

Тест ЗНО з математики.

Результат

100% :)

Тестовий бал ?

53 із 53

Рейтинговий бал ?

200.0

Витрачено часу: 5 хвилин

[Ще раз](#) [Інший варіант](#) [Статистика](#)

Поділитися...

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

Обчисліть $1001^2 - 999^2$.

А 2

Б 4

В 2000

Г 3980

Д 4000

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

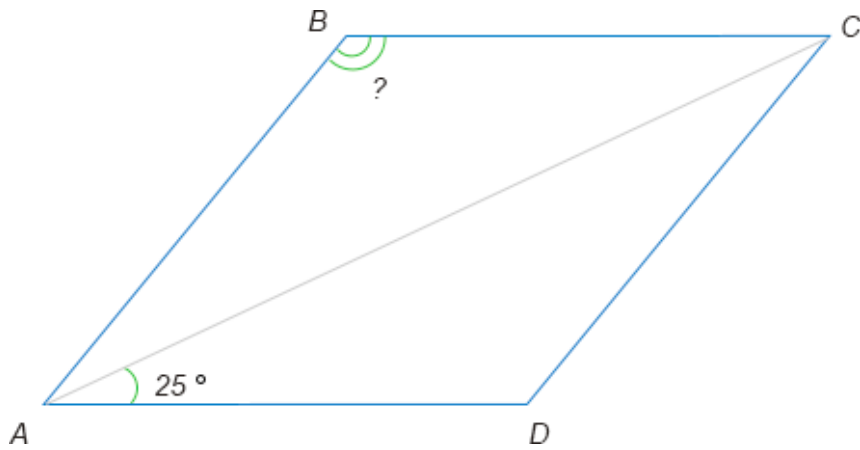
[Приховати пояснення](#)

$$1001^2 - 999^2 = (1001 - 999)(1001 + 999) = 2 \cdot 2000 = 4000.$$

1

На рисунку зображено ромб $ABCD$. Знайдіть градусну міру кута ABC , якщо $\angle CAD = 25^\circ$.

2



- ☐ А 155°
- ☒ Б 130°
- ☐ В 120°
- ☐ Г 100°
- ☐ Д 50°

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Діагоналі ромба є бісектрисами його кутів. Тому $\angle BAC = \angle CAD = 25^\circ$. Тоді $\angle BAD = 2 \cdot 25^\circ = 50^\circ$.

Сума кутів при одній стороні ромба становить 180° . Тобто $\angle BAD + \angle ABC = 180^\circ - \angle BAD = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$.

3

Перед Новим роком у магазині побутової техніки на всі товари було знижено ціни на 15 %. Скільки коштуватиме після знижки телевізор вартістю 1800 грн?

- ☐ А 1200 грн
- ☐ Б 1350 грн
- ☐ В 1430 грн
- ☒ Г 1530 грн
- ☐ Д 1785 грн

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Після знижки вартість телевізора становитиме 85% від початкової вартості.

$$\frac{1800 \cdot 85}{100} = 18 \cdot 85 = 1530 \text{ (грн)}.$$

4

Обчисліть $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8}$.

☒ А $\frac{3}{4}$

☐ Б $\frac{2}{5}$

☐ В $\frac{11}{27}$

☐ Г $\frac{3}{5}$

☐ Д $\frac{5}{8}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{1}{3} + \frac{10}{24} = \frac{1}{3} + \frac{5}{12} = \frac{4}{12} + \frac{5}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}.$$

5

Спростіть вираз $(a^6)^4 : a^2$, де $a \neq 0$.

☐ А a^5

☐ Б a^8

☐ В a^{10}

☐ Г a^{12}

☒ Д a^{22}

Ви відповіли правильно

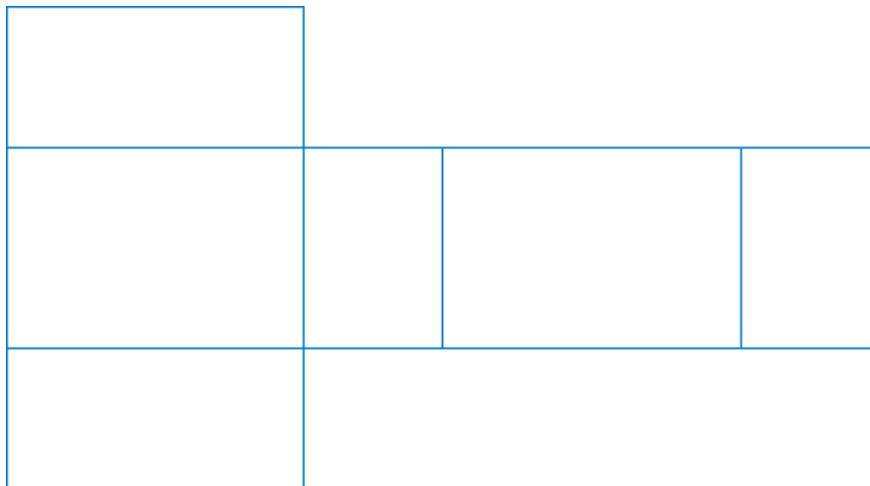
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$(a^6)^4 \div a^2 = a^{24} \div a^2 = a^{24-2} = a^{22}.$$

6

На рисунку зображено розгортку многогранника. Визначте кількість його ребер.



- ☐ А 6
- ☐ Б 8
- ☒ В 12
- ☐ Г 16
- ☐ Д 19

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Це розгортка чотирикутної призми. Отже, ребер 12.

7

Обчисліть $\sin 210^\circ$.

☒ А $-\frac{1}{2}$

☐ Б $\frac{\sqrt{3}}{2}$

☐ В $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

☐ Г $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

☐ Д $\frac{1}{2}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\sin 210^\circ = \sin (180^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}.$$

8

Осьовим перерізом циліндра є прямокутник, діагональ якого дорівнює 10 см. Знайдіть радіус основи циліндра, якщо його висота дорівнює 8 см.

☐ А 1 см

☐ Б 2 см

☒ В 3 см

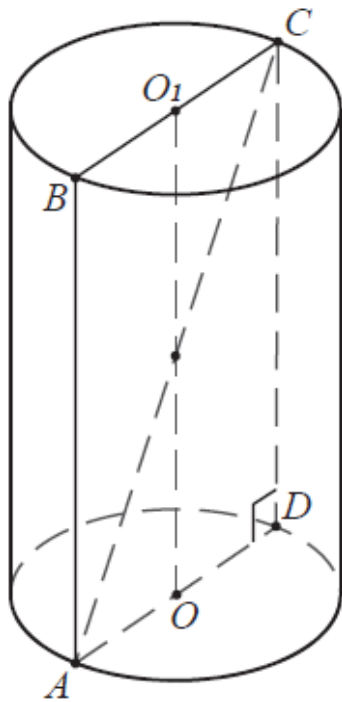
☐ Г 6 см

☐ Д 12 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)



$CD = 8$ см, $AC = 10$ см.

$AO = OD = R$, де R — радіус основи циліндра.

$AD = 2R$.

$\triangle ADC$ — прямокутний ($\angle CDA = 90^\circ$).

За теоремою Піфагора:

$$AC^2 = AD^2 + CD^2.$$

$$10^2 = (2R)^2 + 8^2;$$

$$(2R)^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36 = 6^2.$$

Так як $R > 0$, то $2R = 6$.

$R = 3$ см.

9

Розв'яжіть систему
$$\begin{cases} 3x - 2y = 9, \\ x + 2y = -5 \end{cases}$$

Для одержаного розв'язку $(x_0; y_0)$ обчисліть суму $x_0 + y_0$.

- ☒ А -2
- ☐ Б -1
- ☐ В 1
- ☐ Г 2
- ☐ Д -4

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

$$\begin{cases} 3x - 2y = 9, \\ x + 2y = -5. \end{cases}$$

Додамо до першого рівняння системи друге. Одержимо

$$\begin{cases} 4x = 4, \\ x + 2y = -5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1, \\ 1 + 2y = -5. \end{cases}$$

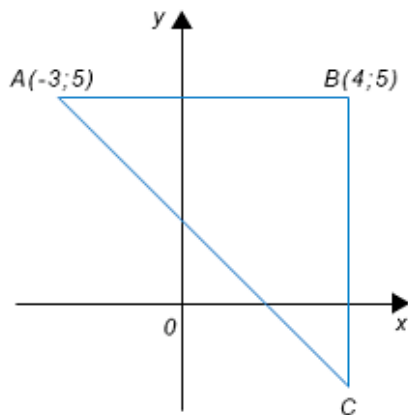
$$\begin{cases} x = 1, \\ 2y = -6. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1, \\ y = -3. \end{cases}$$

Тоді $1 + (-3) = -2$.

10

У прямокутній системі координат зображено прямокутний рівнобедрений трикутник ABC , в якому $A(-3; 5)$ і $B(4; 5)$ (див. рисунок). Знайдіть координати точки C .



- ☐ А (4; -3)
- ☒ Б (4; -2)
- ☐ В (5; -3)
- ☐ Г (-2; 4)
- ☐ Д (4; -1)

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

$$AB = BC.$$

$$AB = X_B - X_A = 4 - (-3) = 4 + 3 = 7.$$

$$BC = Y_B - Y_C = 5 - Y_C = 7.$$

$$Y_C = 5 - 7 = -2.$$

$$X_C = X_B = 4.$$

Тоді $C(4; -2)$.

11

Серед чисел $a = \sqrt{5} - 2$, $b = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$, $c = \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}$ укажіть усі додатні.

- ☐ А a
- ☐ Б c
- ☐ В $a; b$
- ☒ Г $a; c$
- ☐ Д $a; b; c$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$1) a = \sqrt{5} - 2 > 0,$$

$$\sqrt{5} > 2 = \sqrt{4},$$

$$\text{Тому } \sqrt{5} - 2 > 0,$$

$$\text{Отже, } a > 0.$$

$$2) 2\sqrt{3} = \sqrt{12},$$

$$3\sqrt{2} = \sqrt{18}.$$

$$\text{Тому } 2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}.$$

$$\text{Значить, } 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} < 0.$$

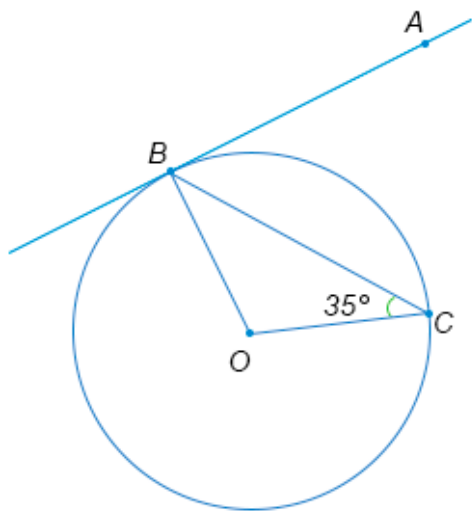
$$\text{Отже, } b < 0.$$

$$3) \sqrt[3]{3} > \sqrt[3]{2}, \text{ тому } \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2} > 0.$$

$$\text{Отже, } c > 0.$$

12

До кола з центром у точці O проведено дотичну AB (B — точка дотику). BC — хорда, що утворює з радіусом кола кут 35° (див. рисунок). Знайдіть градусну міру кута ABC .



- ☐ А 35°
- ☐ Б 45°
- ☒ В 55°
- ☐ Г 65°
- ☐ Д 70°

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

1) $AB \perp BO$, тобто, $\angle ABO = 90^\circ$.

2) $BO = OC$ як радіуси, тому $\triangle BOC$ — рівнобедрений. Значить, $\angle OBC = \angle OCB = 35^\circ$.

Тоді $\angle ABC = \angle ABO - \angle OBC = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$.

13

У скільки разів збільшиться об'єм кулі, якщо її радіус збільшити у 2 рази?

- ☐ А у 2 рази
- ☐ Б у 4 рази
- ☐ В у 6 разів
- ☒ Г у 8 разів
- ☐ Д у 16 разів

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

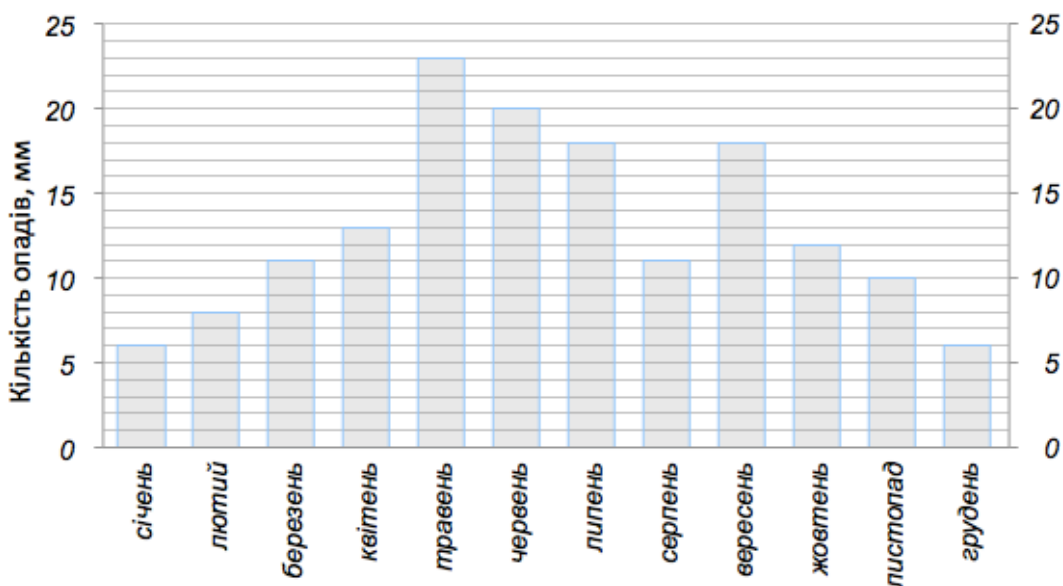
$V_{\text{кулі}} = \frac{4}{3}\pi R^3$, де R — радіус кулі. Якщо радіус збільшити вдвічі, одержимо

$$\frac{4}{3}\pi(2R)^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 8R^3 = 8 \cdot \left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) = 8V_{\text{кулі}}.$$

Отже, об'єм збільшиться у 8 разів.

14

Діаграма, зображена на рисунку, містить інформацію про кількість опадів (у мм), що випали упродовж року в місті N . Користуючись діаграмою, установіть, які з наведених тверджень є правильними.



- I. Улітку опадів випало менше, ніж навесні.
- II. У вересні опадів випало у 1,5 рази більше, ніж у жовтні.
- III. Середня місячна кількість опадів за рік становить 19 мм.

- ☐ А лише I
- ☒ Б лише II
- ☐ В лише I і II
- ☐ Г лише II і III
- ☐ Д лише I і III

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

I. Кількість опадів за літні місяці — $20 + 18 + 11 = 49$ (мм). Кількість опадів навесні —

$$11 + 13 + 23 = 47 \text{ (мм)}.$$

Отже, влітку випало більше опадів, ніж навесні. Твердження I неправильне.

II. У вересні випало 18 мм опадів, у жовтні випало 12 мм опадів.

$$12 \cdot 1,5 = 18 \text{ (мм)}.$$

Отже, у вересні опадів випало в 1,5 рази більше ніж у жовтні. Твердження II правильне.

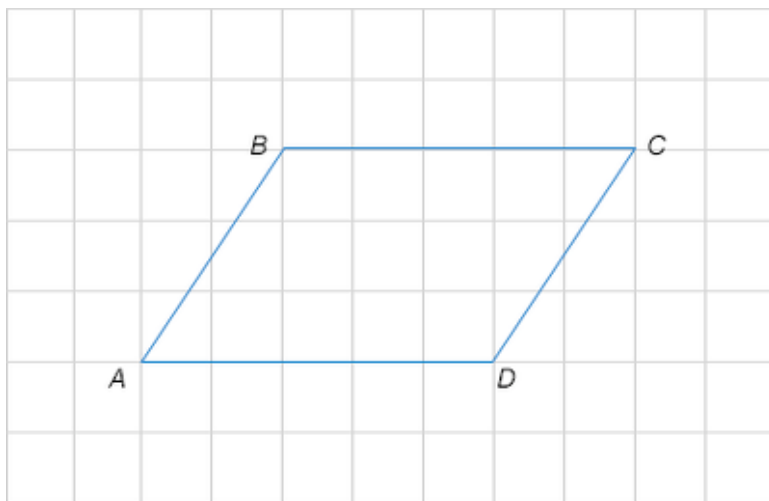
III. Знайдемо середню місячну кількість опадів за рік.

$$\frac{6 + 8 + 11 + 13 + 23 + 20 + 18 + 11 + 18 + 12 + 10 + 6}{12} = \frac{156}{12} = \frac{39}{3} = 13 \text{ (мм)}.$$

Твердження III неправильне.

15

На папері у клітинку зображено паралелограм $ABCD$, вершини якого збігаються з вершинами клітинок (див. рисунок). Знайдіть площу паралелограма $ABCD$, якщо кожна клітинка є квадратом зі стороною завдовжки 1 см.



- ☐ А 9 см^2
- ☐ Б 12 см^2
- ☒ В 15 см^2
- ☐ Г 18 см^2
- ☐ Д 24 см^2

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Площа паралелограма дорівнює добутку висоти паралелограма і сторони, до якої ця висота проведена.

$$AD = 5 \text{ см}.$$

Висота, проведена до AD , завдовжки 3 см. Тоді площа дорівнює $5 \cdot 3 = 15$ (см²).

16

Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $\log_3 x = 2$?

☐ А $(-4; -1]$

☐ Б $(-1; 2]$

☐ В $(2; 5]$

☐ Г $(5; 8]$

☒ Д $(8; 11]$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\log_3 x = 2,$$

$$x > 0.$$

$$\log_3 x = 2 \log_3 3,$$

$$\log_3 x = \lg 9,$$

$$x = 9.$$

Число 9 належить проміжку $(8; 11]$.

17

Обчисліть скалярний добуток векторів $\vec{a}(-3; 2; -1)$ і $\vec{b}(-1; -4; 5)$.

☐ А 120

☐ Б 26

☐ В 0

☒ Г -10

☐ Д -16

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\vec{ab} = X_a \cdot X_b + Y_a \cdot Y_b + Z_a \cdot Z_b = -3 \cdot (-1) + 2 \cdot (-4) + (-1) \cdot 5 = 3 - 8 - 5 = -10.$$

18

На полиці знаходяться 18 однакових скляних банок із джемом. Серед них — 6 банок з абрикосовим джемом, 12 — з яблучним. За кольором джеми не відрізняються один від одного. Господиня навмання взяла одну банку. Яка ймовірність того, що вона буде з абрикосовим джемом?

☒ А $\frac{1}{3}$

☐ Б $\frac{1}{6}$

☐ В $\frac{2}{3}$

☐ Г $\frac{1}{18}$

☐ Д $\frac{1}{2}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Тут сприятливих подій (тобто, взяли банку з абрикосовим джемом) шість. Всього можливих подій (тобто, взяли банку з джемом) — вісімнадцять. Тоді ймовірність того, що взяли банку з абрикосовим джемом — $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$.

19

Знайдіть значення похідної функції $f(x) = 2x^3 - 5$ у точці $x_0 = -1$.

☐ А -11

☐ Б -7

☐ В 1

☐ Г 3

☒ Д 6

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

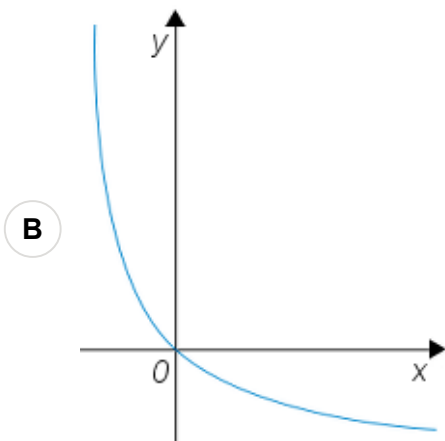
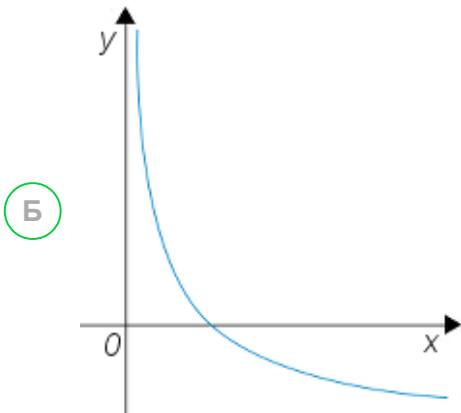
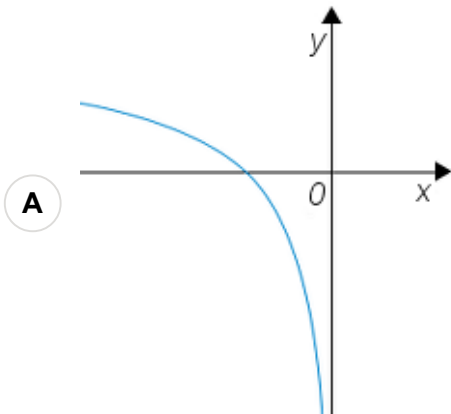
$$f(x) = 2x^3 - 5.$$

$$f'(x) = 6x^2.$$

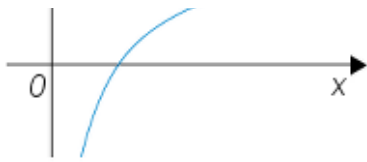
$$f'(x_0) = f'(-1) = 6 \cdot (-1)^2 = 6.$$

20

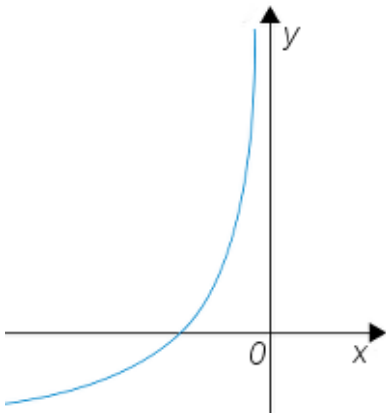
На одному з рисунків зображено ескіз графіка функції $y = -\log_4 x$. Укажіть цей рисунок.



Г



Д

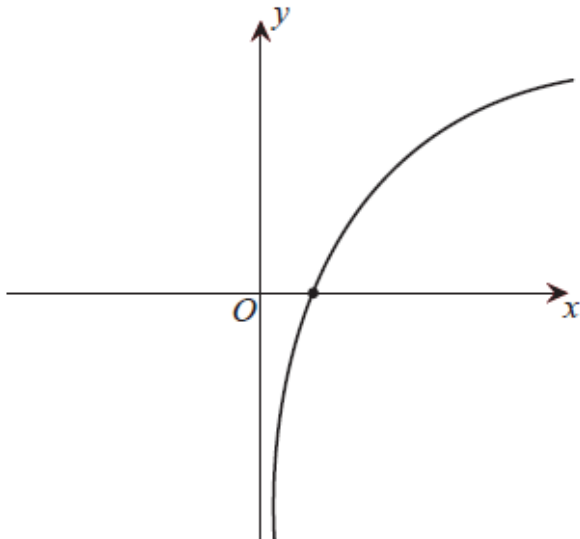


Ви відповіли правильно

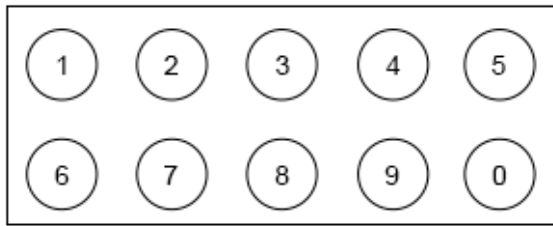
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

- 1) Зобразимо ескіз графіка функції $y = \log_4 x$.
- 2) Графік функції $y = -\log_4 x$ симетричний графіку функції $y = \log_4 x$ відносно осі Ox .



Кодовий замок на дверях має десять кнопок, на яких нанесено десять різних цифр (див. рисунок). Щоб відчинити двері, потрібно одночасно натиснути дві кнопки, цифри на яких складають код замка.



Скільки всього існує різних варіантів коду замка? Уважайте, що коди, утворені перестановкою цифр (наприклад, 1-2 і 2-1), є однаковими.

- ☐ А 100
- ☐ Б 90
- ☒ В 45
- ☐ Г 20
- ☐ Д 10

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

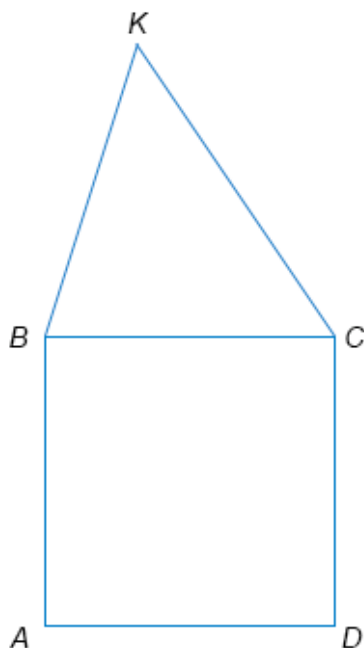
[Приховати пояснення](#)

Першу цифру коду можна вибрати десятьма способами. Другу — дев'ятьма способами. Тоді всього одержимо наборів з двох цифр: $10 \cdot 9 = 90$. За умовою коди, утворені перестановкою цифр, є однакові. Тому $90 \div 2 = 45$.

Отже, всього існує 45 варіантів коду замка.

22

На рисунку зображено квадрат $ABCD$ і трикутник BKC , периметри яких відповідно дорівнюють 24 см і 20 см. Знайдіть периметр п'ятикутника $ABKCD$.



- ☐ А 28 см
- ☒ Б 32 см
- ☐ В 34 см
- ☐ Г 38 см
- ☐ Д 44 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

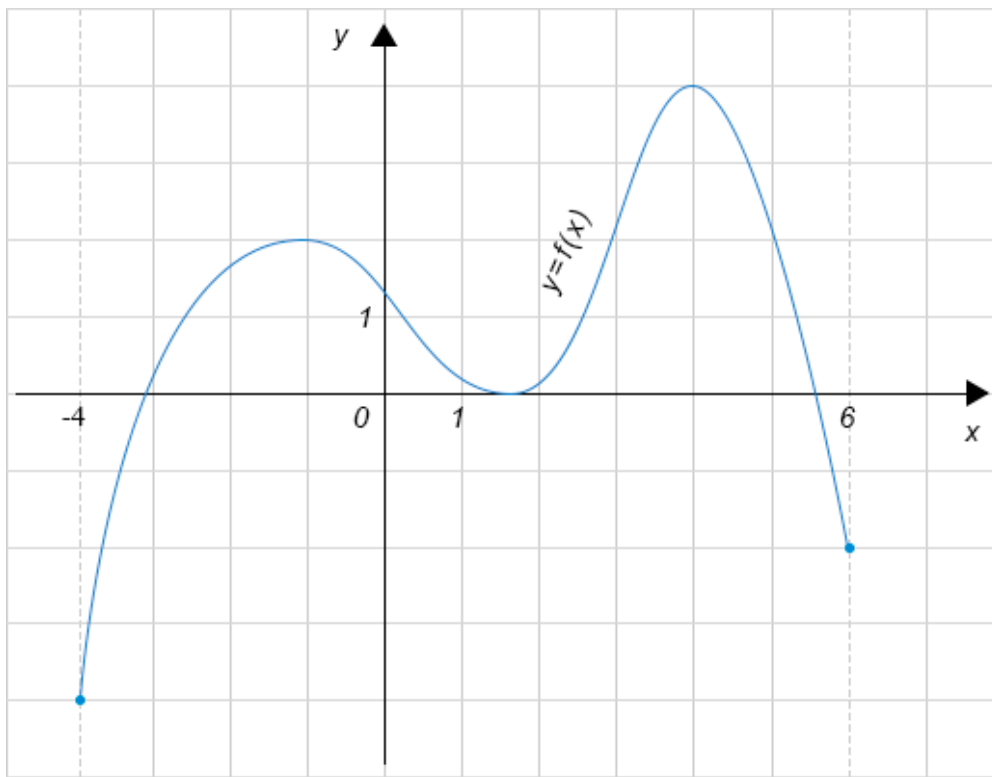
$$P_{ABCD} = 4 \cdot BC = 24 \text{ (см)}.$$

$$\text{Тоді } BC = 24 \div 4 = 6 \text{ (см)}.$$

$$P_{ABKCD} = P_{ABCD} + P_{BKC} - 2 \cdot BC = 24 + 20 - 2 \cdot 6 = 44 - 12 = 32 \text{ (см)}.$$

23

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, яка визначена на відрізку $[-4; 6]$.
Укажіть усі значення x , для яких виконується нерівність $f(x) \geq 2$?



- ☐ А $\{2\} \cup [3; 5]$
- ☐ Б $[-4; 3] \cup [5; 6]$
- ☐ В $[3; 5]$
- ☐ Г $[2; 4]$
- ☒ Д $\{-1\} \cup [3; 5]$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Умову задачі задовільняють абсциси тих точок графіка функції $y = f(x)$, ординати яких не менші двох.

Тоді $x \in \{-1\} \cup [3; 5]$.

24

Дерев'яний брусок має форму прямокутного паралелепіпеда з вимірами 10 см, 20 см, 80 см. Скільки лаку потрібно для того, щоб один раз покрити ним усю поверхню цього бруска, якщо на 1 м^2 витрачається 100 г лаку?

- ☐ А 0,52 г
- ☐ Б 26 г
- ☒ В 52 г
- ☐ Г 160 г
- ☐ Д 520 г

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Поверхня паралелепіпеда складається з шести прямокутників: двох з вимірами 10 см і 20 см, двох з вимірами 20 см і 80 см, двох з вимірами 80 см і 10 см.

$$10 \text{ см} = 0,1 \text{ м};$$

$$20 \text{ см} = 0,2 \text{ м};$$

$$80 \text{ см} = 0,8 \text{ м}.$$

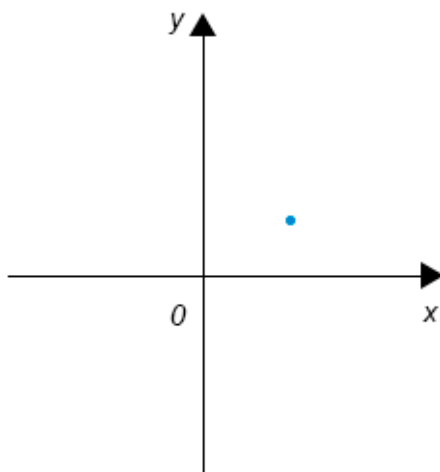
Тоді площа поверхні паралелепіпеда

$$S_{\text{поверхні паралелепіпеда}} = 2 \cdot (0,1 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,8 + 0,8 \cdot 0,1) = 2 \cdot (0,02 + 0,16 + 0,08) = \\ = 2 \cdot 0,26 = 0,52 \text{ (м}^2\text{)}.$$

Так як на 1 м^2 витрачають 100 г лаку, то на $0,52 \text{ м}^2$ витратять $0,52 \cdot 100 = 52 \text{ (г)}$ лаку.

25

У прямокутній системі координат зображено точку, що є вершиною параболи $y = x^2 + bx + c$ (див. рисунок). Укажіть правильне твердження щодо коефіцієнтів b і c .



А $\begin{cases} b < 0, \\ c > 0 \end{cases}$

Б $\begin{cases} b > 0, \\ c < 0 \end{cases}$

В $\begin{cases} b > 0, \\ c = 0 \end{cases}$

Г $\begin{cases} b < 0, \\ c < 0 \end{cases}$

Д $\begin{cases} b > 0, \\ c > 0 \end{cases}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Вітки параболи направлені догори, оскільки коефіцієнт біля x^2 додатній (рівний 1).

Вершина знаходиться вище від осі Ox , тобто, мінімальне значення функції $y = x^2 + bx + c$ додатнє.

$$y(0) = c.$$

Значить, $c > 0$.

Абсциса вершини даної параболи

$$x_b = -\frac{b}{2 \cdot 1} = -\frac{b}{2}.$$

$$x_b > 0, \text{ отже, } b < 0.$$

Тому правильне твердження щодо коефіцієнтів b і c :

$$\begin{cases} b < 0, \\ c > 0. \end{cases}$$

Установіть відповідність між числом (1–4) та множиною, до якої воно належить (А–Д).

Число

1 $3,4$

2 $\sqrt{8}$

3 $\frac{10}{2}$

4 -13

Множина

А множина натуральних чисел

Б множина складених чисел

В множина цілих чисел, що не є натуральними числами

Г множина дробових чисел

Д множина ірраціональних чисел

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☒	☐
2	☐	☐	☐	☐	☒
3	☒	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☒	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

3, 4 — десятковий дріб, тому належить до множини дробових чисел. $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ — число ірраціональне.

$$\frac{10}{2} = 5 \text{ — число натуральне.}$$

-13 — ціле від'ємне число, тому належить множині цілих чисел, що не є натуральними.

27

Установіть відповідність між функціями, заданими формулами (1–4), та їхніми властивостями (А–Д).

Функція

1 $y = \cos x$

2 $y = \operatorname{ctg} x$

3 $y = 4$

4 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

Властивість функції

А область визначення функції є інтервал $(0; +\infty)$ Б область значень функції є відрізок $[-1; 1]$ В функція спадає на інтервалі $(-\infty; +\infty)$

Г непарна функція

Д періодична функція, що не має найменшого додатного періоду

А Б В Г Д

1	☐	☒	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☒	☐
3	☐	☐	☐	☐	☒
4	☐	☐	☒	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

Розглянемо деякі властивості заданих функцій.

№ з/п	Функція	Область визначення	Проміжки спадання	Проміжки зростання	Парність	Періодичність
1	$y = \cos x$	$(-\infty; +\infty)$	$[-1; 1]$	$[2\pi n; \pi + 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$	Парна	Періодична, з найменшим додатнім періодом $T = 2\pi$
2	$y = \operatorname{ctg} x$	$\frac{\pi}{n}, n \in \mathbb{Z}$	$(-\infty; +\infty)$	$\frac{\pi}{n}, n \in \mathbb{Z}$	Непарна	Періодична, з найменшим додатнім періодом $T = \pi$
3	$y = 4$	$(-\infty; +\infty)$	4	—	Парна	Періодична, не має найменшого додатнього періоду.
4	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$	$(-\infty; +\infty)$	$(0; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$	Ні парна, ні непарна	Неперіодична

28

Установіть відповідність між перерізами геометричних тіл (1–4) та їхніми назвами (А–Д).

Переріз

Назва перерізу

- діагональний переріз правильної шестикутної призми
- переріз циліндра площиною, що перетинає його твірну і перпендикулярна до неї
- переріз конуса площиною, що проходить через його вершину та хорду основи
- переріз сфери площиною, що проходить через дві різні точки сфери

- круг
- коло
- шестикутник
- прямокутник
- трикутник

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☒	☐
2	☒	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☒
4	☐	☒	☐	☐	☐

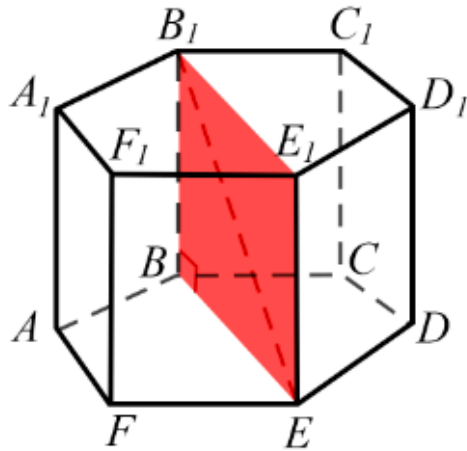


Ви відповіли правильно

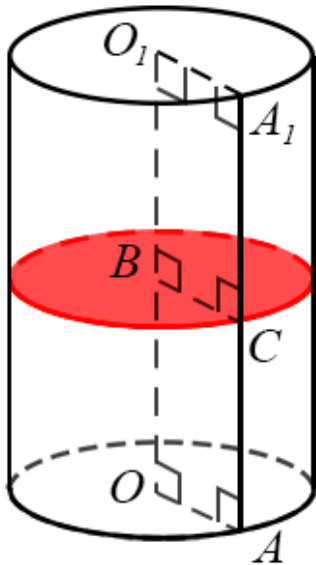
Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

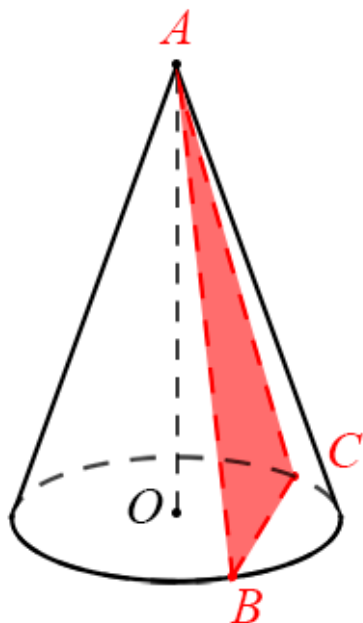
1) Діагональний переріз правильної шестикутної призми.



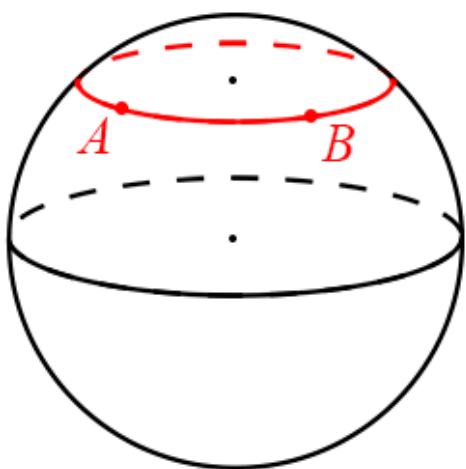
2) Переріз циліндра площиною, що перетинає його твірну і перпендикулярна до неї.



3) Переріз конуса площиною, що проходить через його вершину та хорду основи.



4) Переріз сфери площиною, що проходить через дві різні точки сфери.



Знайдіть значення виразу $6^{2 \log_6 9 - \log_6 4}$.

29

Ви відповіли правильно: 20,25

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$6^{2 \log_6 9 - \log_6 4} = 6^{\log_6 9^2 - \log_6 4} = 6^{\log_6 \frac{9^2}{4}} = \frac{9^2}{4} = \frac{81}{4} = 20,25.$$

Робітники отримали замовлення викопати криницю. За перший викопаний у глибину метр криниці їм платять 50 грн, а за кожний наступний — на 20 грн більше, ніж за попередній. Скільки грошей (у грн) сплатять робітникам за викопану криницю завглибшки 12 м?

30

Ви відповіли правильно: 1920

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Розглянемо арифметичну прогресію (a_n) , порядковий номер члена якої є порядковим номером викопаного метра криниці. Членами a_n прогресії є платня за відповідний виконаний n -ий метр криниці. $a_1 = 50$ грн.

Різниця прогресії $d = 20$ грн.

Всього членів у цій прогресії 12, тобто, $n = 12$. Кількість грошей за викопану криницю — це сума всіх 12-ти членів прогресії (a_n) .

$$\begin{aligned} S_{12} &= \frac{2 \cdot a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2 \cdot 50 + 20(12-1)}{2} \cdot 12 = \frac{100 + 20 \cdot 11}{2} \cdot 12 = \\ &= \frac{100 + 220}{2} \cdot 12 = \frac{320}{2} \cdot 12 = 160 \cdot 12 = 1920 \text{ (грн)}. \end{aligned}$$

31

Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > 8^{x-5}$. У відповідь запишіть суму всіх цілих розв'язків цієї нерівності. Якщо нерівність має безліч цілих розв'язків, то у відповідь запишіть число 100.

Ви відповіли правильно: -7

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > 8^{x-5}.$$

$$(2^{-1})^{x^2-x} > (2^3)^{x-5}.$$

$$2^{-x^2+x} > 2^{3(x-5)}.$$

Показникова функція з основою 2 є монотонно зростаючою на множині дійсних чисел. Тому

$$-x^2 + x > 3x - 15.$$

$$x^2 + 2x - 15 > 0.$$

$$(x+5)(x-3) < 0.$$



$$x \in (-5; 3).$$

Цілими розв'язками є

-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2.

Їх сума дорівнює $-4 - 3 - 2 - 1 + 0 + 1 + 2 = -7$.

32

Тарас може доїхати на велосипеді від села до станції за 3 год, а пішки дійти за 7 год. Його швидкість пішки на 8 км/год менша, ніж на велосипеді. Знайдіть відстань від села до станції (у км).

Ви відповіли правильно: 42

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Нехай швидкість пішки дорівнює x км/год ($x > 0$).

Тоді швидкість на велосипеді — $(x + 8)$ км/год.

Якщо від села до станції Тарас іде пішки $7x$ км, то коли він їде велосипедом, цей самий шлях $3(x + 8)$ кілометрів,

$$7x = 3(x + 8),$$

$$7x = 3x + 24,$$

$$4x = 24,$$

$$x = 6 \text{ км/год.}$$

Отже, відстань від села до станції дорівнює $7 \cdot 6 = 42$ (км).

33

Два кола, довжини яких дорівнюють 9π см і 36π см, мають внутрішній дотик. Знайдіть відстань між центрами цих кіл (у см).

Ви відповіли правильно: 13,5

Бали: 2 із 2

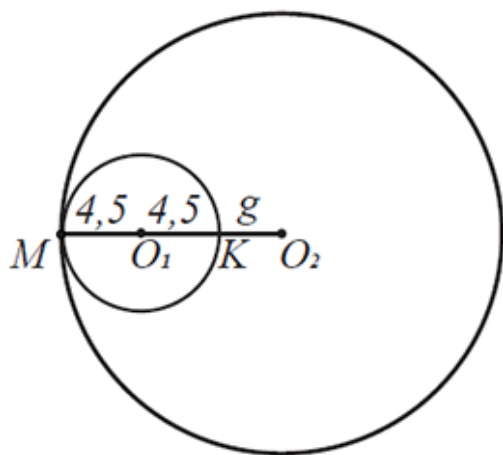
[Приховати пояснення](#)

Довжина кола l обчислюється за формулою $l = 2\pi R$, де R — радіус кола.

Якщо $l = 9\pi$ см, то радіус кола дорівнює 4,5 см.

Якщо $l = 36\pi$ см, то радіус рівний 18 см.

Кола за умовою мають внутрішній дотик.



Тоді відстань між центрами $O_1O_2 = O_1K + KO_2 = 4,5 + 9 = 13,5$ (см).

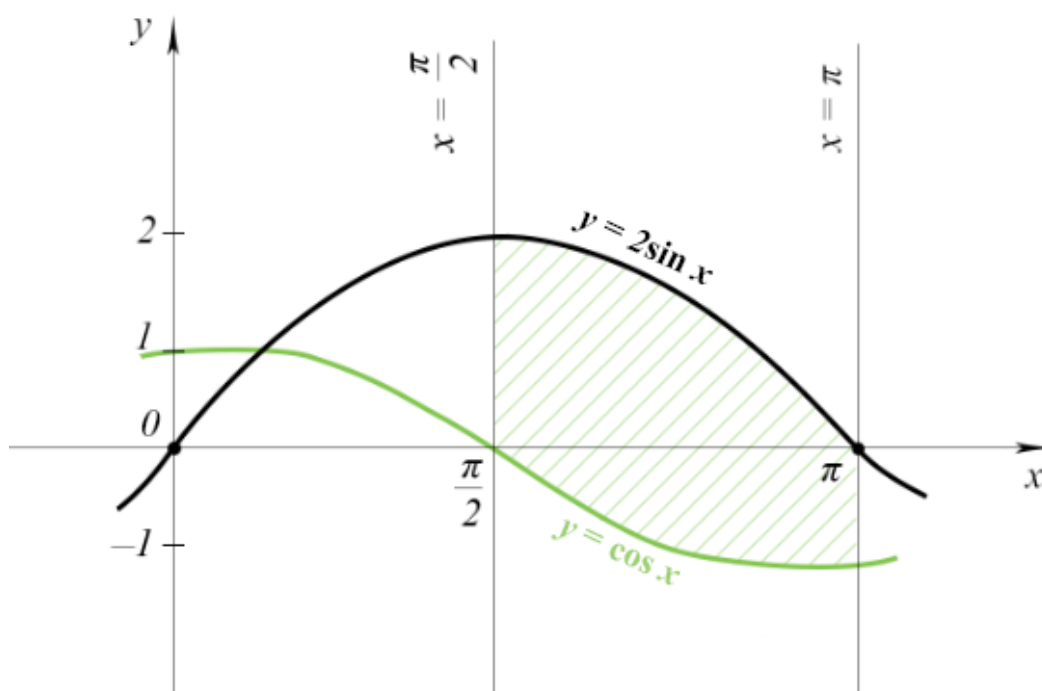
34

Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями: $y = 2 \sin x$, $y = \cos x$, $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \pi$.

Ви відповіли правильно: 3

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)



$$S_{\text{шукане}} = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2 \sin x \, dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x \, dx = -2 \cos x \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} - \sin x \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = -2 \cos \pi + 2 \cos \frac{\pi}{2} - \sin \pi + \sin \frac{\pi}{2} = 2 + 0 - 0 + 1 = 3.$$

35

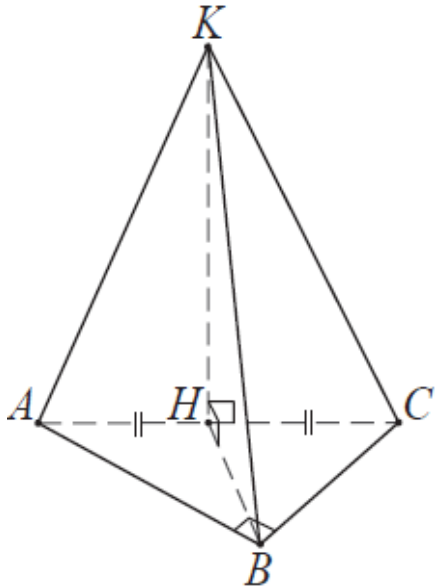
Основною піраміди є прямокутний трикутник, гіпотенуза якого дорівнює $4\sqrt{3}$ см, гострий

кут — 30° . Усі бічні ребра піраміди нахилені до площини її основи під кутом 45° . Знайдіть об'єм піраміди (у см^3).

Ви відповіли правильно: 12

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)



1) Нехай задано трикутну піраміду $KABC$, в основі якої прямокутний трикутник ABC ($\angle CAB = 90^\circ$).

$$AC = 4\sqrt{3} \text{ см}; \quad \angle CAB = 30^\circ.$$

Тоді $BC = \frac{1}{2} AC = 2\sqrt{3} \text{ см}$ (за властивістю катета навпроти кута 30°).

$$\frac{AB}{AC} = \cos \angle CAB; \quad \text{тоді}$$

$$AB = AC \cdot \cos \angle CAB = 4\sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ = 4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \cdot 3 = 6 \text{ (см)}.$$

Тоді площа трикутника ABC

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2\sqrt{3} = 3 \cdot 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}.$$

2) KH — висота піраміди, тобто перпендикуляр до площини основи.

KC , KB , KA — похилі;

HC , HB , HA — їх проекції на площину основи.

Тоді $\angle KCH$, $\angle KBH$, $\angle KAH$ є кутами нахилу ребер KC , KB , KA до площини основи (за означенням кута між прямою і площиною).

За умовою $\angle KCH = \angle KBH = \angle KAH = 45^\circ$.

3) $\triangle KCH = \triangle KBH = \triangle KAH$ як прямокутні ($\angle H = 90^\circ$) зі спільним катетом KH і кутом 45° .

4) Тоді $HC = HB = HA$. Отже, точка H рівновіддалена від вершин трикутника ABC , значить, вона є центром описаного навколо трикутника ABC кола.

А в прямокутному трикутнику центр описаного кола є серединою гіпотенузи. Значить, точка H — середина AC .

Тоді $HC = HB = HA = 2\sqrt{3}$ см.

5) Розглянемо $\triangle KCH$. В ньому $KHC = 90^\circ$, $\angle KCH = 45^\circ$, значить, $\angle HCK = 45^\circ$.

Тобто, $\triangle KCH$ — прямокутний рівнобедрений. Отже, $KH = HC = 2\sqrt{3}$ см.

6) Об'єм піраміди

$$V_{\text{піраміди}} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot h_{\text{піраміди}} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot KH = \frac{1}{3} \cdot 6\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \times \\ \times 2\sqrt{3} = 12 \text{ (см}^3\text{)}.$$

36

Розв'яжіть рівняння $\sqrt{2x^2 + 7x - 9} + |\sin(\pi x) + 1| = 0$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше, ніж один корінь, то у відповідь запишіть суму всіх коренів.

Ви відповіли правильно: $-4,5$

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\sqrt{2x^2 + 7x - 9} + |\sin \pi + 1| = 0.$$

1) Знайдемо область допустимих значень змінної x .

$$2x^2 + 7x - 9 \geq 0.$$

Коренями квадратного тричлена $2x^2 + 7x - 9$ є числа $-4,5$; 1 . Тоді

$$2(x + 4,5)(x - 1) \geq 0.$$



Отже, $x \in (-\infty; -4,5] \cup [1; +\infty)$.

2) $\sqrt{2x^2 + 7x - 9} \geq 0$, якщо $x \in (-\infty; -4,5] \cup [1; +\infty)$.

$|\sin \pi x + 1| \geq 0$ для всіх дійсних значень x .

Тому їх сума дорівнює нулю, якщо на множині допустимих значень змінної x виконується умова

$$\begin{cases} \sqrt{2x^2 + 7x - 9} = 0, \\ |\sin \pi x + 1| = 0. \end{cases}$$

Тоді

$$\begin{cases} 2x^2 + 7x - 9 = 0, \\ \sin \pi x + 1 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -4,5, \\ x = 1, \\ \sin \pi x = -1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -4,5, \\ x = 1, \\ \pi x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -4,5, \\ x = 1, \\ \pi x = -\frac{1}{2} + 2n, n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$1 \neq -\frac{1}{2} + 2n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$-4,5 = -\frac{1}{2} + 2n, n \in \mathbb{Z}, \text{ якщо } n = 2.$$

Отже, розв'язком системи є число $-4,5$.

3) $-4,5$ належить області допустимих значень змінної x , тому воно є коренем заданого в умові рівняння.