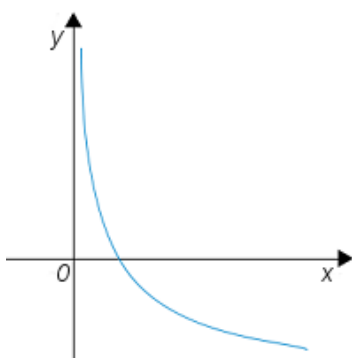
А



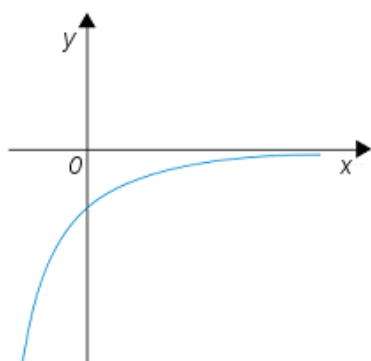
Б



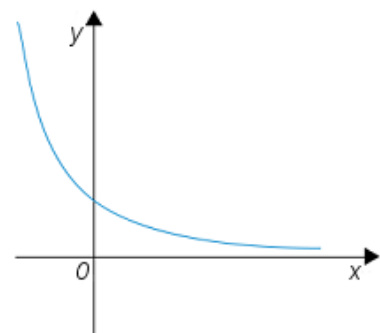
В



Г

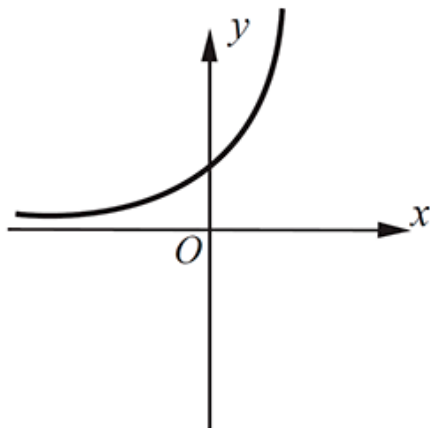


Д



[Приховати пояснення](#)

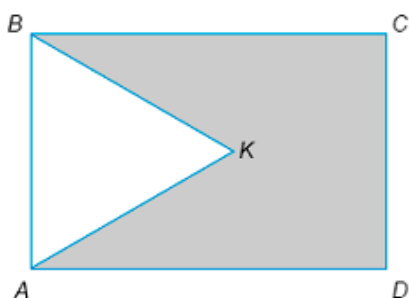
Графік функції $y = f(-x)$ симетричний графіку функції $y = f(x)$ відносно осі Oy . Ескіз графіка функції $y = 3^x$:



Тоді ескіз графіка функції $y = 3^{-x}$ зображено на рисунку **Д**.

21

На рисунку зображено прямокутник $ABCD$ і рівносторонній трикутник ABK , периметри яких відповідно дорівнюють 20 см і 12 см. Знайдіть периметр п'ятикутника $AKBCD$.



- ☐ **А** 23 см
- ☒ **Б** 24 см
- ☐ **В** 26 см
- ☐ **Г** 28 см
- ☐ **Д** 32 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$AB = BK = AK$, тоді периметр трикутника ABK : $P_{ABK} = AB + BK + AK = 3AB = 12$ см, звідки $AB = 12 : 3 = 4$ (см).

$AB = CD$, $BC = AD$, тоді периметр прямокутника $ABCD$:

$$P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 2(AB + BC) = 2(4 + BC) = 20 \text{ (см)}.$$

$$4 + BC = 10;$$

$$BC = 10 - 4 = 6 \text{ (см)}.$$

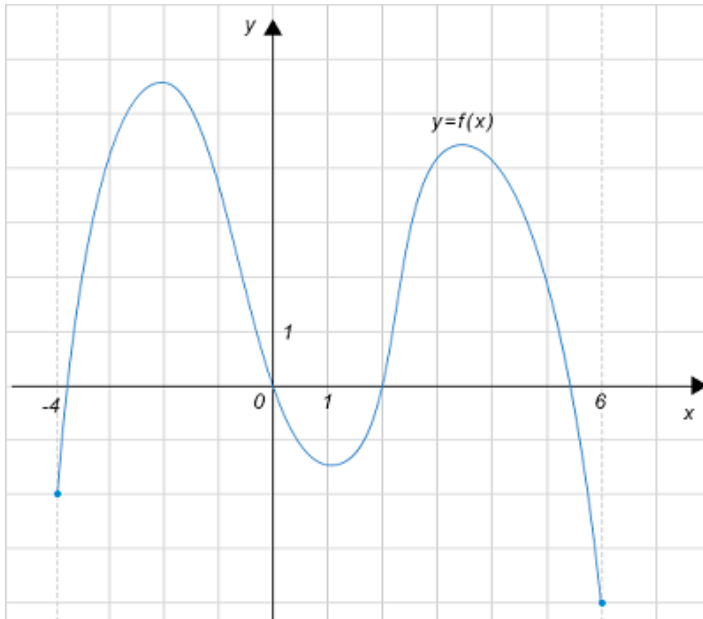
Тоді периметр п'ятикутника $AKBCD$:

$$P_{AKBCD} = AK + BK + BC + CD + AD = 3AB + 2BC = 3 \cdot 4 + 2 \cdot 6 = 12 + 12 = 24;$$

$$P_{AKBCD} = 24 \text{ см}.$$

22

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, яка визначена на відрізку $[-4; 6]$. Скільки всього коренів має рівняння $f(x) = x$ на цьому відрізку?



- ☐ А жодного
- ☐ Б один
- ☐ В два
- ☒ Г три
- ☐ Д чотири

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Коренями рівняння $f(x) = x$ є абсциси точок перетину графіка функції $y = f(x)$ з прямою $y = x$, яка є бісектрисою 1 і 3 координатних чвертей прямокутної системи координат.

Бачимо з рисунка, що таких точок буде три.

23

Студенти однієї з груп під час сесії повинні скласти п'ять іспитів. Заступнику декана потрібно призначити складання цих іспитів на п'ять визначених дат. Скільки всього існує різних варіантів розкладу іспитів для цієї групи?

- ☐ А 5
- ☐ Б 25
- ☐ В 60
- ☒ Г 120
- ☐ Д 240

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Пеши́м іспито́м можна постави́ти будь-який з п'яти предметів, други́м — будь-який з чотирьох, що залишилися, тре́тій — будь-який з трьох предметів, що залишилися після перших двох іспитів. Аналогі́чно четверти́й іспит можна обрати́ з двох предметів. Тоді́ для 5-го іспиту залиши́ться один предмет.

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5! = 120.$$

Отже, існує 120 різних варіантів розкладу іспитів.

24

Цеглина має форму прямокутного паралелепіпеда з вимірами 25 см, 12 см, 6,5 см. Знайдіть масу m цеглини. (Для знаходження маси цеглини скористайтесь формулою $m = \rho V$, де V — об'єм, $\rho = 1,8 \text{ г/см}^3$ — густина цегли.)

- ☐ А 5,31 кг
- ☒ Б 3,51 кг
- ☐ В 3,5 кг
- ☐ Г 3,41 кг
- ☐ Д 3 кг

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

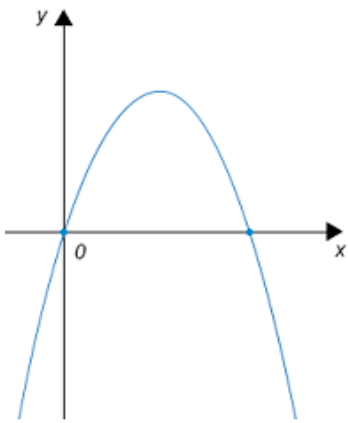
Об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює добутку його вимірів.

$$V = 25 \cdot 12 \cdot 6,5 = 25 \cdot 6 \cdot 13 = 150 \cdot 13 = 1950 \text{ (см}^3\text{)};$$

$$m = \rho V = 1,8 \cdot 1950 = 18 \cdot 195 = 3150 \text{ (г)} = 3,15 \text{ (кг)}.$$

25

На рисунку зображено ескіз графіка функції $y = ax^2 + bx + c$. Укажіть правильне твердження щодо коефіцієнтів a , b , c .



А $\begin{cases} a < 0, \\ b < 0, \\ c = 0 \end{cases}$

Б $\begin{cases} a > 0, \\ b < 0, \\ c > 0 \end{cases}$

В $\begin{cases} a > 0, \\ b > 0, \\ c = 0 \end{cases}$

Г $\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c < 0 \end{cases}$

Д $\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c = 0 \end{cases}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Графіком функції $y = ax^2 + bx + c$ є парабола. Її вітки направлені вниз, отже, $a < 0$. Ця парабола проходить через початок координат — точку $(0; 0)$.

Підставимо координати $x = 0, y = 0$ в рівняння параболи:

$$0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c.$$

Отже, $c = 0$.

Абсциса вершини параболи додатня.

$$x_{\text{вершини}} = -\frac{b}{2a}, \text{ тоді } -\frac{b}{2a} > 0. \text{ Оскільки } a < 0, \text{ то } b > 0.$$

Отже, правильним є твердження **Д**: $\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c = 0. \end{cases}$

Установіть відповідність між числом (1–4) та множиною, до якої воно належить (А–Д).

Число

- 1 -8
- 2 23
- 3 $\sqrt{16}$
- 4 $1,7$

Множина

- А множина парних натуральних чисел
- Б множина цілих чисел, що не є натуральними числами
- В множина раціональних чисел, що не є цілими числами
- Г множина ірраціональних чисел
- Д множина простих чисел

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☒	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☒
3	☒	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☒	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

- 1) -8 є цілим від'ємним числом, тобто, воно не є натуральним.
- 2) Число 23 має лише два дільники. Це 1 і 23 . Тобто, число 23 — просте.
- 3) $\sqrt{16} = 4$. Число 4 є натуральним. Крім того, 4 ділиться націло на 2 , тобто, воно є парним.
- 4) Число $1,7$ — раціональне, але не ціле.

Установіть відповідність між функціями, заданими формулами (1–4), та їхніми властивостями (А–Д).

Функція

- 1 $y = x^3$
- 2 $y = \cos x$
- 3 $y = \operatorname{tg} x$
- 4 $y = \log_{0,2} x$

Властивість функції

- А областю визначення функції є проміжок $[0; +\infty)$
- Б функція спадає на інтервалі $(0; +\infty)$
- В функція зростає на інтервалі $(-\infty; +\infty)$
- Г парна функція
- Д періодична функція з найменшим додатним періодом $T = \pi$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☒	☐	☐
2	☐	☐	☐	☒	☐
3	☐	☐	☐	☐	☒
4	☐	☒	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

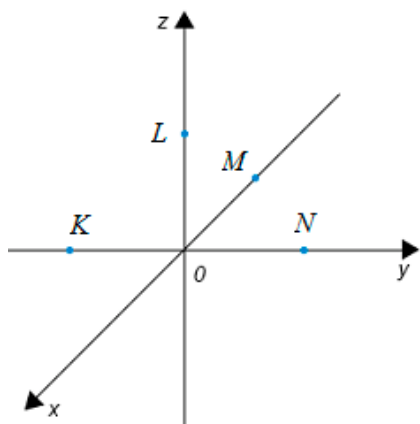
Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

№ з\п	Функція	Область визначення	Проміжки спадання	Проміжки зростання	Парність	Періодичність
1	$y = x^3$	$\mathbb{R}$	—	$\mathbb{R}$	Непарна	Неперіодична
2	$y = \cos x$	$\mathbb{R}$	$(2\pi n; \pi + 2\pi n),$ $n \in \mathbb{Z}$	$(-\pi + 2\pi n; 2\pi n),$ $n \in \mathbb{Z}$	Парна	Періодична з найменшим додатним періодом $T = 2\pi$
3	$y = \operatorname{tg} x$	$\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n\right) \cup$ $\left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right),$ $n \in \mathbb{Z}$	—	$\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n\right) \cup$ $\left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right),$ $n \in \mathbb{Z}$	Непарна	Періодична з найменшим додатним періодом $T = \pi$
4	$y = \log_{0,2} x$	$(0; +\infty)$	$(0; +\infty)$	—	Ні парна, ні непарна	Неперіодична

28

На рисунку зображено прямокутну систему координат у просторі, на осях якої позначено точки K , L , M , N . Установіть відповідність між точками K , L , M , N (1–4) та їхніми можливими координатами (А–Д).



Точка

- 1 K
- 2 L
- 3 M
- 4 N

Координати точки

- А $(-3; 0; 0)$
- Б $(0; -3; 0)$
- В $(0; 0; -3)$
- Г $(0; 0; 3)$
- Д $(0; 3; 0)$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☒	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☒	☐

3



4



Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

Точка на осі Oy має координати $(0; y; 0)$. Якщо ця точка знаходиться на додатній півосі, то $y > 0$; якщо на від'ємній, то $y < 0$.

Точка N знаходиться на додатній півосі осі Oy . Значить, її можливі координати — $(0; 3; 0)$.

Точка K знаходиться на від'ємній півосі осі Oy . Тому її можливі координати — $(0; -3; 0)$.

Точка на осі Ox має координати $(x; 0; 0)$. Так як точка M знаходиться на від'ємній півосі осі Ox , то її можливі координати — $(-3; 0; 0)$.

Точка на осі Oz має координати $(0; 0; z)$. Точка L знаходиться на додатній півосі осі Oz , тому її можливі координати — $(0; 0; 3)$.

29

Знайдіть значення виразу $\frac{m+4}{m^2-6m+9} \cdot \frac{2m-6}{m^2-16} - \frac{2}{m-4}$, якщо $m = 4,25$.

Ви відповіли правильно: $-1,6$

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{aligned} \frac{m+4}{m^2-6m+9} \cdot \frac{2m-6}{m^2-16} - \frac{2}{m-4} &= \frac{m+4}{(m-3)^2} \cdot \frac{2(m-3)}{(m-4)(m+4)} - \frac{2}{m-4} = \\ &= \frac{2}{(m-3)(m-4)} - \frac{2}{m-4} = \frac{2-2(m-3)}{(m-3)(m-4)} = \frac{2-2m+6}{(m-3)(m-4)} = \frac{8-2m}{(m-3)(m-4)} = \\ &= \frac{-2(m-4)}{(m-3)(m-4)} = -\frac{2}{m-3} = \frac{2}{6-m}. \end{aligned}$$

Якщо $m = 4,25$, то

$$\frac{2}{6-m} = \frac{2}{6-4,25} = \frac{2}{1,75} = \frac{2}{1\frac{1}{4}} = -\frac{2}{\frac{5}{4}} = -\frac{2 \cdot 4}{5} = -\frac{8}{5} = -1\frac{3}{5} = -1,6.$$

30

Одним із мобільних операторів було запроваджено акцію “Довше розмовляєш — менше платиш” з такими умовами: плата за з'єднання відсутня; за першу хвилину розмови абонент сплачує 30 коп., а за кожну наступну хвилину розмови — на 3 коп. менше, ніж за попередню; плата за одинадцяту та всі наступні хвилини розмови не нараховується; умови дійсні для дзвінків абонентам усіх мобільних операторів країни. Скільки за умовами акції коштуватиме абоненту цього мобільного оператора розмова тривалістю 8 хвилин (у грн)?

[Приховати пояснення](#)

Розглянемо арифметичну прогресію (a_n) , в якій порядковий номер члена прогресії є порядковим номером хвилини розмови, а членами прогресії є вартість відповідної хвилини розмови. Всього в прогресії 8 членів. Тоді $a_1 = 30$ коп.

Різниця прогресії $d = -3$.

Сума перших n членів арифметичної прогресії обчислюється за формулою $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2}n$.

Тоді

$$S_8 = \frac{2 \cdot 30 + (-3)(8-1)}{2} \cdot 8 = \frac{60 - 3 \cdot 7}{2} \cdot 8 = (60 - 21) \cdot 4 = 39 \cdot 4 = 156 \text{ (коп)} = 1,56 \text{ (грн)}.$$

31

Знайдіть *кількість* усіх цілих розв'язків нерівності $\log_{1/4}(x^2 + 6x) \geq -2$. Якщо нерівність має безліч цілих розв'язків, то у відповідь запишіть число 100.

[Приховати пояснення](#)

$$\log_{1/4}(x^2 - 6x) \geq -2.$$

$$-2 = -2 \log_{1/4} \frac{1}{4} = \log_{1/4} \left(\frac{1}{4} \right)^{-2} = \log_{1/4} 4^2 = \log_{1/4} 16.$$

Тоді

$$\log_{1/4}(x^2 - 6x) \geq \log_{1/4} 16.$$

Ця нерівність рівносильна системі:

$$\begin{cases} x^2 - 6x > 0, \\ x^2 - 6x \leq 16. \end{cases}$$

Для розв'язання обох нерівностей скористаємось методом інтервалів. Для першої нерівності:

$$x^2 - 6x = x(x - 6) = 0;$$

$$\begin{cases} x = 0, \\ x = 6. \end{cases}$$



Маємо розв'язок першої нерівності:

$$(-\infty; 0) \cup (6; +\infty).$$

Перейдемо до другої нерівності. Знайдемо нулі квадратного тричлена $x^2 - 6x - 16$.

За теоремою, оберненою до теореми Вієта, $\begin{cases} x = 8, \\ x = -2. \end{cases}$ Тоді



Маємо розв'язок другої нерівності: $[-2; 8]$. Тоді система набере вигляду:

$$\begin{cases} x \in (-\infty; 0) \cup (6; +\infty), \\ x \in [-2; 8]. \end{cases}$$

Отже, $x \in [-2; 0) \cup (6; 8]$.

Цілі розв'язки: -2 ; -1 ; 7 ; 8 . Тобто, цілих розв'язків чотири.

32

Обчисліть інтеграл $\int_{-2}^1 (x^2 - 4x) dx$.

Ви відповіли правильно: 9

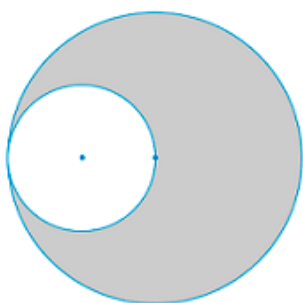
Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{aligned} \int_{-2}^1 (x^2 - 4x) dx &= \left(\frac{x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} \right) \Big|_{-2}^1 = \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 \right) \Big|_{-2}^1 = \\ &= \left(\frac{1}{3} - 2 \right) - \left(-\frac{8}{3} - 8 \right) = \frac{1}{3} - 2 + \frac{8}{3} + 8 = 6 + \frac{9}{3} = 6 + 3 = 9. \end{aligned}$$

33

Два кола дотикаються, причому менше з кіл проходить через центр більшого кола (див. рисунок). Знайдіть площу зафарбованої фігури (у см^2), якщо менше з кіл обмежує круг площею 64 см^2 .



Ви відповіли правильно: 192

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Площа круга обчислюється за формулою $S_{\text{круга}} = \pi r^2$, де r — радіус круга.

Радіус R більшого круга вдвічі більший за радіус r меншого круга. Площа зафарбованої частини рівна різниці площ більшого і меншого круга:

$$S_{\text{більшого круга}} - S_{\text{меншого круга}} = \pi R^2 - \pi r^2 =$$

$$= \pi(2r)^2 - \pi r^2 = 4\pi r^2 - \pi r^2 = 3\pi r^2 = 3 \cdot S_{\text{меншого круга}} = 3 \cdot 64 = 192 \text{ (см}^2\text{)}.$$

34

Розв'яжіть рівняння $||2x - 1| - 3| = 5$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше одного кореня, то у відповідь запишіть *добуток* усіх коренів.

Ви відповіли правильно: $-15,75$

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$||2x - 1| - 3| = 5.$$

$$\begin{cases} |2x - 1| - 3 = 5; \\ |2x - 1| - 3 = -5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} |2x - 1| = 8; \\ |2x - 1| = -2. \end{cases}$$

Оскільки модуль числа не може бути від'ємним, то друге рівняння розв'язків не має. Розв'яжемо перше рівняння сукупності:

$$|2x - 1| = 8;$$

$$\begin{cases} 2x - 1 = 8; \\ 2x - 1 = -8. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 9; \\ 2x = -7. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{9}{2}; \\ x = -\frac{7}{2}. \end{cases}$$

Знайдемо добуток коренів:

$$\frac{9}{2} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{63}{4} = -15\frac{3}{4} = -15,75.$$

35

Основою піраміди є ромб, гострий кут якого дорівнює 30° . Усі бічні грані піраміди нахилені до площини її основи під кутом 60° . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди (у см^2), якщо радіус кола, вписаного в її основу, дорівнює 3 см .

Ви відповіли правильно: 144

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)



KO — висота піраміди. В грані KCD проведемо висоту KL : $KL \perp CD$.

Аналогічно в гранях KBC , KAB , KAD проведемо висоти KP , KM , KH відповідно. Тоді $OP \perp BC$, $OM \perp AB$, $OH \perp AD$ і $\angle KPO$, $\angle KMO$, $\angle KHO$ — кути між відповідною бічною гранню і площиною основи.

Тоді $\Delta KLO = \Delta KPO = \Delta KMO = \Delta KHO$ як прямокутні ($\angle KOL = \angle KOP = \angle KOM = \angle KOH = 90^\circ$) зі спільним катетом KO і рівним гострим кутом 60° . Значить, $KL = KP = KM = KH$.

3 $\triangle KOL$ ($\angle KOL = 90^\circ$, $\angle KLO = 60^\circ$, $OL = 3$ cm):

В ромбі центр вписаного кола є точкою перетину його діагоналей. А діагоналі точкою перетину діляться навпіл. З точки B проведемо висоту BQ ромба: $BQ \perp CD$.

$$BQ = 2OL = 2 \cdot 3 = 6 \text{ (cm)}.$$

3 $\triangle BCQ$ ($\angle BQC = 90^\circ$, $\angle BCQ = 30^\circ$):

$$\frac{BQ}{BC} = \sin 30^\circ;$$

$$\frac{6}{BC} = \frac{1}{2};$$

$$BC = 12 \text{ см.}$$

Сторони ромба рівні, тому $AB = BC = CD = AD = 12$ см. Площа бічної поверхні піраміди є сумою площ її бічних граней:

$$S_{\text{бічної поверхні}} = S_{KDC} + S_{KBC} + S_{KAB} + S_{KAD} = \frac{1}{2}KL \cdot DC + \frac{1}{2}LP \cdot BC + \frac{1}{2}KM \cdot AB + \frac{1}{2}KH \cdot AD = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 12 = 2 \cdot 6 \cdot 12 = 144 \text{ (см}^2\text{)}.$$

36

Розв'яжіть систему

$$\begin{cases} 5 \cos \frac{\pi y}{2} = x^2 - 8x + 21, \\ y + 5x - 4 = 0 \end{cases}$$

Якщо система має єдиний розв'язок $(x_0; y_0)$, то у відповідь запишіть суму $x_0 + y_0$; якщо система має більше, ніж один розв'язок, то у відповідь запишіть кількість усіх розв'язків.

Ви відповіли правильно: -12

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{cases} 5 \cos \frac{\pi y}{2} = x^2 - 8x + 21, \\ y + 5x - 4 = 0. \end{cases}$$

$$1) -1 \leq \cos \frac{\pi y}{2} \leq 1, \text{ тому } -5 \leq 5 \cos \frac{\pi y}{2} \leq 5.$$

Значить, $-5 \leq x^2 - 8x + 21 \leq 5$. Одержимо систему:

$$\begin{cases} x^2 - 8x + 21 \leq 5, \\ x^2 - 8x + 21 \geq -5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 8x + 16 \leq 0, \\ x^2 - 8x + 26 \geq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - 4)^2 \leq 0, \\ x^2 - 8x + 26 \geq 0. \end{cases}$$

Квадрат числа — величина невід'ємна, тому зпершої нерівності маємо, що $x = 4$. Дискримінант квадратного тричлена $x^2 - 8x + 26$ від'ємний:

$D = 8^2 - 4 \cdot 26 = 64 - 104 = -40$, значить, друга нерівність справджується для всіх дійсних значень змінної x . Тоді система набуде вигляду:

$$\begin{cases} x = 4, \\ x \in R. \end{cases}$$

Звідки $x = 4$. Отже, рівняння $5 \cos \frac{\pi y}{2} = x^2 - 8x + 21$ має зміст лише при $x = 4$. Тоді воно набере вигляду

$$5 \cos \frac{\pi y}{2} = 5;$$

$$\cos \frac{\pi y}{2} = 1.$$

2) Розглянемо при $x = 4$ друге рівняння заданої в умові системи.

$$y + 5x - 4 = 0;$$

$$y + 5 \cdot 4 - 4 = 0;$$

$$y + 16 = 0; y = -16.$$

3) При $y = -16$ рівняння $\cos \frac{\pi y}{2} = 1$ є правильною рівністю:

$$\cos \frac{\pi y}{2} = \cos \frac{\pi \cdot (-16)}{2} = \cos \left(-\frac{16\pi}{2} \right) = \cos \frac{16\pi}{2} = \cos 8\pi = \cos 0 = 1.$$

Отже, розв'язком заданої в умові системи рівнянь є пара чисел $(x_0; y_0)$ таких, що $x_0 = 4, y_0 = -16$.

Їх сума — $x_0 + y_0 = 4 + (-16) = 4 - 16 = -12$.