

Тест ЗНО з математики.

Результат

100% :)

Тестовий бал ?

53 із 53

Рейтинговий бал ?

200.0

Витрачено часу: 3 хвилини

[Ще раз](#) [Інший варіант](#) [Статистика](#)

Поділитися...

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36

Молоко містить 3 % білків. Скільки всього білків (у г) міститься в 600 г молока?

1

- ☐ А 1,8 г
- ☒ Б 18 г
- ☐ В 20 г
- ☐ Г 180 г
- ☐ Д 200 г

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Знайдемо 3 % від 600 г.
 $600 \cdot 0,03 = 18$ (г).

Отже, 18 г білків міститься в 600 г молока.

Знайдіть координати вектора $\vec{AB}$, якщо $A(-2; 3)$, $B(-8; -5)$.

2

- ☐ А $\vec{AB}(6; 8)$
- ☐ Б $\vec{AB}(-10; -8)$
- ☐ В $\vec{AB}(-10; -2)$
- ☐ Г $\vec{AB}(-6; -2)$
- ☒ Д $\vec{AB}(-6; -8)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\overrightarrow{AB} (X_B - X_A; Y_B - Y_A);$$

$$\overrightarrow{AB} (-8 - (-2); -5 - 3);$$

$$\overrightarrow{AB} (-6; -8).$$

3

Задано геометричну прогресію (b_n) , для якої другий член $b_2 = 12$ і знаменник $q = -2$. Знайдіть b_1 .

- ☐ А 24
- ☐ Б 14
- ☐ В 10
- ☒ Г -6
- ☐ Д -24

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$b_2 = b_1 \cdot q;$$

$$12 = b_1 \cdot (-2);$$

$$b_1 = \frac{12}{-2} = -6.$$

4

Довжина кола дорівнює 16π см. Знайдіть площу круга, обмеженого цим колом.

- ☐ А $128\pi \text{ см}^2$
- ☒ Б $64\pi \text{ см}^2$
- ☐ В $32\pi \text{ см}^2$
- ☐ Г $16\pi \text{ см}^2$
- ☐ Д $8\pi \text{ см}^2$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Довжина кола l обчислюється за формулою: $l = 2\pi r$, де r - радіус кола.

Тоді: $16\pi = 2\pi r$; $r = 8$ см.

Площа круга S обчислюється за формулою: $S = \pi r^2$.

Тоді: $S = \pi \cdot 8^2 = 64\pi \text{ (см}^2\text{)}.$

5

Відомо, що $a < b$. Серед наведених нерівностей укажіть правильну нерівність.

- ☐ А $-2a < -2b$
- ☐ Б $\sqrt{2}a > \sqrt{2}b$
- ☐ В $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$
- ☐ Г $a - 4 > b - 4$
- ☒ Д $0,5 - a > 0,5 - b$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

- 1) $-2a < -2b$ Домножимо обидві частини нерівності на -2 . Одержимо $a > b$.
- 2) $\sqrt{2}a > \sqrt{2}b$. Поділимо обидві частини нерівності на $\sqrt{2}$. Одержимо $a > b$.
- 3) $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$. Домножимо обидві частини нерівності на 3. Одержимо $a > b$.

6

Обчисліть $\frac{1}{3} \cdot 5,8 + \frac{1}{3} \cdot 8,3$.

- ☐ А 3,7
- ☐ Б 4,07
- ☒ В 4,7
- ☐ Г 4,9
- ☐ Д 47

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{1}{3} \cdot 5,8 + \frac{1}{3} \cdot 8,3 = \frac{1}{3} (5,8 + 8,3) = \frac{1}{3} \cdot 14,1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{141}{10} = \frac{141}{3 \cdot 10} = \frac{47}{10} = 4,7.$$

7

Спростіть вираз $\sqrt[3]{\sqrt[4]{a^6}}$, якщо $a \geq 0$.

- ☐ А $\sqrt[3]{a^2}$
- ☒ Б $\sqrt{a}$
- ☐ В a^2
- ☐ Г $\sqrt[6]{a}$
- ☐ Д $\sqrt[7]{a^6}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Якщо $a > 0$, то: $\sqrt[3]{\sqrt[4]{a^6}} = \sqrt[3 \cdot 4]{a^6} = \sqrt[12]{a^6} = \sqrt{\sqrt[6]{a^6}} = \sqrt{a}$.

8

Скільки всього граней у піраміді, яка має 12 ребер?

- ☐ А 4
- ☐ Б 6
- ☒ В 7
- ☐ Г 12
- ☐ Д 13

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

12 ребер у шестикутній піраміді. А граней в шестикутній піраміді сім (основа піраміді і 6 бічних граней).

9

Лучник здійснив 11 пострілів по мішені і набрав відповідно 6, 5, 7, 9, 6, 9, 10, 8, 7, 9, 10 очок. Знайдіть моду цього ряду даних.

- ☐ А 5
- ☐ Б 7
- ☐ В 8
- ☒ Г 9
- ☐ Д 10

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Найбільшу кількість разів — аж три — лучник набрав по 9 очок. Отже, мода цього ряду даних 9.

10

Обчисліть $27^{\frac{2}{3}} - 16^{\frac{1}{4}}$.

- ☐ А 1
- ☐ Б 2
- ☐ В 4
- ☐ Г 5
- ☒ Д 7

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$27^{\frac{2}{3}} - 16^{\frac{1}{4}} = \sqrt[3]{27^2} - \sqrt[4]{16} = \sqrt[3]{27 \cdot 27} - \sqrt[4]{2^4} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 3^3} - \sqrt[4]{2^4} = 3 \cdot 3 - 2 = 9 - 2 = 7.$$

11

Знайдіть довжину ребра куба, площа поверхні якого дорівнює 96 см^2 .

- ☐ А 2 см
- ☐ Б 3 см
- ☒ В 4 см
- ☐ Г 6 см
- ☐ Д 8 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Гранями куба є рівні квадрати. Всього граней у куба 6. Знайдемо площу однієї грані:

$$\frac{96}{6} = 16 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Нехай ребро куба a см ($a > 0$). Тоді $a^2 = 16$, $a = 4$ см.

12

Якщо $\log_4 3 = a$, то $\log_{16} 9 =$

- ☐ А $4a$
- ☐ Б a^2
- ☐ В $2a$
- ☐ Г $\frac{a}{2}$
- ☒ Д a

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\log_{16} 9 = \log_{4^2} 3^2 = \frac{2}{2} \log_4 3 = \log_4 3 = a.$$

13

Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 1$.

- ☒ А $(-\infty; 0)$
- ☐ Б $(-\infty; 1)$
- ☐ В $(0; +\infty)$
- ☐ Г $(1; +\infty)$
- ☐ Д $(3; +\infty)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x > 1;$$

$$1 = \left(\frac{1}{3}\right)^0, \text{ тоді: } 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^x > \left(\frac{1}{3}\right)^0.$$

Функція $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ - монотонно спадна на множині всіх дійсних чисел. Тому: $x < 0$.

Отже, умову задовільняє проміжок $(-\infty; 0)$.

14

Знайдіть об'єм конуса, якщо його радіус дорівнює 6 см, твірна — 10 см.

- ☐ А $48\pi \text{ см}^3$
- ☐ Б $60\pi \text{ см}^3$
- ☒ В $96\pi \text{ см}^3$
- ☐ Г $120\pi \text{ см}^3$
- ☐ Д $288\pi \text{ см}^3$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

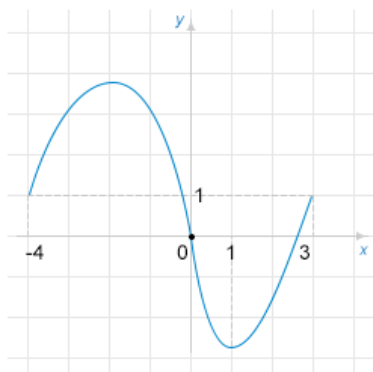
[Приховати пояснення](#)

Якщо твірна конуса 10 см, а радіус 6 см, то висота конуса 8 см. Об'єм конуса:

$$V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} S_{\text{основи конуса}} \cdot h_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} \cdot \pi 6^2 \cdot 8 = \frac{\pi \cdot 6 - 6 \cdot 8}{3} = \pi \cdot 2 \cdot 6 \cdot 8 = = 96 \pi (\text{см}^3).$$

15

Функція $y = f(x)$ визначена на всій числовій прямій і є періодичною з найменшим додатним періодом 7. На рисунку зображено графік цієї функції на відрізку $[-4; 3]$. Обчисліть $f(5)$.



- ☒ А 4
- ☐ Б 1
- ☐ В 0
- ☐ Г -2
- ☐ Д -3

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

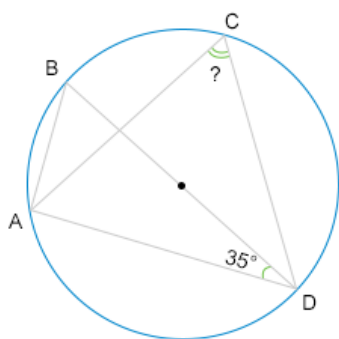
[Приховати пояснення](#)

Оскільки функція $y = f(x)$ періодична з найменшим додатним періодом 7, то:

$$f(5) = f(5 - 7) = f(-2) = 4.$$

16

Точки A, B, C і D лежать на колі. BD — діаметр цього кола (див. рисунок). Знайдіть величину кута ACD , якщо $\angle ADB = 35^\circ$.



- ☐ А 35°
- ☒ Б 55°
- ☐ В 60°
- ☐ Г 65°
- ☐ Д 70°

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$\angle BAC = 90^\circ$, бо він спирається на діаметр. Сума кутів трикутника 180° . Тоді в $\triangle BAD$:

$$\angle ABD = 180^\circ - \angle BAD - \angle ADB = 180^\circ - 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ.$$

$\angle ABD = \angle ACD$, бо це вписані кути, які спираються на одну дугу. Тобто, $\angle ACD = 55^\circ$.

17

У лотереї 10 виграшних білетів і 290 білетів без виграшу. Яка ймовірність того, що перший придбаний білет цієї лотереї буде виграшним?

- ☐ А $\frac{1}{29}$
- ☐ Б $\frac{29}{30}$
- ☐ В $\frac{1}{300}$
- ☒ Г $\frac{1}{30}$
- ☐ Д $\frac{1}{10}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Сприятливих подій (коли придбав виграшний білет) може бути 10. Всього подій (коли придбав білет) може бути 300. Тоді ймовірність того, що перший придбаний білет є виграшним: $\frac{10}{300} = \frac{1}{30}$.

18

У магазині придбали 6 однакових зошитів і кілька ручок по 3 грн за кожну з них. Яке з наведених чисел може виражати загальну вартість покупки (у грн)?

- ☐ А 29
- ☐ Б 26
- ☐ В 25
- ☒ Г 24
- ☐ Д 23

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Вартість придбаних зошитів — число, кратне 3, бо 6 кратне 3. Вартість придбаних ручок також є числом кратним 3. Тому загальна вартість покупки — число, кратне 3. Із поданих у відповіді чисел тільки 24 кратне 3.

19

Знайдіть найменший додатний корінь рівняння $2 \sin x = -1$.

- ☐ А $\frac{\pi}{6}$
- ☐ Б $\frac{\pi}{3}$
- ☐ В $\frac{5\pi}{6}$
- ☐ Г $\frac{5\pi}{3}$
- ☒ Д $\frac{7\pi}{6}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$2 \sin x = -1;$$

$$\sin x = -\frac{1}{2};$$

$$x = (-1)^n \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Значить, найменший додатний корінь даного рівняння: $x = \frac{7\pi}{6}$.

20

Знайдіть відстань від точки $A(2; 3; 6)$ до осі Oz .

☒ А $\sqrt{13}$

☐ Б 7

☐ В 6

☐ Г 5

☐ Д $3\sqrt{5}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

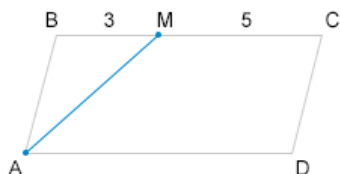
[Приховати пояснення](#)

Відстань від точки $A(2; 3; 6)$ до осі Oz - довжина перпендикуляра, опущеного з точки A на вісь Oz . Його основою на осі Oz є проекція точки A , на вісь Oz . Проекцією точки A на вісь Oz є точка з координатами $(0; 0; 6)$. Назвемо її M . Тоді $M(0; 0; 6)$.

$$\begin{aligned} AM &= \sqrt{(X_M - X_A)^2 + (Y_M - Y_A)^2 + (Z_M - Z_A)^2} = \\ &= \sqrt{(0 - 2)^2 + (0 - 3)^2 + (6 - 6)^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}. \end{aligned}$$

21

Бісектриса гострого кута A паралелограма $ABCD$ ділить сторону BC на відрізки $BM = 3$ см і $MC = 5$ см (див. рисунок). Знайдіть периметр паралелограма $ABCD$.



☐ А 18 см

☐ Б 20 см

☒ В 22 см

☐ Г 24 см

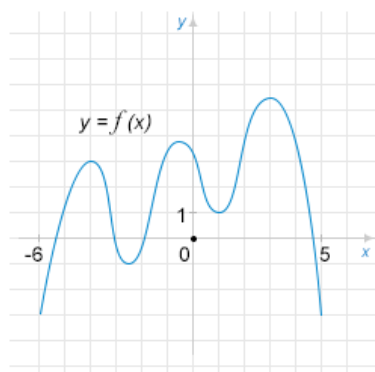
☐ Д 26 см

[Приховати пояснення](#)

- 1) $\angle BAM = \angle DAM$ за умовою.
- 2) $\angle BMA = \angle DAM$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих AD і BC та січній AM . Тоді $\angle BMA = \angle BAM$.
- 3) $\triangle ABM$ - рівнобедрений за ознакою. $BA = BM = 3$ см.
- 4) $BC = BM + MC = 3 + 5 = 8$ (см).
- 5) Протилежні сторони паралелограма рівні, тому $AD = BC = 8$ см, $DC = AB = 3$ см.
- 6) Периметр паралелограма $ABCD$ дорівнює:
 $AB + BC + CD + AD = 2(AB + BC) = 2(3 + 8) = 2 \cdot 11 = 22$ (см).

22

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, яка визначена на проміжку $(-6; 5)$. У кожній точці цього проміжку існує похідна $y = f'(x)$. Скільки всього коренів має рівняння $f'(x) = 0$ на проміжку $(-6; 5)$?



- ☐ А один
- ☐ Б два
- ☐ В три
- ☐ Г чотири
- ☒ Д п'ять

[Приховати пояснення](#)

Функція $y = f(x)$, визначена на проміжку $(-6; 5)$, має на цьому проміжку три точки максимуму і дві точки мінімуму. За умовою в цих точках функція $y = f(x)$ диференційована. Значить, в цих точках її похідна дорівнює нулю. Тому на проміжку $(-6; 5)$ рівняння $f'(x) = 0$ має 5 коренів.

23

Скільки всього різних п'ятицифрових чисел можна утворити з цифр 0, 1, 3, 5, 7 (у числах цифри не повинні повторюватися)?

- ☐ А 5
- ☐ Б 24
- ☐ В 25
- ☒ Г 96
- ☐ Д 120

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Першу цифру шуканих п'ятицифрових чисел можна обрати 4 — ма способами (це може бути 1, 3, 5, 7).

Другу цифру можна обрати також 4 — ма способами (це 0 або цифри які залишились після вибору першої цифри). Тоді третю цифру можна обрати 3 — ма способами (з трьох цифр, які залишились після другого вибору).

Четверту цифру можна обрати 2 — ма способами, п'яту — одним. Тоді за правилом добутку: $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 96$.

Отже, з цифр 0, 1, 3, 5, 7 можна утворити 96 п'ятицифрових чисел, в яких цифри не повторюються.

24

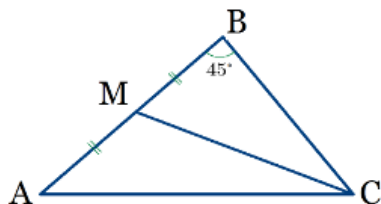
У трикутнику ABC : $AB = 6$ см, $BC = \sqrt{2}$ см, $\angle B = 45^\circ$. Обчисліть довжину медіани, проведеної з вершини C .

- ☒ А $\sqrt{5}$ см
- ☐ Б $\sqrt{14}$ см
- ☐ В $2\sqrt{2}$ см
- ☐ Г $\sqrt{7}$ см
- ☐ Д $\sqrt{17}$ см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)



1) з $\triangle ABC$ за теоремою косинусів знайдемо AC :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle B = 6^2 + (\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 6 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = 36 + 2 - 12\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 38 - 12 = 26.$$

$AC > 0$, тоді: $AC = \sqrt{26}$ см.

2) з $\triangle ABC$ з теореми косинусів знайдемо косинус кута A .

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle A.$$

$$(\sqrt{2})^2 = 6^2 + 26 - 2 \cdot 6 \cdot \sqrt{26} \cos \angle A;$$

$$2 = 36 + 26 - 12\sqrt{26} \cdot \cos \angle A;$$

$$12\sqrt{26} \cdot \cos \angle A = 60;$$

$$\sqrt{26} \cdot \cos A = 5;$$

$$\cos \angle A = \frac{5}{\sqrt{26}}.$$

3) з $\triangle AMC$ за теоремою косинусів знайдемо MC :

$$MC^2 = AM^2 + AC^2 - 2 \cdot AM \cdot AC \cos \angle A = 3^2 + 26 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{26} \cdot \frac{5}{\sqrt{26}} = 9 + 26 - 30 = 35 - 30 = 5.$$

$$MC > 0, \text{ тоді: } MC = \sqrt{5} \text{ см.}$$

Починаючи з другого кроку, ми могли піти іншим шляхом розв'язання. Наприклад, побудувати $\triangle ABC$ до паралелограма $ADBC$, подвоївши медіану MC .

$$DC = 2MC.$$

Тоді: $AB^2 + DC^2 = AD^2 + DB^2 + BC^2 + AC^2$ (сума квадратів довжин діагоналей паралелограма дорівнює сумі квадратів довжин його сторін).

$$AB^2 + DC^2 = 2(BC^2 + AC^2).$$

$$\text{Тоді: } 6^2 + DC^2 = 2((\sqrt{2})^2 + (\sqrt{26})^2) = 2(2 + 26) = 2 \cdot 28 = 56;$$

$$36 + DC^2 = 56;$$

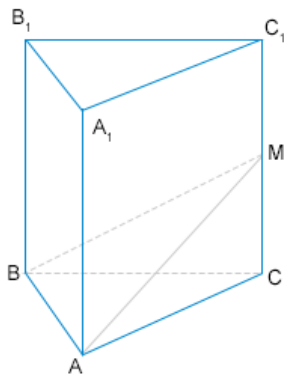
$$DC^2 = 20.$$

$$DC > 0, \text{ тоді: } DC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ (см).}$$

Значить, $MC = 5$ см.

25

Об'єм прямої трикутної призми $ABCA_1B_1C_1$ дорівнює 48 см^3 . Точка M — середина ребра CC_1 (див. рисунок). Обчисліть об'єм піраміди $MABC$.



- ☐ А 6 см^3
- ☒ Б 8 см^3
- ☐ В 12 см^3
- ☐ Г 16 см^3
- ☐ Д 24 см^3

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Об'єм призми: $V_{\text{призми}} = S_{\text{основи}} \cdot h_{\text{призми}}$, де $S_{\text{основи}} = S_{ABC}$ - площа основи призми, $h_{\text{призми}} = CC_1$ - висота призми. Отже, $V_{\text{призми}} = S_{ABC} \cdot CC_1$.

Об'єм піраміди: $V_{\text{піраміди}} = \frac{1}{3} S_{\text{основи}} \cdot h_{\text{піраміди}}$, де $S_{\text{основи}} = S_{ABC}$ - площа основи піраміди, $h_{\text{піраміди}} = MC = \frac{1}{2} CC_1$ - висота піраміди. Отже, $V_{\text{піраміди}} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot \frac{1}{2} CC_1 = \frac{1}{6} \cdot S_{ABC} \cdot CC_1 = \frac{1}{6} V_{\text{призми}} = \frac{1}{6} \cdot 48 = 8 \text{ (см}^3\text{)}.$

Установіть відповідність між заданими виразами (1—4) та виразами, що їм тотожно дорівнюють (А—Д).

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| 1 $(2a + b)^2$ | А $4a^2 - b^2$ |
| 2 $(2a - b)(b + 2a)$ | Б $4b^2 - 2ab + a^2$ |
| 3 $(a - 2b)^2$ | В $2a^2 + 3ab - 2b^2$ |
| 4 $(a + 2b)(2a - b)$ | Г $4a^2 + 4ab + b^2$ |
| | Д $4b^2 - 4ab + a^2$ |

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☒	☐
2	☒	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☒
4	☐	☐	☒	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1) $(2a + b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2$. 2) $(2a - b)(b + 2a) = (2a - b)(2a - b) = 4a^2 - b^2$.
3) $(a - 2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$. 4) $(a + 2b)(2a - b) = 2a^2 - ab + 4ab - 2b^2 = 2a^2 + 3ab - 2b^2$.

Установіть відповідність між геометричними перетвореннями графіка функції $y = \cos x$ (1—4) та функціями, одержаними в результаті цих перетворень (А—Д).

- | | |
|---|---------------------------|
| 1 графік функції $y = \cos x$ паралельно перенесли вздовж осі Ox на дві одиниці ліворуч | А $y = \cos(2x)$ |
| 2 графік функції $y = \cos x$ паралельно перенесли вздовж осі Oy на дві одиниці вниз | Б $y = \frac{1}{2}\cos x$ |
| 3 графік функції $y = \cos x$ стиснули до осі Ox у два рази | В $y = \cos(x - 2)$ |
| 4 графік функції $y = \cos x$ стиснули до осі Oy у два рази | Г $y = \cos(x + 2)$ |
| | Д $y = \cos x - 2$ |

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☒	☐
2	☐	☐	☐	☐	☒
3	☐	☒	☐	☐	☐
4	☒	☐	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

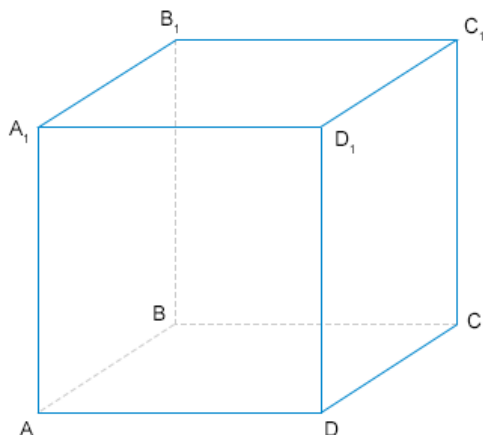
[Приховати пояснення](#)

1) Це перетворення здійснюється паралельним перенесенням вздовж осі абсцис, тому зміни відбуваються з абсцисою:
 $y = \cos(x - (-2)) = \cos(x + 2)$.
2) Це перетворення здійснюється паралельним перенесенням вздовж осі Oy , тому зміни стосуються значення функції:
 $y = \cos x - 2$.
3) Це перетворення здійснюється вздовж осі Ox , тому за тих самих абсцис абсолютна величина значень функції зменшується вдвічі.

4) Це перетворення здійснюється вздовж осі Ox , тому зміни стосуються абсциси: $y = \cos(2 \cdot x) = \cos 2x$.

28

На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Установіть відповідність між заданими кутами (1—4) та їхніми градусними мірами (А—Д).



- | | | | |
|---|----------------------------------|---|------------|
| 1 | кут між прямими AA_1 і DC_1 | А | 0° |
| 2 | кут між прямими BD і $A_1 C_1$ | Б | 30° |
| 3 | кут між прямими AB_1 і $A_1 D$ | В | 45° |
| 4 | кут між прямими BB_1 і DD_1 | Г | 60° |
| | | Д | 90° |

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☒	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☒
3	☐	☐	☐	☒	☐
4	☒	☐	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

- 1) Кут між прямими AA_1 і DC_1 рівний куту між прямими AA_1 і AB_1 , тобто, куту $A_1 AB_1$. $\angle A_1 AB_1 = 45^\circ$, бо діагональ квадрата утворює зі стороною кут 45° .
- 2) Кут між прямими BD і $A_1 C_1$ рівний куту між прямими BC і AC . Цей кут прямий, бо діагоналі квадрата перетинаються під прямим кутом.
- 3) Кут між прямими AB_1 і $A_1 D$ рівний куту між прямими $A_1 D$ і DC_1 , тобто, це кут $A_1 DC_1$. Трикутник $A_1 DC_1$ — рівносторонній, бо його сторонами є діагоналі рівних квадратів. Кути рівностороннього трикутника рівні. Тому $\angle A_1 DC_1 = 60^\circ$.
- 4) Прямі BB_1 і DD_1 паралельні, тому кут між ними дорівнює 0° .

29

Знайдіть значення виразу $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha$, якщо $\alpha = 15^\circ$.

Ви відповіли правильно: 4

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2}{\sin 2\alpha}.$$

Тому $\operatorname{tg} 15^\circ + \operatorname{ctg} 15^\circ = \frac{2}{\sin(2 \cdot 15^\circ)} = \frac{2}{\sin 30^\circ} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4.$

30

Розв'яжіть нерівність $\frac{x^2 + 11x + 30}{x^2 + 3x - 10} < 0$. У відповідь запишіть найменше ціле число, що задовольняє цю нерівність. Якщо такого числа немає, то у відповідь запишіть число 100.

Ви відповіли правильно: -4

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

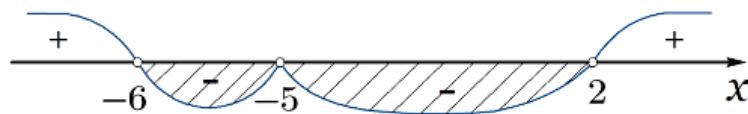
$$\frac{x^2 + 11x + 30}{x^2 + 3x - 10} < 0.$$

Розкладемо чисельник і знаменник даної нерівності на множники. Коренями квадратного тричлена $x^2 + 11x + 30$ є числа -5 ; -6 .

$$\text{Тому } x^2 + 11x + 30 = (x + 5)(x + 6).$$

$$\text{Коренями квадратного тричлена } x^2 + 3x - 10 \text{ є числа } -5 \text{ і } 2. \text{ Тому } x^2 + 3x - 10 = (x + 5)(x - 2).$$

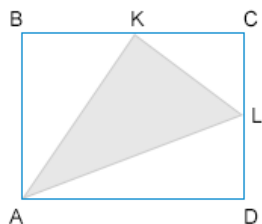
$$\text{Дана нерівність набуде такого вигляду: } \frac{(x + 5)(x + 6)}{(x + 5)(x - 2)} < 0.$$



Отже, $x \in (-6; -5) \cup (-5; 2)$. Найменшим цілим розв'язком є число -4 .

31

У прямокутнику $ABCD$: $AB = 6$ см, $BC = 8$ см, K і L — середини сторін BC і CD відповідно (див. рисунок). Знайдіть площу трикутника AKL (у см^2).



Ви відповіли правильно: 18

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$1) S_{\Delta AKL} = S_{ABCD} - S_{\Delta ABK} - S_{\Delta KCL} - S_{\Delta ADL}.$$

$$2) S_{ABCD} = AB \cdot BC = 6 \cdot 8 = 48 \text{ (см}^2\text{)}.$$

$$3) S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BK = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot \frac{1}{2} BC = \frac{1}{4} AB \cdot BC = \frac{1}{4} S_{ABCD} = \frac{1}{4} \cdot 48 = 12 \text{ (см}^2\text{)} \text{ (}\Delta ABC \text{ - прямокутний, } \angle B = 90^\circ \text{)}.$$

$$4) S_{\Delta KCL} = \frac{1}{2} \cdot KC \cdot CL = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} BC \cdot \frac{1}{2} CD = \frac{1}{8} \cdot BC \cdot CD = \frac{1}{8} \cdot BC \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{8} S_{ABCD} = \frac{1}{8} \cdot 48 = 6 \text{ (см}^2\text{)}.$$

$$5) S_{\triangle ADL} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot DL = \frac{1}{2} AD \cdot \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} BC \cdot \frac{1}{2} AB = \frac{1}{4} \cdot BC \cdot AB = \\ = \frac{1}{4} S_{ABCD} = \frac{1}{4} \cdot 48 = 12 \text{ (см}^2\text{)} (\triangle ADL - \text{прямокутний, } \angle D = 90^\circ).$$

$$6) \text{Тоді: } S_{\triangle AKL} = 48 - 12 - 6 - 12 = 48 - 30 = 18 \text{ (см}^2\text{)}.$$

32

Знайдіть найменше значення функції $y = x^3 - 12x$ на відрізку $[0; 3]$.

Ви відповіли правильно: -16

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$y = x^3 - 12x.$$

1) Знайдемо критичні точки даної функції на відрізку $[0; 3]$.

$y = 3x^2 - 12 = 3(x^2 - 4) = 0$, звідки $x^2 - 4 = 0$, $x^2 = 4$, $x = \pm 2$. Відрізку $[0; 3]$ належить лише одна критична точка: $x = 2$.

2) Знайдемо значення функції на кінцях відрізка $[0; 3]$ і в точці $x = 2$.

$$f(0) = 0^3 - 12 \cdot 0 = 0;$$

$$f(2) = 2^3 - 12 \cdot 2 = 8 - 24 = -16;$$

$$f(3) = 3^3 - 12 \cdot 3 = 27 - 36 = -9.$$

Отже, найменшим значенням функції $y = x^3 - 12x$ на відрізку $[0; 3]$ є число -16 .

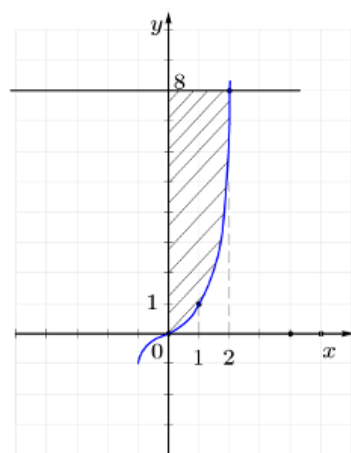
33

Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями: $y = x^3$, $y = 8$, $x = 0$.

Ви відповіли правильно: 12

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)



1) Площа фігури, обмеженої лініями $y = 8$, $x = 0$, $y = x^3$ (на малюнку вона заштрихована), дорівнює різниці площ двох фігур: прямокутника з вершинами в точках $(0; 0)$, $(0; 8)$, $(2; 8)$, $(2; 0)$ і фігури, обмеженої лініями $y = x^3$, $y = 0$, $x = 2$.

2) Довжини сторін прямокутника в лінійних одиницях: 2; 8; 2; 8.

Тоді його площа: $S_{\text{прямокутника}} = 2 \cdot 8 = 16 \text{ (кв. од.)}$.

3) Знайдемо площу S фігури, обмеженої лініями $y = x^3$, $y = 0$, $x = 2$.

$$S = \int_0^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^2 = \frac{2^4}{4} - \frac{0^4}{4} = \frac{16}{4} = 4 \text{ (кв. од.)}.$$

4) Знайдемо площу $S_{\text{шукане}}$ фігури, обмеженої лініями $y = x^3$, $y = 8$, $x = 0$.

$$S_{\text{шукане}} = S_{\text{прямокутника}} - S = 16 - 4 = 12 \text{ (кв. од.)}.$$

Отже, шукана площа дорівнює 12 кв. од.

34

Знайдіть найбільше значення параметра a , при якому система $\begin{cases} x^2 + y^2 = 81 \\ (x+2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$ має єдиний розв'язок.

Ви відповіли правильно: 11

Бали: 2 із 2

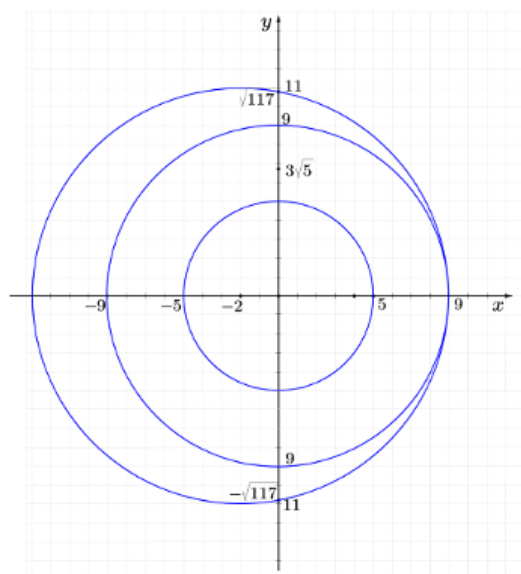
[Приховати пояснення](#)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 81, \\ (x+2)^2 + y^2 = a^2. \end{cases}$$

Обидва рівняння даної системи — це рівняння кола. Центр кола $x^2 + y^2 = 81$ знаходиться в точці $O_1 (0; 0)$; довжина його радіуса R_1 дорівнює 9.

Центр кола $(x+2)^2 + y^2 = a^2$ знаходиться в точці $O_2 (-2; 0)$; довжина його радіуса R_2 дорівнює $|a|$.

Задана система матиме один розв'язок, якщо кола, задані рівняннями $x^2 + y^2 = 81$, $(x+2)^2 + y^2 = a^2$ матимуть одну спільну точку. Координати цієї точки і є розв'язками даної в умові системи. Розглянемо на малюнку можливі випадки дотику кіл.



Якщо точкою дотику є точка $(-9; 0)$, то $R_2 = 7$, тобто, $a = \pm 7$.

Якщо точкою дотику є точка $(9; 0)$, то $R_2 = 11$, тобто, $a = \pm 11$.

Найбільшим серед одержаних значень a є 11.

35

Розв'яжіть рівняння $|3 \lg x + 1| - |\lg x - 3| = 2$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше одного кореня, то у відповідь запишіть СУМУ всіх коренів.

Ви відповіли правильно: 10,001

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$|3 \lg x + 1| - |\lg x - 3| = 2.$$

1) Областю допустимих значень змінної x є проміжок $(0; +\infty)$.

2) $3 \lg x + 1 = 0$, якщо $\lg x = -\frac{1}{3}$.

$\lg x - 3 = 0$, якщо $\lg x = 3$.

$$3) \left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \lg x < -\frac{1}{3}, \\ -3 \lg x - 1 + \lg x - 3 = 2, \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{3} \leq \lg x < 3, \\ 3 \lg x + 1 + \lg x - 3 = 2, \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} \lg x \geq 3, \\ 3 \lg x + 1 - \lg x + 3 = 2, \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \lg x < -\frac{1}{3}, \\ -2 \lg x = 6, \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{3} \leq \lg x < 3, \\ 4 \lg x = 4, \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} \lg x \geq 3, \\ 2 \lg x = -2, \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \lg x < -\frac{1}{3}, \\ \lg x = -3, \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{3} \leq \lg x < 3, \\ \lg x = 1, \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} \lg x \geq 3, \\ \lg x = -1, \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Третя система сукупності розв'язків не має. З першої і другої систем маємо:

$$\left[\begin{array}{l} \lg x = -3, \\ \lg x = 1. \end{array} \right.$$

$$-3 = -3 \lg 10 = \lg(10)^{-3} = \lg \frac{1}{10^3} = \lg \frac{1}{1000} = \lg 0,001.$$

$$1 = \lg 10.$$

Тоді: $\left[\begin{array}{l} \lg x = \lg 0,001, \\ \lg x = \lg 10. \end{array} \right.$

Отже, $\left[\begin{array}{l} x = 0,001, \\ x = 10. \end{array} \right.$

Одержані значення x належать проміжку $(0; +\infty)$, отже, вони є коренями заданого рівняння. Їх сума:
 $10 + 0,001 = 10,001$.

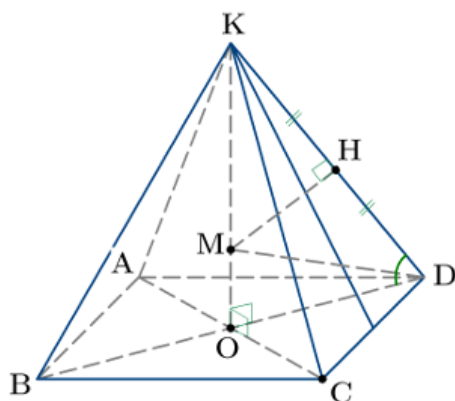
36

Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 6. Бічне ребро піраміди нахилене до площини її основи під кутом 60° . Обчисліть площу S сфери, описаної навколо піраміди. У відповідь запишіть значення $\frac{S}{\pi}$.

Ви відповіли правильно: 96

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)



1) Нехай задано правильну чотирикутну піраміду $KABCD$. Її основа $ABCD$ — квадрат зі стороною 6. Точка O — точка перетину діагоналей квадрата.

2) KO — висота піраміди. Тобто, KO — перпендикуляр до площини основи. KD — похила. OD — її проекція на основу. Тоді $\angle KDO$ — кут нахилу бічного ребра до площини основи за означенням кута між прямою і площиною. За умовою $\angle KDO = 60^\circ$.

Оскільки у правильній піраміді всі бічні ребра нахилені до площини основи під одним кутом, то $\angle KDO = \angle KCO = \angle KBO = \angle KAO = 60^\circ$.

3) Центр сфери, описаної навколо правильної піраміди, (нехай це точка M) належить прямій, що містить висоту піраміди. Доведемо це.

Точка M рівновіддалена від вершин піраміди.

$MK = MA = MB = MC = MD = R$, де R — радіус сфери. Опустимо з точки M перпендикуляр MP на основу піраміди. Оскільки MA, MB, MC, MD — рівні похилі, то PA, PB, PC, PD — їх відповідні рівні проекції.

Тобто, точка P рівновіддалена від вершин квадрата. Значить, точка P — центр квадрата, тому вона співпадає з точкою O . Це означає, що прямі MO і KO співпадають. Тобто, точка M належить прямій KO .

4) Діагональ BD квадрата $ABCD$ дорівнює $6\sqrt{2}$. Діагоналі квадрата точкою перетину діляться навпіл, тому $OD = 3\sqrt{2}$.

5) Розглянемо $\triangle KOD$ ($\angle O = 90^\circ$). В ньому $\angle KDO = 60^\circ$, тоді $\angle OKD = 30^\circ$.

Тоді за властивістю катета навпроти кута 30° :

$$OD = \frac{1}{2}KD;$$

$$3\sqrt{2} = \frac{1}{2}KD.$$

Тоді $KD = 6\sqrt{2}$. За теоремою Піфагора $KD^2 = KO^2 + OD^2$;

$$6\sqrt{2} = KO^2 + (3\sqrt{2})^2;$$

$$KO^2 = 72 - 18 = 54;$$

$$KO = \sqrt{54} = \sqrt{9 \cdot 6} = 3\sqrt{6}.$$

6) Опустимо з точки M перпендикуляр MH на сторону KD . Оскільки $MK = MD$ як радіуси описаної сфери, то $\triangle KMD$ — рівнобедрений за означенням. Тоді висота MH є медіаною, тобто, $KH = HD = \frac{1}{2}KD = 3\sqrt{2}$.

7) $\triangle KHM \sim \triangle KOD$ як прямокутні зі спільним кутом K . Тоді: $\frac{KH}{KO} = \frac{MK}{KD}$.

$$\frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{6}} = \frac{MK}{6\sqrt{2}}.$$

$$MK = \frac{3\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2}}{3\sqrt{6}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{6}.$$

Отже, маємо радіус описаної сфери:

$$R = MK = 2\sqrt{6}.$$

8) Площа S сфери дорівнює:

$$S = 4\pi R^2.$$

$$S = 4\pi \cdot (2\sqrt{6})^2 = 4\pi \cdot 24 = 96\pi.$$

$$9) \frac{S}{\pi} = \frac{96\pi}{\pi} = 96.$$

