

Тест ЗНО з математики.

Результат

100% :)

Тестовий бал ?

51 із 51

Рейтинговий бал ?

200.0

Витрачено часу: 4 хвилини

[Ще раз](#) [Інший варіант](#) [Статистика](#)

Поділитися...

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

1

Розв'яжіть рівняння $\frac{2}{x} = 5$.

А $x = 0,1$

Б $x = 10$

В $x = 2,5$

Г $x = 0,4$

Д $x = -3$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Зауважимо, що $x \neq 0$, тоді $5x = 2$, звідки $x = 0,4$.

2

Учитель роздав учням певного класу 72 зошити. Кожен учень отримав однакову кількість зошитів. Якому з поданих нижче чисел може дорівнювати кількість учнів у цьому класі?

А 7

Б 9

В 10

Г 11

Д 14

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Очевидно, що серед наведених чисел дільником числа 72 є тільки число 9.

3

Спростіть вираз $0,8b^9 : 8b^3$.

А $0,1b^6$

Б $10b^6$

В $6,4b^{12}$

Г $0,1b^3$

Д $10b^3$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$0,8b^9 : 8b^3 = \frac{0,8}{8}b^{9-3} = 0,1b^6.$$

4

Укажіть лінійну функцію, графік якої паралельний вісі абсцис і проходить через точку $A(-2; 3)$.

☐ А $y = -\frac{3}{2}x$

☐ Б $y = -2$

☐ В $x = -2$

☐ Г $x = 3$

☒ Д $y = 3$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Лінійна функція, графік якої паралельний вісі абсцис, має вигляд $y = b$, тобто не залежить від значення x . Оскільки графік проходить через точку $A(-2; 3)$, то $b = 3$, отже шукана лінійна функція $y = 3$.

5

Доберіть таке закінчення речення, щоб утворилося правильне твердження: «Сума квадратів катетів прямокутного трикутника дорівнює...».

☐ А гіпотенузі

☐ Б квадрату суми катетів

☒ В квадрату гіпотенузи

☐ Г добутку катетів

☐ Д подвійному добутку катетів

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Твердження завдання — формулювання теореми Піфагора: сума квадратів катетів прямокутного трикутника дорівнює квадрату гіпотенузи.

6

Обчисліть $\log_2 \frac{1}{8} + \log_5 25$.

- ☐ А 2
- ☒ Б -1
- ☐ В 5
- ☐ Г $\lg \frac{25}{8}$
- ☐ Д $\log_7 25\frac{1}{8}$

Ви відповіли правильно

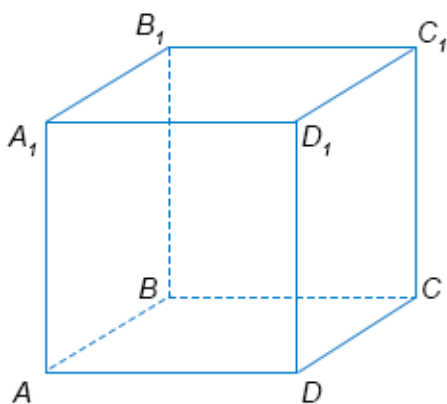
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\log_2 \frac{1}{8} + \log_5 25 = \log_2 2^{-3} + \log_5 5^2 = -3 \log_2 2 + 2 \log_5 5 = -3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = -1.$$

7

На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Укажіть серед поданих нижче пряму, що утворює з CD_1 пару мимобіжних прямих.



- ☐ А $A_1 B$
- ☐ Б $C_1 D$
- ☐ В CB_1
- ☒ Г AB
- ☐ Д CD

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Очевидно, що серед наведених варіантів не перетинається або не паралельна прямій CD_1 , тільки пряма AB .

8

Журнал коштував 25 грн. Через два місяці цей самий журнал став коштувати 21 грн. На скільки відсотків знизилася ціна журналу?

- ☐ А 4 %
- ☐ Б $\frac{4}{21} \cdot 100 \%$
- ☐ В $\frac{25}{21} \cdot 100 \%$
- ☐ Г 84 %
- ☒ Д 16 %

Ви відповіли правильно

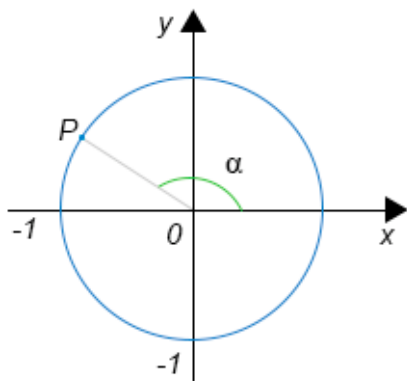
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

За вказаний час ціна журналу знизилася на $25 - 21 = 4$ грн, що складає $\frac{4}{25} \cdot 100 \% = 16 \%$ від початкової ціни.

9

На одиничному колі зображено точку $P(-0,8; 0,6)$ і кут α (див. рисунок). Визначте $\cos \alpha$.



- ☒ А $-0,8$
- ☐ Б $0,6$
- ☐ В $0,8$
- ☐ Г $-0,6$
- ☐ Д $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Оскільки за означенням косинусом кута називається відношення абсциси точки P до довжини радіуса (у нашому випадку коло одиничне, тобто його радіус дорівнює 1), то $\cos \alpha = -0,8$.

10

Знайдіть градусну міру внутрішнього кута правильного десятикутника.

- ☒ А 18°
- ☐ Б 36°
- ☐ В 72°
- ☐ Г 144°
- ☐ Д 162°

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Сума внутрішніх кутів десятикутника $S_{10} = (10 - 2) \cdot 180^\circ = 8 \cdot 180^\circ = 1440^\circ$. У правильному десятикутнику всі внутрішні кути рівні, тобто кожен з них дорівнює $\frac{1}{10} \cdot 1440^\circ = 144^\circ$.

11

Спростіть вираз $a - |a|$, якщо $a < 0$.

А $2a$

Б a

В 0

Г $-a$

Д $-2a$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

За означенням модуля при $a < 0$ $|a| = -a$, отже при $a < 0$ $a - |a| = a - (-a) = a + a = 2a$.

12

Об'єм кулі дорівнює $36\pi \text{ см}^3$. Знайдіть її діаметр.

А 3 см

Б 24 см

В 6 см

Г 18 см

Д 12 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Якщо радіус кулі дорівнює R , то її об'єм $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. З умови задачі $\frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi$, $R^3 = 27$, $R = 3 \text{ см}$. Таким чином, діаметр кулі $2R = 6 \text{ см}$.

13

Визначте знаменник геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_9 = 24$, $b_6 = -\frac{1}{9}$.

- ☐ А $\frac{2}{\sqrt[3]{3}}$
- ☐ Б $-\frac{2}{\sqrt[3]{3}}$
- ☐ В 3
- ☐ Г 6
- ☒ Д -6

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Оскільки $b_9 = b_6 \cdot q^3$, то $24 = -\frac{1}{9} \cdot q^3$, $q^3 = -216$, $q = -6$.

14

Розв'яжіть нерівність $\frac{3x}{x+1} < \frac{7}{x+1}$.

- ☒ А $\left(-1; \frac{7}{3}\right)$
- ☐ Б $(-\infty; -1)$
- ☐ В $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{7}{3}; +\infty\right)$
- ☐ Г $(-\infty; -1) \cup \left(-1; \frac{7}{3}\right)$
- ☐ Д $\left(-\infty; \frac{7}{3}\right)$

Ви відповіли правильно

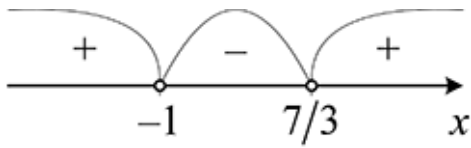
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{3x}{x+1} < \frac{7}{x+1},$$

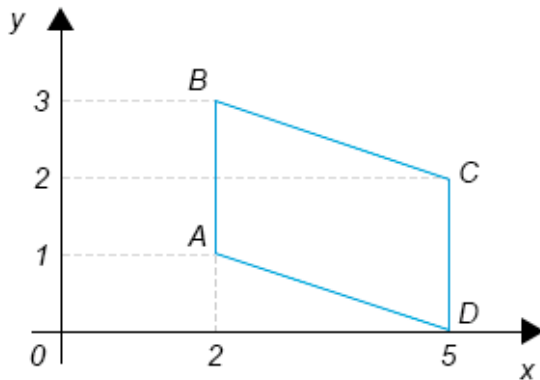
$$\frac{3x-7}{x+1} < 0,$$

$$x \in \left(-1; \frac{7}{3}\right).$$



15

Обчисліть площу чотирикутника $ABCD$ (див. рисунок), сторони AB і CD якого паралельні вісі Oy .



А 10

Б 5

В 3

Г 6

Д 7

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Очевидно, що чотирикутник $ABCD$ — паралелограм. $S_{ABCD} = BA \cdot BC \cdot \sin \widehat{ABC}$.

$$BA = 3 - 1 = 2,$$

$$BC = \sqrt{(5 - 2)^2 + 1^2} = \sqrt{10},$$

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{5 - 2}{\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}, \text{ отже:}$$

$$S_{ABCD} = 2 \cdot \sqrt{10} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = 6.$$

Якому з наведених нижче проміжків належить корінь рівняння $5^{x+3} = \left(\frac{1}{125}\right)^x$?

- ☐ А $(-3; -2]$
- ☐ Б $(-2; -1]$
- ☒ В $(-1; 0]$
- ☐ Г $(0; 1]$
- ☐ Д $(1; 3]$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$5^{x+3} = \left(\frac{1}{125}\right)^x,$$

$$5^{x+3} = (5^{-3})^x,$$

$$5^{x+3} = 5^{-3x},$$

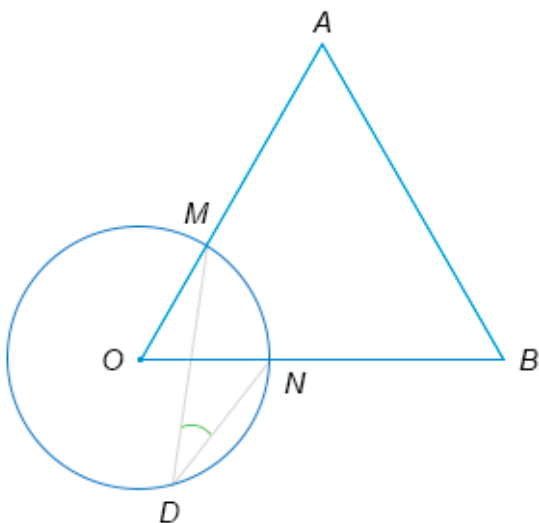
$$x + 3 = -3x,$$

$$4x = -3,$$

$$x = -0,75.$$

Даний корінь належить проміжку $(-1; 0]$.

На рисунку зображено коло з центром у точці O і рівносторонній трикутник AOB , що перетинає коло в точках M і N . Точка D належить колу. Знайдіть градусну міру кута MDN .



- ☐ А 15°
- ☒ Б 30°
- ☐ В 45°
- ☐ Г 60°
- ☐ Д 120°

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Кути MDN і MON спираються на одну і ту саму дугу кола MN , при цьому $\angle MON$ центральний, а $\angle MDN$ — уписаний. Отже, $\angle MDN = \frac{\angle MON}{2}$. Оскільки трикутник ABC рівносторонній, $\angle MON = 60^\circ$. Остаточно $\angle MDN = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$.

18

Функція $y = f(x)$ є спадною на проміжку $(-\infty; +\infty)$. Укажіть правильну нерівність.

- ☐ А $f(1) > f(-1)$
- ☐ Б $f(1) < f(8)$
- ☐ В $f(1) > f(0)$
- ☐ Г $f(-1) < f(0)$
- ☒ Д $f(1) > f(10)$

Ви відповіли правильно

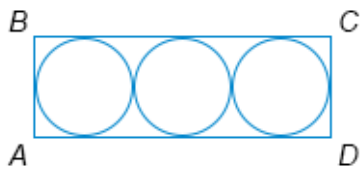
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

У спадної функції зі збільшенням аргументу значення зменшується. Серед наведених нерівностей цьому задовольняє лише $f(1) > f(10)$.

19

У прямокутник $ABCD$ вписано три круги одного й того самого радіуса (див. рисунок). Визначте довжину сторони BC , якщо загальна площа кругів дорівнює 3π .



- ☐ А 2
- ☐ Б 3
- ☒ В 6
- ☐ Г 9
- ☐ Д 18

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Очевидно, що BC дорівнює довжині 3 діаметрів (або ж 6 радіусів) кругів. Загальна площа кругів 3π , отже площа одного круга дорівнює π . Нехай радіус круга дорівнює r , тоді його площа: $S = \pi r^2 = \pi$,

$$r^2 = 1,$$

$$r = 1.$$

$$\text{Отже } BC = 6r = 6.$$

20

О шостій годині ранку визначено температуру на десяти метеостанціях. Отримані дані відображено в таблиці.

Температура (у градусах)	1	3	4	x
Кількість метеостанцій	2	3	4	1

Визначте x , якщо середнє арифметичне всіх цих даних дорівнює $3,5^\circ$.

- ☐ А $x = 5$
- ☐ Б $x = 6$
- ☐ В $x = 7$
- ☒ Г $x = 8$
- ☐ Д $x = 9$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

Обрахуємо середнє арифметичне за таблицею:

$$\frac{2 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 1 \cdot x}{2 + 3 + 4 + 1} = 3,5,$$

$$\frac{27 + x}{10} = 3,5,$$

$$27 + x = 35,$$

$$x = 35 - 27 = 8^\circ.$$

21

У трикутнику ABC : $AB = 31$ см, $BC = 15$ см, $AC = 26$ см. Пряма a , паралельна стороні AB , перетинає сторони BC і AC у точках M і N відповідно. Обчисліть периметр трикутника MNC , якщо $MC = 5$ см.

☐ А 15 см

☒ Б 24 см

☐ В 48 см

☐ Г 21 см

☐ Д 26 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

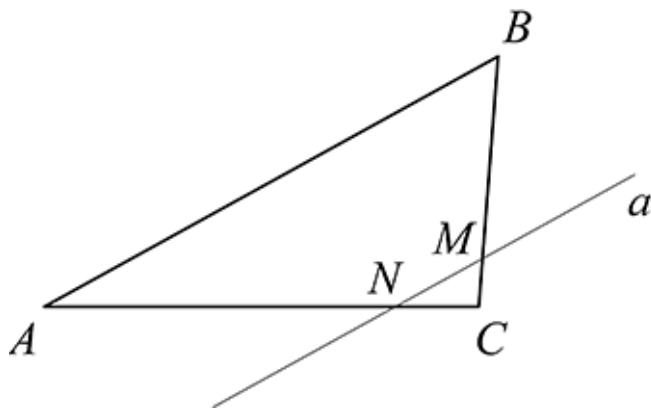
Оскільки $AB \parallel NM$, то трикутники ABC і NMC подібні (за трьома кутами). Отже

$$\frac{AB}{NM} = \frac{AC}{NC} = \frac{BC}{MC} = \frac{15}{5} = 3. \text{ Звідси:}$$

$$NM = \frac{AB}{3} \text{ см,}$$

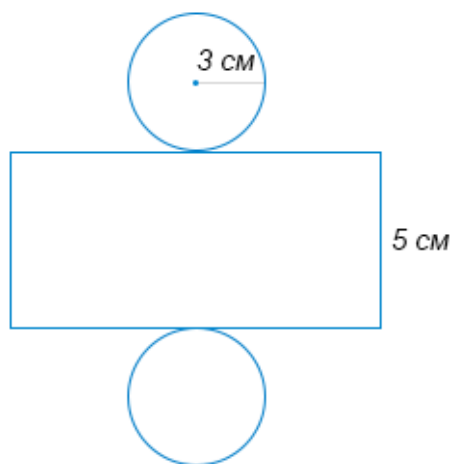
$$NC = \frac{AC}{3} \text{ см.}$$

$$P_{NMC} = NM + MC + CN = \frac{31}{3} + 5 + \frac{26}{3} = 24 \text{ см.}$$



22

На рисунку зображено розгортку циліндра. Знайдіть його об'єм.



- ☐ А $9\pi \text{ см}^3$
- ☐ Б $15\pi \text{ см}^3$
- ☐ В $30\pi \text{ см}^3$
- ☐ Г $36\pi \text{ см}^3$
- ☒ Д $45\pi \text{ см}^3$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

З розгортки бачимо, що висота циліндра $H = 5 \text{ см}$, а радіус його основи $R = 3 \text{ см}$. Отже, його об'єм $V = \pi R^2 H = \pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 45\pi \text{ см}^3$.

23

Розв'яжіть нерівність $\log_{0,5}(x - 1) > 2$.

☒ А (1; 1,25)

☐ Б (2; $+\infty$)

☐ В (1,25; $+\infty$)

☐ Г (0; 0,25)

☐ Д ($-\infty$; 1,25)

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\log_{0,5}(x-1) > 2,$$

$$\log_{0,5}(x-1) > \log_{0,5} 0,5^2,$$

$$\begin{cases} x-1 < 0,5^2, \\ x-1 > 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 1,25, \\ x > 1, \end{cases}$$

$$x \in (1; 1,25).$$

24

Функція $F(x) = 6 \sin(2x) - 1$ є первісною функції $f(x)$. Знайдіть функцію $f(x)$.

☐ А $f(x) = -12 \cos(2x)$

☐ Б $f(x) = 6 \cos(2x)$

☒ В $f(x) = 12 \cos(2x)$

☐ Г $f(x) = -3 \cos(2x) - x + C$

☐ Д $f(x) = -6 \cos(2x) - x + C$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$f(x) = F'(x) = (6 \sin 2x - 1)' = 2 \cdot 6 \cos 2x = 12 \cos 2x.$$

25

Діагональним перерізом правильної чотирикутної призми є прямокутник, площа якого дорівнює 40 см^2 . Периметр основи призми дорівнює $20\sqrt{2} \text{ см}$. Визначте висоту призми.

- ☐ А $\sqrt{2} \text{ см}$
- ☐ Б $2\sqrt{2} \text{ см}$
- ☒ В 4 см
- ☐ Г 1 см
- ☐ Д 2 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

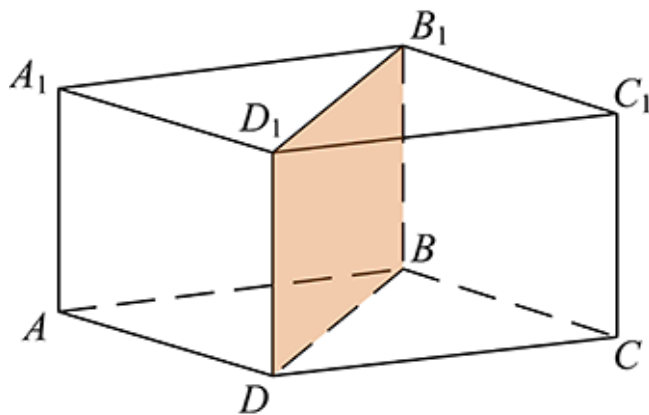
[Приховати пояснення](#)

Нехай $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ задана призма, $BB_1 D_1 D$ — її діагональний переріз. Оскільки призма пряма, то її висотою є будь-яке бічне ребро. Так як основа призми квадрат, то його сторона $AD = \frac{20\sqrt{2}}{4} = 5\sqrt{2} \text{ см}$, а діагональ $BD = AD\sqrt{2} = 10 \text{ см}$. Тоді площа діагонального перерізу дорівнює:

$$BD \cdot DD_1 = 40,$$

$$10 \cdot DD_1 = 40,$$

$$DD_1 = 4 \text{ см}.$$



Установіть відповідність між функціями (1–4) та ескізами їхніх графіків (А–Д).

Функція

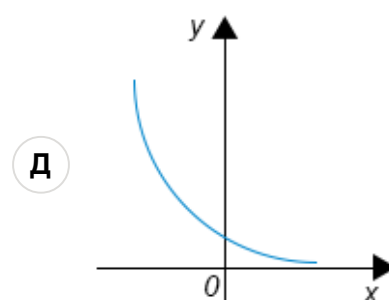
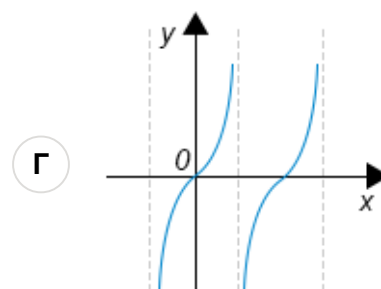
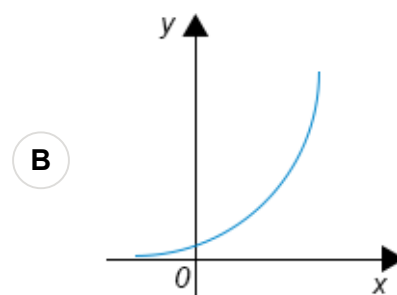
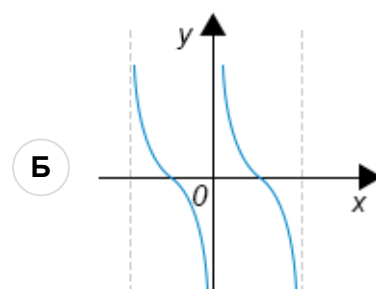
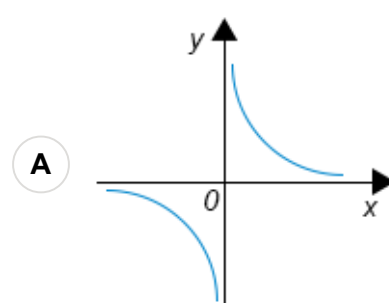
1 $y = \operatorname{tg} x$

2 $y = \operatorname{ctg} x$

3 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

4 $y = \frac{1}{x}$

Ескіз графіка функції



	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☒	☐
2	☐	☒	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☒
4	☒	☐	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

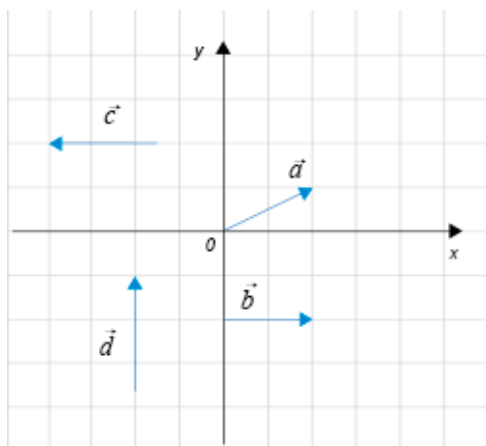
1, 2) Очевидно, що графіки функцій $y = \operatorname{tg} x$ і $y = \operatorname{ctg} x$ зображено на рисунках **Б** та **Г**, причому оскільки $\operatorname{ctg} x$ не визначений при $x = 0$, то функції $y = \operatorname{tg} x$ відповідає рис. **Г**, а функції $y = \operatorname{ctg} x$ — рис. **Б**.

3) Графіки показникових функцій зображено на рисунках **В** та **Д**. Оскільки $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ є функцією вигляду $y = a^x$, де $0 < a < 1$, то її графік — спадаюча крива **Д**.

4) Графік функції $y = \frac{1}{x}$ зображено на рис. **А**.

27

На рисунку зображено вектори $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ у прямокутній системі координат. Установіть відповідність між парою векторів (1–4) і твердженням (А–Д), що є правильним для цієї пари.



Вектори

1 $\vec{a}$ і $\vec{b}$ 2 $\vec{a}$ і $\vec{c}$ 3 $\vec{c}$ і $\vec{d}$ 4 $\vec{b}$ і $\vec{c}$

Твердження

А вектори перпендикулярні**Б** вектори колінеарні, але не рівні**В** скалярний добуток векторів більший за 0**Г** вектори рівні**Д** кут між векторами тупий

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☒	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☒
3	☒	☐	☐	☐	☐
4	☐	☒	☐	☐	☐



Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

- А)** Серед наведених пар векторів прямий кут утворюють тільки вектори $\vec{c}$ і $\vec{d}$.
Б) Серед наведених пар векторів на паралельних прямих лежать тільки вектори $\vec{b}$ і $\vec{c}$.
В) Оскільки скалярний добуток векторів — добуток їх модулів і косинуса кута між ними, то для того, аби він був додатним, необхідно, щоб був додатним косинус кута між векторами. Серед наведених пар векторів гострий кут утворюють тільки вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$.
Г) Рівних векторів серед наведених пар немає.
Д) Серед наведених пар векторів тупий кут утворюють тільки вектори $\vec{a}$ і $\vec{c}$.

28

Установіть відповідність між виразами (1–4) та їхніми значеннями, якщо $x = 0,5$ (А–Д).

Вираз

Значення виразу

1 $\frac{x^2 - 9}{3 + x}$

А $-2,5$

2 $(x - 5)^2 + 5(2x - 5)$

Б $-0,25$

3 $\frac{x^3 + 1}{x^2 - x + 1}$

В $0,25$

4 $\frac{3x - 6}{8x} \cdot \frac{x}{x^2 - 4x + 4}$

Г $1,5$ Д $2,5$

	А	Б	В	Г	Д
1	☒	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☒	☐	☐
3	☐	☐	☐	☒	☐
4	☐	☒	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

$$1) \frac{0,5^2 - 9}{3 + 0,5} = \frac{\frac{1}{4} - 9}{3 + \frac{1}{2}} = \frac{-\frac{35}{4}}{\frac{7}{2}} = -\frac{\cancel{35} \cdot 2}{4 \cdot \cancel{7}} = -2,5.$$

$$2) (0,5 - 5)^2 + 5(2 \cdot 0,5 - 5) = (-4,5)^2 + 5 \cdot (-4) = 20,25 - 20 = 0,25.$$

$$3) \frac{x^3 + 1}{x^2 - x + 1} = \frac{(x+1) \cancel{(x^2 - x + 1)}}{\cancel{x^2 - x + 1}} = x + 1 = 0,5 + 1 = 1,5.$$

$$4) \frac{3 \cancel{(x-2)}}{8 \cancel{x}} \cdot \frac{\cancel{x}}{\cancel{(x-2)}^2_{x-2}} = \frac{3}{8(x-2)} = \frac{3}{8(0,5-2)} = \frac{3}{8 \cdot (-1,5)} = -\frac{1}{4} = -0,25.$$

29

Обчисліть значення виразу $\frac{3\sqrt{2} - 5}{\sqrt{2} - 1} + \frac{\sqrt{24} - \sqrt{300}}{\sqrt{3}}$.

Ви відповіли правильно: -9

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{3\sqrt{2} - 5}{\sqrt{2} - 1} + \frac{\sqrt{24} - \sqrt{300}}{\sqrt{3}} = \frac{(3\sqrt{2} - 5)(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} + \frac{2\sqrt{6} - 10\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 6 - \cancel{5\sqrt{2}} + \cancel{3\sqrt{2}} - 5 + \cancel{2\sqrt{2}} - 10 = -9.$$

30

Матеріальна точка рухається за законом $s(t) = 2t^2 + 3t$, де s вимірюється в метрах, а t — у секундах. Знайдіть значення t (у секундах), при якому миттєва швидкість матеріальної точки дорівнює 76 м/с.

Ви відповіли правильно: 18,25

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Миттєва швидкість — похідна функції $s(t)$:

$$vt = s'(t) = (2t^2 + 3t)' = 4t + 3 = 76,$$

$$4t = 73,$$

$$t = 18,28.$$

У відділі працює певна кількість чоловіків і жінок. Для анкетування навмання вибрали одного із співробітників. Імовірність того, що це чоловік, дорівнює $\frac{2}{7}$. Знайдіть відношення кількості жінок до кількості чоловіків, які працюють у цьому відділі.

Ви відповіли правильно: 2,5

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Імовірність події, що навмання обраний співробітник виявиться чоловіком, обчислюється як відношення кількості чоловіків у відділі до загальної кількості працівників. Оскільки за умовою вона дорівнює $\frac{2}{7}$, то можна сказати, що кількість чоловіків у відділі $2k$, а загальна кількість працівників $7k$, де k — деяке додатне ціле число. Тоді кількість жінок у відділі — $7k - 2k = 5k$, а відношення кількості жінок до кількості чоловіків дорівнює $\frac{5k}{2k} = 2,5$.

Двоє робітників, працюючи разом, можуть скосити траву на ділянці за 2 години 6 хвилин. Скільки часу (у годинах) витратить на скошування трави на цій ділянці другий робітник, працюючи самостійно, якщо йому потрібно на виконання цього завдання на 4 години більше, ніж першому робітникові?

Ви відповіли правильно: 7

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Нехай другий робітник витрачає на самостійне скошування трави на ділянці x год, тоді перший робітник витрачає на це $(x - 4)$ год. Працюючи разом, двоє робітників за годину скошують $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-4}$ частину ділянки. Оскільки відомо, що всю траву на ділянці вони разом викошують за $2\frac{1}{10}$ год, маємо рівняння:

$$2\frac{1}{10} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-4} \right) = 1,$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-4} = \frac{10}{21},$$

$$\frac{x-4+x}{x(x-4)} = \frac{10}{21},$$

$$\frac{\cancel{x}(x-2)}{x^2-4x} = \frac{\cancel{x} \cdot 5}{21},$$

$$5x^2 - 20x = 21x - 42,$$

$$5x^2 - 41x + 42 = 0,$$

$$D = 41^2 - 4 \cdot 5 \cdot 42 = 1681 - 840 = 841 = 29^2,$$

$$x = \frac{41 \pm 29}{2 \cdot 5},$$

$$x_1 = 7,$$

$x_2 = 1,2$ (другий корінь рівняння очевидно не задовольняє умові задачі). Отже другому робітнику на самостійне скошування трави з цієї ділянки потрібно 7 год.

33

У чотирикутну піраміду, в основі якої лежить рівнобічна трапеція з бічною стороною 13 см і основами 18 см і 8 см, вписано конус. Знайдіть площу бічної поверхні конуса $S_{\text{бічне}}$ (у см^2), якщо всі бічні грані піраміди нахилені до площини основи під кутом 60° . У відповіді запишіть значення $\frac{S_{\text{бічне}}}{\pi}$.

Ви відповіли правильно: 72

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Нехай $PABCD$ — дана піраміда, $ABCD$ — трапеція ($AD \parallel BC$), $AB = CD = 13$ см, $AD = 18$ см, $BC = 8$ см, $\angle PHO = 60^\circ$. Щоб знайти площу бічної поверхні конуса, знайдемо його твірну і радіус основи. Проведемо висоту трапеції BK . Оскільки $ABCD$ рівнобічна, то $AK = \frac{AD - BC}{2} = \frac{18 - 8}{2} = 5$ см. З прямокутного трикутника ABK :

$$BK = \sqrt{AB^2 - AK^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \text{ см.}$$

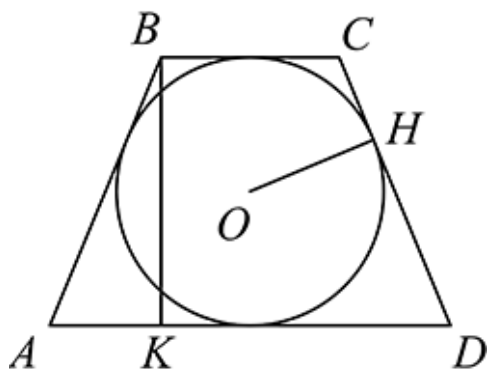
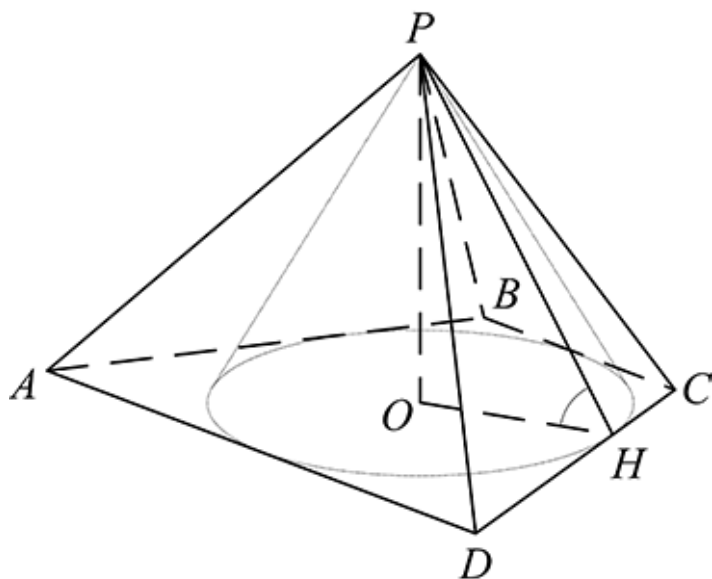
Очевидно, що BK — діаметр вписаного у трапецію кола, отже радіус кола

$$OH = \frac{BK}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ см. З прямокутного трикутника}$$

$$PHO: PH = \frac{OH}{\cos 60^\circ} = \frac{6}{\frac{1}{2}} = 12 \text{ см. Таким чином, площа бічної поверхні конуса}$$

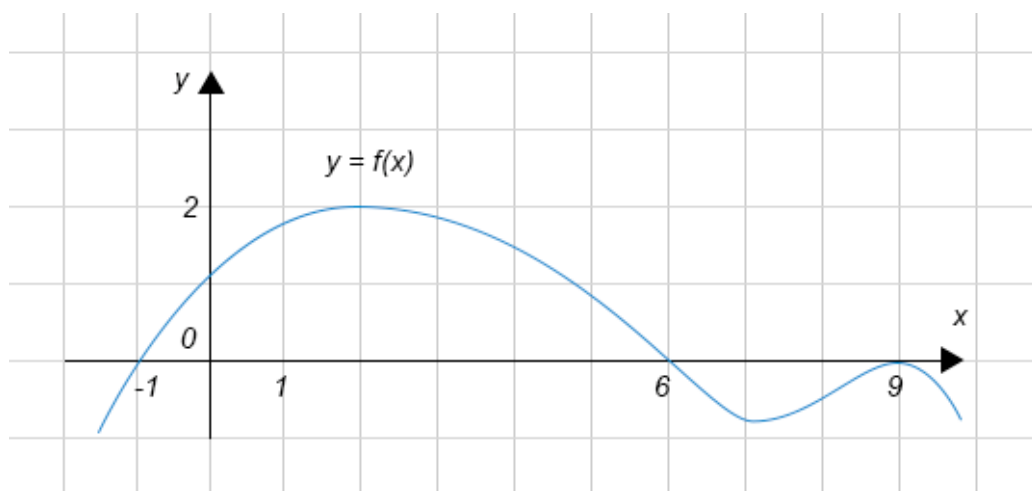
$$S = \pi \cdot OH \cdot PH = \pi \cdot 6 \cdot 12 = 72\pi \text{ см}^2. \text{ У відповідь записуємо значення}$$

$$\frac{S}{\pi} = \frac{72}{\pi} = 72.$$



34

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, що визначена на проміжку $(-\infty; +\infty)$ і має лише три нулі.



Розв'яжіть систему

$$\begin{cases} f(x) \geq 0, \\ x^2 + x - 6 > 0 \end{cases}$$

У відповіді запишіть суму всіх цілих розв'язків системи.

Ви відповіли правильно: 27

Бали: 2 із 2

На графіку бачимо, що розв'язком нерівності $f(x) \geq 0$ є множина $[-1; 6] \cup \{9\}$.

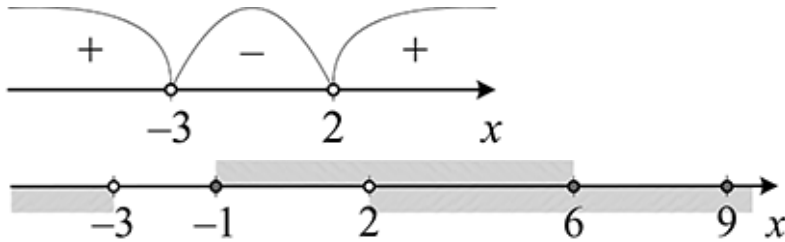
Нерівність $x^2 + x - 6 > 0$ розв'язуємо методом інтервалів:

$$(x - 2)(x + 3) > 0,$$

$$x \in (-\infty; -3) \cup (2; +\infty).$$

Об'єднуючи інтервали двох нерівностей, отримуємо розв'язок системи: $(2; 6] \cup \{9\}$.

Цілими розв'язками системи є числа 3, 4, 5, 6 і 9, їх сума — $3 + 4 + 5 + 6 + 9 = 27$.



35

Знайдіть найменше значення a , при якому має розв'язки рівняння

$$\frac{1}{2}(\sin x + \sqrt{3} \cos x) = 6 - 5a - 2a^2.$$

Ви відповіли правильно: $-3,5$

Бали: 2 із 2

Приховати пояснення

$$\frac{1}{2}(\sin x + \sqrt{3} \cos x) = 6 - 5a - 2a^2,$$

$$\sin 30^\circ \sin x + \cos 30^\circ \cos x = 6 - 5a - 2a^2,$$

$$\cos(30^\circ - x) = 6 - 5a - 2a^2.$$

Рівняння має розв'язки при:

$$|6 - 5a - 2a^2| \leq 1, \quad \begin{cases} 6 - 5a - 2a^2 \geq -1, \\ 6 - 5a - 2a^2 \leq 1, \end{cases} \quad \begin{cases} 2a^2 + 5a - 7 \leq 0, \\ 2a^2 + 5a - 5 \geq 0. \end{cases}$$

Дискримінант першого рівняння $D_1 = 25 + 4 \cdot 2 \cdot 7 = 25 + 56 = 81$, корені першого

$$\text{рівняння } a_{1,2} = \frac{-5 \pm 9}{4}, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = -\frac{7}{2}.$$

Дискримінант другого рівняння $D_2 = 25 + 4 \cdot 2 \cdot 5 = 25 + 40 = 65$, корені другого

$$\text{рівняння } a_{3,4} = \frac{-5 \pm \sqrt{65}}{4}. \text{ Розв'язуємо кожну нерівність методом інтервалів: розв'язок}$$

першої нерівності — $a \in \left[-\frac{7}{2}; 1\right]$; розв'язок другої нерівності —

$$a \in \left(-\infty; \frac{-5 - \sqrt{65}}{4}\right] \cup \left[\frac{-5 + \sqrt{65}}{4}; +\infty\right). \text{ Об'єднуючи інтервали двох}$$

нерівностей, отримуємо розв'язок системи:

$a \in \left[-\frac{7}{2}; \frac{-5 - \sqrt{65}}{4}\right] \cup \left[\frac{-5 - \sqrt{65}}{4}; 1\right]$. Отже мінімальне значення a , при якому вихідне рівняння має розв'язки:

$$a = -\frac{7}{2} = -3,5.$$

