

Тест ЗНО з математики.

Результат

100% :)

Тестовий бал ?

52 із 52

Рейтинговий бал ?

200.0

Витрачено часу: 4 хвилини

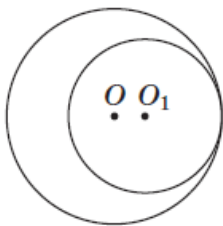
[Ще раз](#) [Інший варіант](#) [Статистика](#)

Поділитися...



1

Два кола з центрами в точках O і O_1 мають внутрішній дотик (див. рисунок). Обчисліть відстань OO_1 , якщо радіуси кіл дорівнюють 12 см і 8 см.

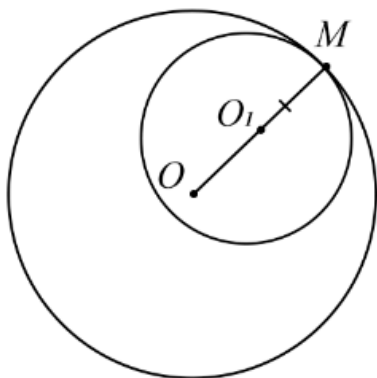


- ☐ А 1,5 см
- ☐ Б 2 см
- ☐ В 3 см
- ☒ Г 4 см
- ☐ Д 8 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)



Позначимо точку дотику M . Тоді $OO_1 = O_1M = 12 - 8 = 4$ см.

2

Знайдіть область визначення функції $y = 2 - \frac{1}{x}$.

- ☐ А $(-\infty; +\infty)$
- ☒ Б $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
- ☐ В $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$
- ☐ Г $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$
- ☐ Д $\left(0; \frac{1}{2}\right)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

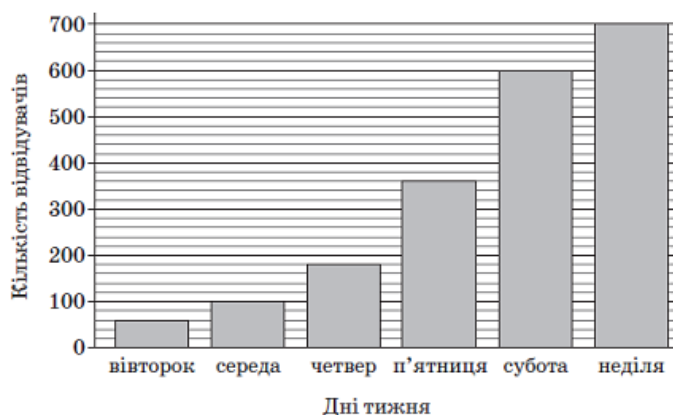
[Приховати пояснення](#)

Оскільки змінна x знаходиться в знаменнику дробу, то $x \neq 0$. Тобто:

$$x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty).$$

3

На діаграмі відображено кількість відвідувачів Музею води протягом одного робочого тижня (з вівторка до неділі). У який день тижня кількість відвідувачів була вдвічі більшою, ніж у попередній день?



- ☐ А середа
- ☐ Б четвер
- ☒ В п'ятниця
- ☐ Г субота
- ☐ Д неділя

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

В четвер було 180 відвідувачів, у п'ятницю — 360.

4

Яка з наведених точок належить осі Oz прямокутної системи координат у просторі?

- ☐ А $M(0; -3; 0)$
- ☐ Б $N(3; 0; -3)$
- ☐ В $K(-3; 0; 0)$
- ☐ Г $L(-3; 3; 0)$
- ☒ Д $F(0; 0; -3)$

Ви відповіли правильно

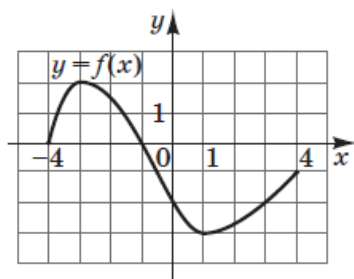
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Осі Oz належить точка $(0; 0; z)$. Тобто, це точка $F(0; 0; -3)$.

5

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-4; 4]$. Знайдіть множину всіх значень x , для яких $f(x) \leq -2$.



- ☒ А $[0; 3]$
- ☐ Б $[-3; 2]$
- ☐ В $[-1; 4]$
- ☐ Г $[-3; -2]$
- ☐ Д $[-4; 0]$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Якщо $f(x) \leq -2$, то до уваги беремо ті точки графіка функції $y = f(x)$, ординати яких не більші від -2 . Тобто, $x \in [0; 3]$.

6

Два фахівці розробили макет рекламного оголошення. За роботу вони отримали 5000 грн, розподіливши гроші таким чином: перший отримав четверту частину зароблених грошей, а другий — решту. Скільки гривень отримав за цю роботу другий фахівець?

- ☐ А 1000 грн
- ☐ Б 1250 грн
- ☐ В 3000 грн
- ☒ Г 3750 грн
- ☐ Д 4000 грн

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

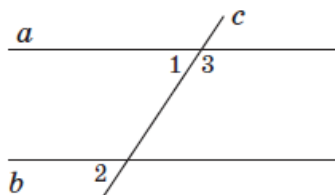
[Приховати пояснення](#)

Якщо перший фахівець отримав четверту частину грошей, то другий отримав три чверті зароблених грошей. Тоді:

$$5000 \cdot \frac{3}{4} = \frac{5000 \cdot 3}{4} = 1250 \cdot 3 = 3750 \text{ (грн)}.$$

7

Пряма c перетинає паралельні прямі a і b (див. рисунок). Які з наведених тверджень є правильними для кутів 1, 2, 3?



- I. $\angle 1$ і $\angle 3$ — суміжні.
- II. $\angle 1 = \angle 2$.
- III. $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$.

- ☐ А лише I
- ☐ Б лише I і III
- ☐ В лише III
- ☐ Г лише I і II
- ☒ Д I, II та III

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

- 1) $\angle 1$ і $\angle 3$ разом утворюють розгорнутий кут, отже, вони суміжні.
- 2) $\angle 1$ і $\angle 2$ — відповідні кути, утворені при перетині паралельних прямих a і b січною c ; отже, вони рівні.
- 3) $\angle 1 = \angle 2$, а $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$, тому:
 $\angle 2 + \angle 3 = \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$.

8

Запишіть числа $\sqrt[3]{2}$, 1, $\sqrt[5]{3}$ в порядку зростання.

- ☐ А 1, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[5]{3}$
- ☒ Б 1, $\sqrt[5]{3}$, $\sqrt[3]{2}$
- ☐ В $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[5]{3}$, 1
- ☐ Г $\sqrt[5]{3}$, 1, $\sqrt[3]{2}$
- ☐ Д $\sqrt[3]{2}$, 1, $\sqrt[5]{3}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\sqrt[3]{2} = \sqrt[15]{2^5} = \sqrt[15]{32};$$

$$1 = \sqrt[15]{1^{15}} = \sqrt[15]{1};$$

$$\sqrt[5]{3} = \sqrt[15]{3^3} = \sqrt[15]{27}.$$

Функція $y = \sqrt[15]{x}$ — монотонно зростаюча на всій області визначення, тому:

$$\sqrt[15]{1} < \sqrt[15]{27} < \sqrt[15]{32}, \text{ отже, } 1 < \sqrt[5]{3} < \sqrt[3]{2}.$$

9

При якому значенні x вектори $\vec{a}(2; x)$ і $\vec{b}(-4; 10)$ перпендикулярні?

- ☐ А -5
- ☐ Б -0,8
- ☒ В 0,8
- ☐ Г 5
- ☐ Д 20

[Приховати пояснення](#)

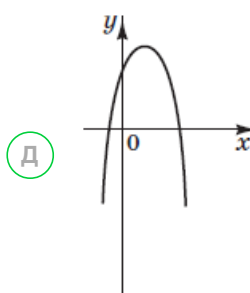
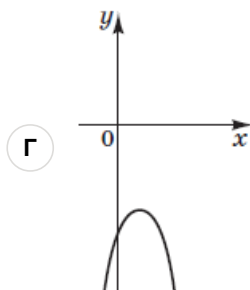
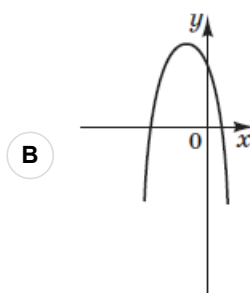
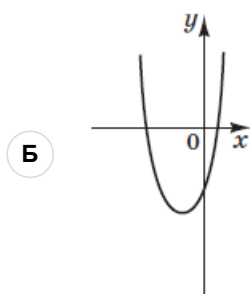
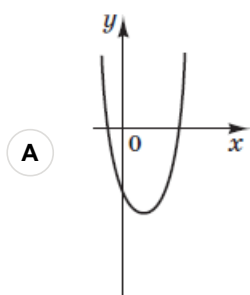
Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ перпендикулярні, отже, їх скалярний добуток дорівнює нулю.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot (-4) + x \cdot 10 = -8 + 10x = 0 \quad ;$$

$$10x = 8;$$

$$x = \frac{8}{10} = 0,8.$$

На якому з наведених рисунків зображено ескіз графіка функції $y = 4 - (x - 1)^2$?



Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

З графіка функції $y = x^2$ переміщенням на 1 одиницю праворуч вздовж осі Ox одержимо графік функції $y = (x - 1)^2$. Перемістивши його на 4 одиниці вгору вздовж осі Oy , одержимо графік функції $y = 4 - (x - 1)^2$.

У залі кінотеатру 18 рядів. У першому ряду знаходяться 7 місць, а в кожному наступному ряду на 2 місця більше, ніж у попередньому. Скільки всього місць у цьому залі?

- ☒ А 432
- ☐ Б 438
- ☐ В 369
- ☐ Г 450
- ☐ Д 864

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Розглянемо арифметичну прогресію (a_n) , в якій порядковий номер члена прогресії є номером ряду, а членами прогресії є кількість місць у відповідному ряду. Тоді:

$$a_1 = 7;$$

$$d = 2.$$

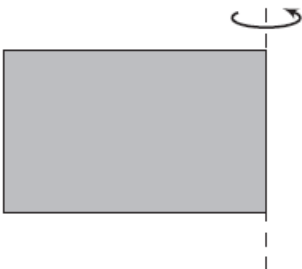
Формула суми n перших членів арифметичної прогресії:

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n.$$

$$\text{Тоді } S_{18} = \frac{2 \cdot 7 + 2 \cdot 17}{2} \cdot 18 = \frac{2(7+17)}{2} \cdot 18 = 24 \cdot 18 = 432.$$

Отже, в залі 432 місця.

Прямокутник із сторонами 8 см і 10 см обертається навколо меншої сторони (див. рисунок). Знайдіть площу повної поверхні отриманого тіла обертання.



- ☒ А $360\pi \text{ см}^2$
- ☐ Б $160\pi \text{ см}^2$
- ☐ В $260\pi \text{ см}^2$
- ☐ Г $288\pi \text{ см}^2$
- ☐ Д $800\pi \text{ см}^2$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Отримане тіло обертання — циліндр з радіусом основи 10 см і твірною 8 см . Площа повної поверхні циліндра складається з суми площ його основ та площі бічної поверхні. Основа циліндра — круг, тому:

$$S_{\text{основи}} = \pi R^2 = \pi \cdot 10^2 = 100\pi \text{ (см}^2\text{)}.$$

Бічна поверхня циліндра — прямокутник, одна сторона якого 8 см , а друга рівна довжині кола основи.

$$l_{\text{кола}} = 2\pi R = 2\pi \cdot 10 = 20\pi \text{ (см)}.$$

$$S_{\text{бічна}} = 8 \cdot l_{\text{кола}} = 8 \cdot 20\pi = 160\pi \text{ (см}^2\text{)}.$$

Тоді:

$$S_{\text{повної поверхні}} = 2 \cdot S_{\text{основи}} + S_{\text{бічна}} = 2 \cdot 100\pi + 160\pi = 200\pi + 160\pi = 360\pi \text{ (см}^2\text{)}.$$

13

Якому проміжку належить значення виразу $\sin 410^\circ$?

- ☐ А $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$
- ☐ Б $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$
- ☐ В $\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
- ☒ Г $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
- ☐ Д $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Найменший додатний період функції $y = \sin x$ становить 360° .

$$\sin 410^\circ = \sin(410^\circ - 360^\circ) = \sin 50^\circ.$$

На проміжку $(0^\circ; 90^\circ)$ функція $y = \sin x$ монотонно зростає. Тому:

$$\sin 45^\circ < \sin 50^\circ < \sin 60^\circ.$$

Отже:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} < \sin 50^\circ < \sin 60^\circ,$$

тобто:

$$\sin 410^\circ \in \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

14

З міст A і B , відстань між якими по шосе становить 340 км , одночасно назустріч один одному виїхали автобус і маршрутне таксі зі сталими швидкостями 65 км/год і 80 км/год відповідно. Автобус і маршрутне таксі рухаються без зупинок і ще не зустрілися. За якою формулою можна обчислити відстань S (у км) між автобусом і маршрутним таксі по шосе через t годин після початку руху?

- ☐ А $S = 340 - 15t$
- ☐ Б $S = 340 + 145t$
- ☐ В $S = 15t - 340$
- ☐ Г $S = 145t - 340$
- ☒ Д $S = 340 - 145t$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

За час t годин автобус проїхав $65t$ кілометрів, маршрутне таксі проїхало $80t$ кілометрів. Разом вони проїхали $65t + 80t = 145t$ (км). Значить, відстань між ними у кілометрах:

$$S = 340 - 145t.$$

15

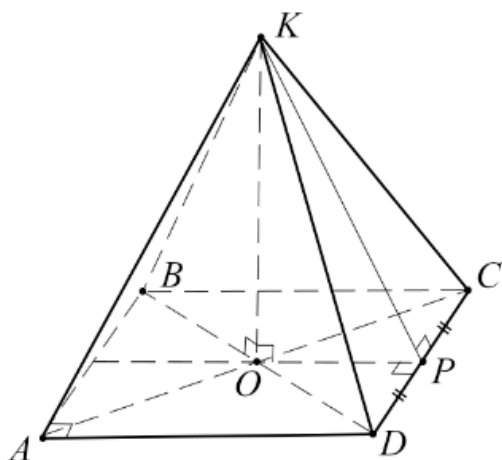
Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 4 см, а її апофема — 5 см. Визначте косинус кута між площиною бічної грані піраміди і площиною основи.

- ☐ А $\frac{1}{5}$
- ☒ Б $\frac{3}{5}$
- ☐ В $\frac{3}{4}$
- ☐ Г $\frac{4}{5}$
- ☐ Д $\frac{4}{3}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)



$KABCD$ — правильна чотирикутна піраміда.

KO — висота, $KO = 4$ см.

KP — апофема, $KP = 5$ см.

$KP \perp DC$; $OP \perp DC$. Тоді $\angle KPO$ — кут між площиною бічної грані і площиною основи за означенням кута між площинами.

За теоремою Піфагора з $\triangle KOP$ ($\angle O = 90^\circ$):

$$KP^2 = KO^2 + OP^2;$$

$$5^2 = 4^2 + OP^2;$$

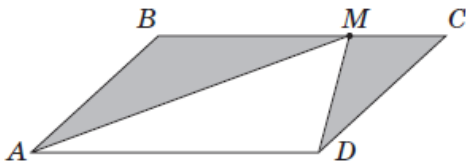
$$OP^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9;$$

$$OP = 3 \text{ см.}$$

$$\cos \angle KPO = \frac{OP}{KP} = \frac{3}{5}.$$

16

На рисунку зображено паралелограм $ABCD$, площа якого дорівнює 60 см^2 . Точка M належить стороні BC . Визначте площу фігури, що складається з двох зафарбованих трикутників.



- ☐ А 45 см^2
- ☐ Б 40 см^2
- ☐ В 35 см^2
- ☒ Г 30 см^2
- ☐ Д 20 см^2

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Нехай h — висота паралелограма, проведена до сторони AD . Тоді площа паралелограма:

$$S_{ABCD} = h \cdot AD = 60 \text{ см}^2.$$

Площа трикутника AMD дорівнює половині площі паралелограма:

$$S_{AMD} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot 60 = 30 (\text{ см}^2).$$

Тоді площа S зафарбованих частин:

$$S = S_{ABCD} - S_{AMD} = 60 - 30 = 30 (\text{ см}^2).$$

17

Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{\pi}{4}\right)^x < \left(\frac{4}{\pi}\right)^3$.

☒ А $(-3; +\infty)$

☐ Б $(3; +\infty)$

☐ В $(-\infty; 3)$

☐ Г $(-\infty; -3)$

☐ Д $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\left(\frac{\pi}{4}\right)^x < \left(\frac{4}{\pi}\right)^3;$$

$$\left(\frac{\pi i}{4}\right)^x < \left(\frac{\pi}{4}\right)^{-3}.$$

Оскільки функція $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$ монотонно спадна на своїй області визначення, то: $x > -3$, тобто, $x \in (-3; +\infty)$.

18

У прямокутнику $ABCD$: $BC = 80$, $AC = 100$. Через точки M і K , що належать сторонам AB і BC відповідно, проведено пряму, паралельну AC . Знайдіть довжину більшої сторони трикутника MBK , якщо $BK = 20$.

☐ А 60

☐ Б 50

☐ В 30

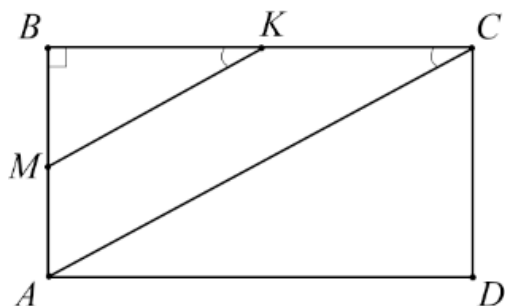
☒ Г 25

☐ Д 15

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)



$ABCD$ — прямокутник. $BC = 80$, $AC = 100$, $MK \parallel AC$, $BK = 20$.

Трикутники MBK і ABC прямокутні ($\angle B = 90^\circ$). $\angle BKM = \angle BCA$ як відповідні при паралельних прямих MK , AC та січній BC . Тоді $\triangle MBK \sim \triangle ABC$ за двома кутами. Отже:

$$\frac{BK}{BC} = \frac{MK}{AC};$$

$$\frac{20}{80} = \frac{MK}{100};$$

$$\frac{MK}{100} = \frac{1}{4};$$

$$MK = \frac{100}{4} = 25.$$

19

Укажіть множину всіх значень a , при яких виконується рівність $|a^3 - a^2| = a^3 - a^2$.

- ☐ А $[1; +\infty)$
- ☒ Б $\{0\} \cup [1; +\infty)$
- ☐ В $(-\infty; -1] \cup \{0\}$
- ☐ Г $[0; 1]$
- ☐ Д $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Якщо $|a^3 - a^2|$, то $a^3 - a^2 \geq 0$. Тоді $a^2(a - 1) \geq 0$. Скористаємось методом інтервалів.



Отже, $a \in \{0\} \cup [1; +\infty)$.

20

Функція $f(x)$ має в точці x_0 похідну $f'(x_0) = -4$. Визначте значення похідної функції $g(x) = 2 \cdot f(x) + 7x - 3$ в точці x_0 .

- ☐ А 15
- ☐ Б 12
- ☒ В -1
- ☐ Г -4
- ☐ Д -8

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$g'(x) = 2 \cdot f'(x) + 7;$$

$$g'(x_0) = 2 \cdot f'(x_0) + 7;$$

$$g'(x_0) = 2 \cdot (-4) + 7 = -8 + 7 = -1.$$

21

До кожного виразу (1–4) при $a > 0$ доберіть тотожно йому рівний (А–Д).

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1 $\frac{2a^5}{a^6}$ | А $32a^{11}$ |
| 2 $(2a)^5 \cdot a^6$ | Б $2a^{\frac{5}{6}}$ |
| 3 $(2a^6)^5$ | В $2a^{\frac{6}{5}}$ |
| 4 $\sqrt[6]{64a^5}$ | Г $2a^{-1}$ |
| | Д $32a^{30}$ |

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☒	☐
2	☒	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☒
4	☐	☒	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

- 1) $\frac{2a^5}{a^6} = \frac{2}{a} = 2a^{-1}$.
- 2) $(2a)^5 \cdot a^6 = 2^5 \cdot a^5 \cdot a^6 = 32a^{11}$.
- 3) $(2a^6)^5 = 2^5 \cdot a^{30} = 32a^{30}$.
- 4) $\sqrt[6]{64a^5} = \sqrt[6]{64} \cdot a^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{2^6} \cdot a^{\frac{5}{6}} = 2a^{\frac{5}{6}}$.

22

Кожній точці (1–4) поставте у відповідність функцію (А–Д), графіку якої належить ця точка.

Точка

Функція

- | | |
|--------------|----------------------|
| 1 $O(0; 0)$ | А $y = 2x + 2$ |
| 2 $M(0; -1)$ | Б $y = ctgx$ |
| 3 $N(-1; 0)$ | В $y = tgx$ |
| 4 $K(0; 1)$ | Г $y = \sqrt{x} - 1$ |
| | Д $y = 2^x$ |

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☒	☐	☐
2	☐	☐	☐	☒	☐
3	☒	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☒

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

- 1) $\operatorname{tg} 0 = 0$, тому точка $O(0; 0)$ належить графіку функції $y = \operatorname{tg} x$.
- 2) $\sqrt{0} - 1 = 0 - 1 = -1$, тому точка $M(0; -1)$ належить графіку функції $y = \sqrt{x} - 1$.
- 3) $2 \cdot (-1) + 2 = -2 + 2 = 0$, тому точка $N(-1; 0)$ належить графіку функції $y = 2x + 2$.
- 4) $2^0 = 1$, тому точка $K(0; 1)$ належить графіку функції $y = 2^x$.

23

Розв'яжіть рівняння (1–4). Установіть відповідність між кожним рівнянням та кількістю його коренів (А–Д) на відрізку $[-5; 5]$.

Рівняння

Кількість коренів на відрізку $[-5; 5]$

1) $\cos^2 x - \sin^2 x = 1$

А жодного

2) $\log_3 x = -2$

Б один

3) $\frac{x^3 - 4x}{x^3 + 8} = 0$

В два

4) $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$

Г три

Д чотири

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☒	☐
2	☐	☒	☐	☐	☐
3	☐	☐	☒	☐	☐
4	☒	☐	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1) $\cos^2 x - \sin^2 x = 1$,
 $\cos 2x = 1$,
 $2x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;
 $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

На відрізку $[-5; 5]$ маємо три корені $-\pi; 0; \pi$.

2) $\log_3 x = -2$;

ОДЗ: $x > 0$. Отже, $x = 3^{-2} = \frac{1}{9}$.

$\frac{1}{9} \in [-5; 5]$.

Отже, маємо один корінь.

3) $\frac{x^3 - 4x}{x^3 + 8} = 0$;

$$\begin{cases} x^3 - 4x = 0; \\ x^3 + 8 \neq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(x-2)(x+2); \\ x^3 \neq -8. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0; \\ x = \pm 2, \\ x \neq -2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0; \\ x = 2. \end{cases}$$

Маємо два корені на відрізку $[-5; 5]$.

$$4) x^4 + 5x^2 + 4 = 0;$$

Нехай $x^2 = a; a \geq 0$.

$$\text{Тоді } a^2 + 5a + 4 = 0.$$

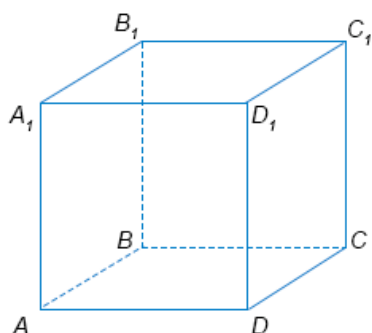
$$\begin{cases} x = -4; \\ x = -1. \end{cases}$$

що не задовільняє умову $a \geq 0$.

Значить, рівняння $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$ не має жодного кореня.

24

На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. До кожного початку речення (1–4) доберіть його закінчення (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



Початок речення

- 1 Прямая CB
- 2 Прямая CD_1
- 3 Прямая AC
- 4 Прямая A_1B

Закінчення речення

- А паралельна площині AA_1B_1B .
- Б перпендикулярна площині AA_1B_1B .
- В належить площині AA_1B_1B .
- Г має з площиною AA_1B_1B лише дві спільні точки.
- Д утворює з площиною AA_1B_1B кут 45°

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☒	☐	☐	☐
2	☒	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☒
4	☐	☐	☒	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1) Всі грані куба — квадрати. Тобто, $CB \perp BB_1$, $CB \perp AB$.

Значить, пряма CB перпендикулярна площині грані AA_1B_1B за ознакою перпендикулярності прямої і площини.

2) Протилежні грані куба паралельні, тобто, паралельними є площини граней AA_1B_1B і DD_1C_1C . Пряма CD_1 належить площині грані DD_1C_1C , тому вона паралельна площині грані AA_1B_1B .

3) CB — перпендикуляр до площини грані AA_1B_1B ; AC — похила, AB — її проекція на площину грані AA_1B_1B . Тому кут CAB — кут між прямою AC і площиною грані AA_1B_1B за означенням кута між прямою і площиною.

$$\text{З } \triangle CAB (\angle B = 90^\circ): \cos \angle CAB = \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{AB\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Отже, $\angle CAB = 45^\circ$.

4) Оскільки точки A_1 і B належать площині грані AA_1B_1B , то пряма A_1B належить цій площині.

25

Батьки разом із двома дітьми: Марійкою (4 роки) та Богданом (7 років) — збираються провести вихідний день у парку атракціонів. Батьки дозволяють кожній дитині відвідати не більше трьох атракціонів і кожний атракціон — лише по одному разу. Відомо, що на атракціони «Електричні машинки» і «Веселі гірки» допускають лише дітей старше 6 років. На «Паровозик» Богдан не піде. Для відвідування будь-якого атракціону необхідно купити квиток для кожної дитини. Скориставшись таблицею, визначте *максимальну* суму коштів (у *грн*), що витратять батьки на придбання квитків для дітей.

Назва атракціону	Вартість 1 квитка для 1 дитини, грн
Веселі гірки	17
Паровозик	16
Електричні машинки	20
Карусель	12
Батут	15
Дитяча рибалка	8
Лебеді	13

Ви відповіли правильно: 96

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Найдорожчі атракціони, які може відвідати Богдан: «Веселі гірки» за 17 грн, «Електричні машини» за 20 грн, «Батут» за 15 грн. Разом це коштує 52 грн. Найдорожчі атракціони, які може відвідати Марійка: «Паровозик» за 16 грн, «Батут» за 15 грн, «Лебеді» за 13 грн. Разом це коштує 44 грн. Тобто, максимальна сума коштів на придбання квитків:

$$52 + 44 = 96 \text{ (грн)}.$$

26

Скільки існує різних дробів $\frac{m}{n}$, якщо m набуває значень 1; 2 або 4, а n набуває значень 5; 7; 11; 13 або 17?

Ви відповіли правильно: 15

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Число m можна записати трьома способами (1, 2 або 4); число n можна записати п'ятьма способами (5, 7, 11, 13 або 17); тоді кількість різних дробів $\frac{m}{n}$ можна знайти за правилом добутку:

$$3 \cdot 5 = 15.$$

Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} y - x = 9, \\ \frac{x + 8}{2y - 5} = 2 \end{cases}$$

Запишіть у відповідь *добуток* $x_0 \cdot y_0$, якщо пара $(x_0; y_0)$ є розв'язком цієї системи рівнянь.

Ви відповіли правильно: -18

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{cases} y - x = 9, \\ \frac{x + 8}{2y - 5} = 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y - 9, \\ \frac{y - 9 + 8}{2y - 5} = 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y - 9, \\ \frac{y - 1}{2y - 5} = 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y - 9, \\ \frac{y - 1}{2y - 5} - 2 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y - 9, \\ \frac{y - 1 - 2 \cdot (2y - 5)}{2y - 5} = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y - 9, \\ \frac{y - 1 - 4y + 10}{2y - 5} = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y - 9, \\ \frac{9 - 3y}{2y - 5} = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y - 9, \\ 9 - 3y = 0, \\ 2y - 5 \neq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y - 9, \\ 3y = 9, \\ 2y - 5 \neq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y - 9, \\ y = 3, \\ y \neq \frac{5}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y - 9, \\ y = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 - 9, \\ y = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -6, \\ y = 3. \end{cases}$$

Отже, розв'язками даної в умові системи є пара:

$$x_0 = -6, y_0 = 3.$$

$$x_0 \cdot y_0 = -6 \cdot 3 = -18.$$

28

Обчисліть значення виразу $\log_a 500 - \log_a 4$, якщо $\log_5 a = \frac{1}{4}$.

Ви відповіли правильно: 12

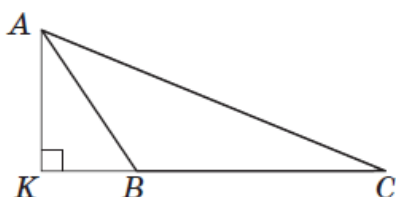
Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\log_a 500 - \log_a 4 = \log_a \frac{500}{4} = \log_a 125 = \log_a 5^3 = 3 \log_a 5 = \frac{3}{\log_5 a} = \frac{3}{\frac{1}{4}} = 12.$$

29

У трикутнику ABC основа висоти AK лежить на продовженні сторони BC (див. рисунок). $AK = 6$, $KB = 2\sqrt{3}$. Радіус описаного навколо трикутника ABC кола дорівнює $15\sqrt{3}$. Визначте довжину AC .



Ви відповіли правильно: 45

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$\triangle AKB$ — прямокутний ($\angle K = 90^\circ$). За теоремою Піфагора:

$$AB^2 = AK^2 + KB^2;$$

$$AB^2 = 6^2 + (2\sqrt{3})^2 = 36 + 12 = 48.$$

$$AB = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \text{ (см)}.$$

$$\sin \angle ABK = \frac{AK}{AB} = \frac{6}{4\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\sin \angle ABK = \sin \angle ABC = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

За наслідком з теореми синусів у $\triangle ABC$:

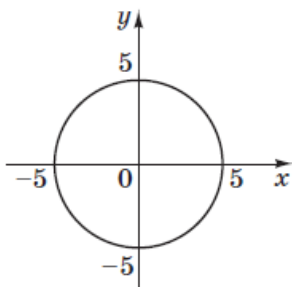
$$\frac{AC}{\sin \angle ABC} = 2R, \text{ тоді:}$$

$$\frac{AC}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2 \cdot 15\sqrt{3} = 30\sqrt{3};$$

$$AC = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 30\sqrt{3} = \frac{30\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{30 \cdot 3}{2} = 15 \cdot 3 = 45 \text{ (см)}.$$

30

Обчисліть $\frac{1}{\pi} \int_{-5}^0 \sqrt{25 - x^2} dx$, використовуючи рівняння кола $x^2 + y^2 = 25$, зображеного на рисунку.



Ви відповіли правильно: 6,25

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$\int_{-5}^0 \sqrt{25 - x^2} dx$ чисельно рівний чверті площі круга, обмеженого колом, рівняння якого $x^2 + y^2 = 25$.

$$\int_{-5}^0 \sqrt{25 - x^2} dx = \frac{1}{4} \cdot S_{\text{круга}} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 5^2 = \frac{25\pi}{4}.$$

Тоді:

$$\frac{1}{\pi} \cdot \int_{-5}^0 \sqrt{25 - x^2} dx = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{25\pi}{4} = \frac{25}{4} = 6,25.$$

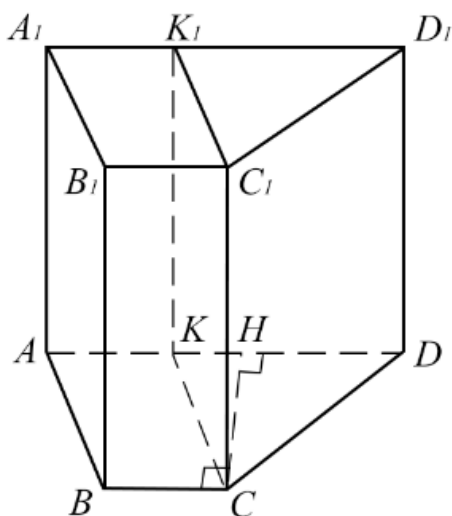
31

Основою прямої призми $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ є рівнобічна трапеція $ABCD$. Основа AD трапеції дорівнює висоті трапеції і в шість разів більша за основу BC . Через бічне ребро CC_1 призми проведено площину паралельно ребру AB . Знайдіть площу утвореного перерізу (у см^2), якщо об'єм призми дорівнює 672 см^3 , а її висота — 8 см .

Ви відповіли правильно: 104

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)



$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — пряма призма. $V_{\text{призми}} = 672 (\text{см}^3)$.

Висота призми: $h = 8 \text{ см}$. Основа $ABCD$ — трапеція, в якій $AD \parallel BC$.

$AB = CD$;

$AD = 6BC$;

$AD = HC$ (HC — висота трапеції).

$$V_{\text{призми}} = h_{\text{призми}} \cdot S_{ABCD} = 8 \cdot \frac{BC + 6BC}{2} \cdot HC = 8 \cdot \frac{7BC}{2} \cdot 6BC = 8 \cdot \frac{42BC^2}{2} = 8 \cdot 21BC^2 = 672 \text{ (см}^3\text{)}.$$

$$BC^2 = \frac{672}{8 \cdot 21} = \frac{32}{8} = 4.$$

$$BC = 2 \text{ (см)}.$$

Побудуємо переріз призми площиною, що проходить через ребро CC_1 паралельно до прямої AB . Для цього в площині основи через точку C проведемо пряму, паралельну AB . Вона перетинає сторону AD в точці K . Площина C_1CK паралельна прямій AB за ознакою паралельності прямої і площини.

За властивістю паралельних площин ця площина перетинає площину грані AA_1D_1D по прямій KK_1 , паралельній прямій CC_1 , а площину верхньої основи — по прямій K_1C_1 , яка паралельна KC .

Тоді CKK_1C_1 — паралелограм за означенням. А оскільки ребро C_1C перпендикулярне основі, а значить і прямій KC , то CKK_1C_1 — прямокутник за означенням.

CKK_1C_1 — шуканий переріз. Його площа

$$S_{CKK_1C_1} = KC \cdot C_1C = 8 \cdot KC \text{ (см}^2\text{)}.$$

Знайдемо KC .

$AKCB$ — паралелограм за означенням. Тоді:

$$KC = AB = CD, AK = BC.$$

Значить:

$$KD = 5BC = 5 \cdot 2 = 10 \text{ см};$$

$$HC = 6BC = 6 \cdot 2 = 12 \text{ см}.$$

$\triangle CKD$ — рівнобедрений, тому CH є медіаною, тобто, $KH = HD = 5 \text{ см}.$

З $\triangle CHK$ ($\angle H = 90^\circ$) за теоремою Піфагора:

$$KC^2 = KH^2 + HC^2,$$

$$KC^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169;$$

$$KC = 13 \text{ см}.$$

Тоді:

$$S_{CKK_1C_1} = 8 \cdot 13 = 104 \text{ (см}^2\text{)}.$$

32

При якому **найменшому цілому** значенні параметра a рівняння

$$\sqrt{2x+15} \cdot (\sqrt{x^2+18x+81} - \sqrt{x^2-10x+25}) = a\sqrt{2x+15} \text{ має лише два різні корені?}$$

Ви відповіли правильно: -10

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\sqrt{2x+15} \left(\sqrt{x^2+18x+81} - \sqrt{x^2-10x+25} \right) = a\sqrt{2x+15}.$$

$$\sqrt{2x+15} \left(\sqrt{(x+9)^2} - \sqrt{(x-5)^2} \right) = a\sqrt{2x+15}.$$

1) Проаналізуємо, яких значень можуть набувати параметр a та змінна x . Очевидно, що параметр a може набувати довільного дійсного значення. Область допустимих значень змінної x :

$$2x+15 \geq 0;$$

$$2x \geq -15;$$

$$x \geq -7,5.$$

2) Повернемося до рівняння:

$$\sqrt{2x+15} \left(\sqrt{(x+9)^2} - \sqrt{(x-5)^2} \right) = a\sqrt{2x+15}.$$

$$\sqrt{2x+15} \cdot (|x+9| - |x-5|) = a\sqrt{2x+15}.$$

$$\sqrt{2x+15} \cdot (|x+9| - |x-5| - a) = 0.$$

$$\left[\begin{array}{l} \sqrt{2x+15} = 0; \\ |x+9| - |x-5| - a = 0. \end{array} \right.$$

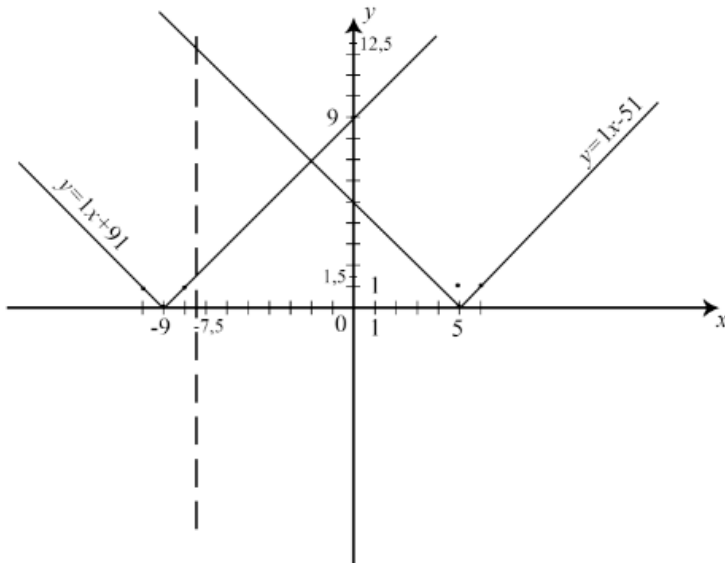
$$\begin{cases} 2x + 15 = 0, \\ |x + 9| - |x - 5| = a. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -7,5, \\ |x + 9| = |x - 5| + a. \end{cases}$$

Бачимо, що $x = -7,5$ — корінь заданого в умові рівняння.

3) Розглянемо друге рівняння одержаної сукупності. Знайдемо найменше ціле a , при якому це рівняння має лише один корінь, і він відмінний від $-7,5$.

Зобразимо в прямокутній системі координат графіки функцій $y = |x + 9|$, $y = |x - 5|$.



Графік функції $y = |x - 5| + a$ одержуємо з графіка функції $y = |x - 5|$ зміщенням його вздовж осі Oy на a одиниць.

Абсциса точки перетину графіків функцій $y = |x + 9|$, $y = |x - 5| + a$ є коренем рівняння $|x + 9| = |x - 5| + a$.

При $x = -7,5$:

$$|-7,5 + 9| = |1,5| = 1,5;$$

$$|-7,5 - 5| = |-12,5| = 12,5.$$

Точка перетину графіків функцій $y = |x + 9|$, $y = |x - 5| + a$ з найменшою ординатою: $(-7,5; 1,5)$. Тоді:

$$a = -(12,5 - 1,5) = -11, \quad x = -7,5.$$

Але, оскільки умову задачі задовольняє другий корінь, відмінний від $-7,5$, то найменшим цілим a , при якому буде одна точка перетину графіків функцій $y = |x + 9|$, $y = |x - 5| + a$ є число -10 .

Отже, найменшим цілим a , при якому вихідне рівняння має лише два різні корені, є число -10 .