

Тест ЗНО з математики.

Результат

100% :)

Тестовий бал ?

52 із 52

Рейтинговий бал ?

200.0

Витрачено часу: 4 хвилини

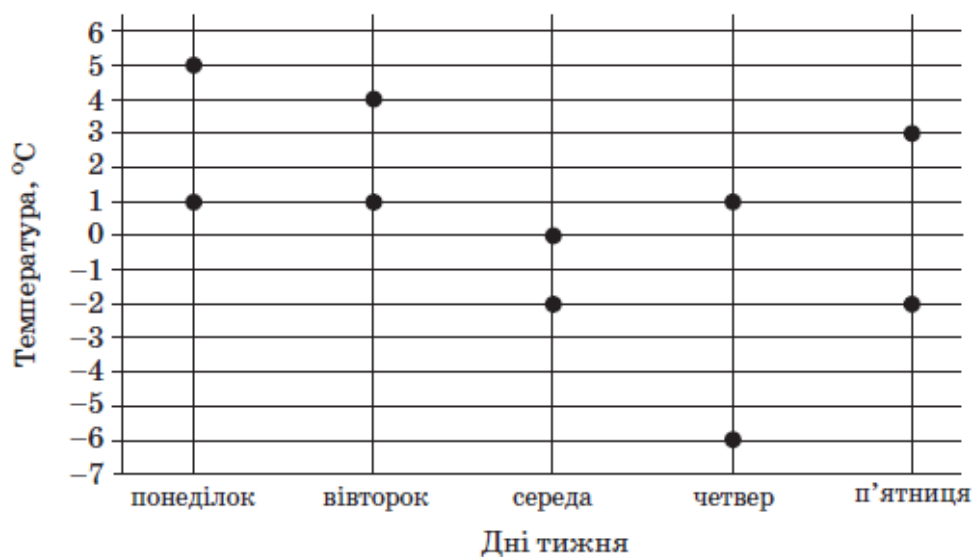
[Ще раз](#) [Інший варіант](#) [Статистика](#)

Поділитися...

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32										

1

На рисунку показано жирними точками найвищу і найнижчу температури повітря кожного дня тижня з понеділка до п'ятниці в деякому місті України. По горизонталі відмічено дні тижня, а по вертикалі — температуру повітря в градусах Цельсія. У який день різниця між найвищою та найнижчою температурами повітря була найбільшою?



- ☐ А понеділок
- ☐ Б вівторок
- ☐ В середа
- ☒ Г четвер
- ☐ Д п'ятниця

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Знайдемо різницю між найвищою і найнижчою температурами кожного дня в градусах Цельсія.

Понеділок: $5 - 1 = 4$.

Вівторок: $4 - 1 = 3$.

Середа: $0 - (-2) = 2$.

Четвер: $1 - (-6) = 7$.

П'ятниця: $3 - (-2) = 5$.

В четвер ця різниця найбільша.

2

Протягом тижня два кур'єри разом доставили 210 пакетів. Кількості пакетів, доставлених першим і другим кур'єрами за цей період, відносяться як 3 : 7. Скільки пакетів доставив другий кур'єр?

- ☐ А 21
- ☐ Б 30
- ☐ В 63
- ☐ Г 70
- ☒ Д 147

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Перший кур'єр доставив $\frac{3}{10}$ усіх пакетів, другий кур'єр доставив $\frac{7}{10}$ усіх пакетів.

$$210 \cdot \frac{7}{10} = 21 \cdot 7 = 147 \text{ (пакетів)} .$$

Яка з наведених точок лежить у площині Oxz прямокутної системи координат у просторі?

- ☐ А $(0; -3; 0)$
- ☐ Б $(0; 4; -3)$
- ☒ В $(3; 0; -4)$
- ☐ Г $(-4; 3; 0)$
- ☐ Д $(-3; 3; 3)$

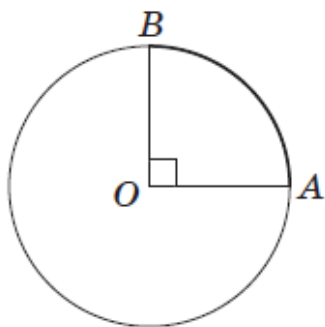
Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Точка, яка лежить у площині Oxz , має координати $(x; 0; z)$. Отже, це точка $(3; 0; -4)$.

На рисунку зображено коло з центром в точці O , довжина якого дорівнює 64 см. Визначте довжину меншої дуги $\overset{\frown}{AB}$ кола, якщо $\angle AOB = 90^\circ$.



- ☐ А 4 см
- ☐ Б 8 см
- ☒ В 16 см
- ☐ Г 32 см
- ☐ Д 48 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

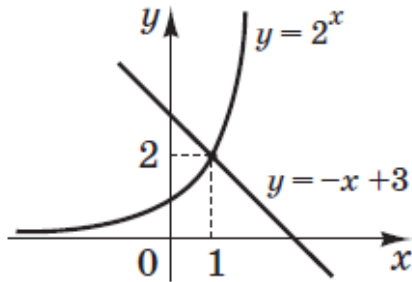
[Приховати пояснення](#)

Дуга кола, на яку спирається центральний кут завбільшки 90° , становить чверть довжини кола.

$$\overset{\smile}{AB} = 64 : 4 = 16 \text{ (см)} .$$

5

Використовуючи зображені на рисунку графіки функцій, розв'яжіть нерівність $2^x > -x + 3$.



- ☐ А $(-\infty; 2)$
- ☒ Б $(1; +\infty)$
- ☐ В $(0; 1)$
- ☐ Г $(-\infty; 1)$
- ☐ Д $(2; +\infty)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Розв'язком даної нерівності буде множина абсцис усіх точок графіка функції $y = 2^x$, ординати яких більші за ординати відповідних точок графіка функції $y = -x + 3$.

Тобто, $x \in (1; +\infty)$.

6

При якому значенні y вектори $\vec{a}(-3; 5)$ і $\vec{b}(6; y)$ колінеарні?

☒ А -10

☐ Б $-2,5$

☐ В $2,5$

☐ Г $3,6$

☐ Д 10

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

У колінеарних векторів відповідні координати пропорційні.

$$\frac{-3}{6} = \frac{5}{y};$$

$$y = -\frac{6 \cdot 5}{3} = -\frac{30}{3} = -10.$$

7

Укажіть область визначення функції $y = \log_3(x + 9)$.

☐ А $(9; +\infty)$

☒ Б $(-9; +\infty)$

☐ В $(-9; 0)$

☐ Г $(0; +\infty)$

☐ Д $(-\infty; +\infty)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$x + 9 > 0;$$

$x > -9$, тобто, областю визначення функції $y = \log_3(x + 9)$ є проміжок $(-9; +\infty)$.

8

Укажіть *хибне* твердження.

- ☐ А Протилежні сторони паралелограма рівні.
- ☐ Б Сума двох кутів паралелограма, прилеглих до однієї сторони, дорівнює 180° .
- ☐ В Діагоналі паралелограма точкою перетину діляться навпіл.
- ☐ Г Площа паралелограма дорівнює добутку двох його сусідніх сторін на синус кута між ними.
- ☒ Д Площа паралелограма дорівнює половині добутку його сторони на висоту, проведену до цієї сторони.

Ви відповіли правильно

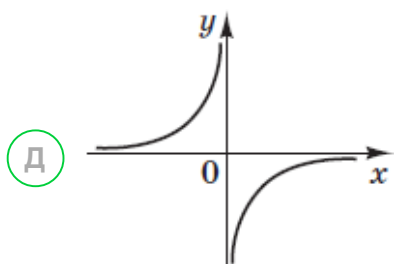
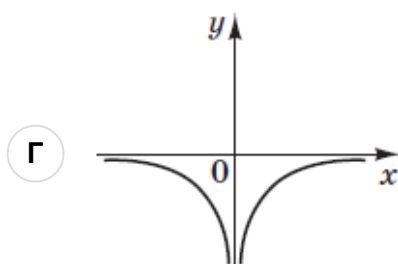
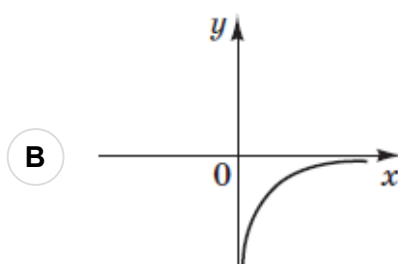
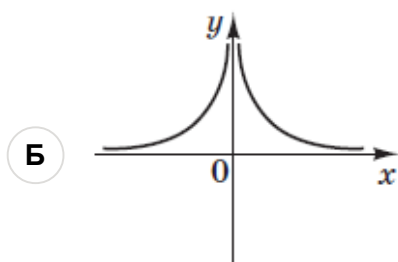
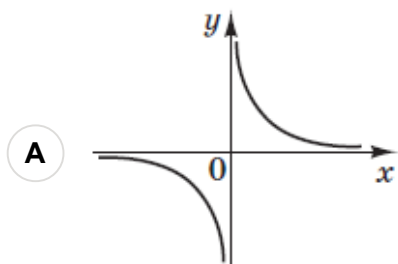
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Площа паралелограма дорівнює добутку довжин його сторони і висоти, проведеної до цієї сторони. Тому останнє твердження хибне.

9

На якому з наведених рисунків зображено ескіз графіка функції $y = -\frac{1}{x}$?



Ви відповіли правильно

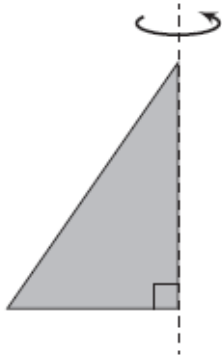
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Графік функції $y = -\frac{1}{x}$ складається з двох віток, які знаходяться в II і IV координатних чвертях.

10

Прямокутний трикутник із катетами 9 см і 12 см обертається навколо більшого катета (див. рисунок). Визначте площу повної поверхні отриманого тіла обертання.



- ☐ А $324\pi \text{ см}^2$
- ☒ Б $216\pi \text{ см}^2$
- ☐ В $180\pi \text{ см}^2$
- ☐ Г $135\pi \text{ см}^2$
- ☐ Д $81\pi \text{ см}^2$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Тілом обертання, утвореним при обертанні прямокутного трикутника навколо прямої, що містить більший катет, є конус із радіусом основи, рівним меншому катету і твірною, рівною гіпотенузі даного трикутника. Площа повної поверхні конуса дорівнює сумі площ основи і бічної поверхні конуса.

$S_{\text{повної поверхні}} = S_{\text{основи}} + S_{\text{бічної поверхні}} = \pi R^2 + \pi Rl$, де R — довжина радіуса основи конуса, l — довжина твірної. За теоремою Піфагора:

$$l^2 = 9^2 + 12^2 = 32 \cdot (3^2 + 4^2) = 3^2 \cdot 5^2 ;$$

$$l = 3 \cdot 5 = 15 \text{ (см)} .$$

$$\text{Тоді: } S_{\text{повної поверхні}} = \pi \cdot 9^2 + \pi \cdot 9 \cdot 15 = 9\pi \cdot (9 + 15) = 9\pi \cdot 24 = 216\pi \text{ (см)}^2$$

11

У магазині побутової техніки діє акція: на першу велику покупку (вартість перевищує 1000 грн) надається знижка 30 грн, на кожну наступну велику покупку попередня знижка збільшується на 25 грн. На яку за рахунком велику покупку отримає в цьому магазині покупець знижку 180 грн?

- ☐ А четверту
- ☐ Б п'яту
- ☐ В шосту
- ☒ Г сьому
- ☐ Д восьму

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Розглянемо арифметичну прогресію (a_n) , порядковий номер члена якої є порядковим номером чергової великої покупки, а членами прогресії є відповідні до номера покупки знижки. Тоді перший член прогресії $a_1 = 30$, різниця $d = 25$. n — номер великої покупки, за яку нараховано 180 грн знижки, $a_n = 180$.

За формулою n -го члена арифметичної прогресії $a_n = a_1 + d(n - 1)$ маємо:

$$180 = 30 + 25(n - 1);$$

$$25(n - 1) = 180 - 30;$$

$$25(n - 1) = 150;$$

$$n - 1 = 150 : 25;$$

$$n - 1 = 6;$$

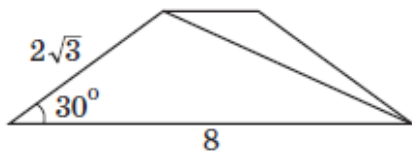
$$n = 6 + 1;$$

$$n = 7.$$

Отже, на сьому велику покупку буде знижка 180 грн.

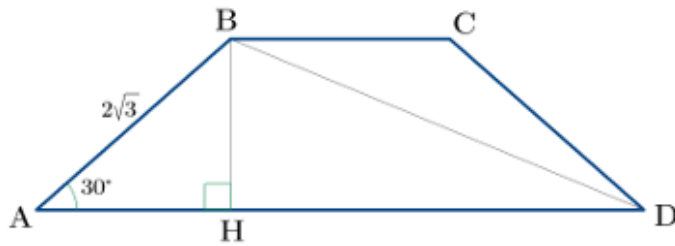
12

На рисунку зображено рівнобічну трапецію, бічна сторона якої дорівнює $2\sqrt{3}$, а більша основа — 8. Визначте довжину діагоналі цієї трапеції, якщо її гострий кут дорівнює 30° .



- ☒ А $\sqrt{28}$
- ☐ Б $\sqrt{52}$
- ☐ В $\sqrt{76 + 16\sqrt{3}}$
- ☐ Г $\sqrt{76 - 16\sqrt{3}}$
- ☐ Д $\sqrt{124}$

Приховати пояснення



1) $ABCD$ — рівнобічна трапеція $BC \parallel AD$; $AB = CD = 2\sqrt{3}$; $AD > BC$; $AD = 8$; $\angle BAD = 30^\circ$. Проведемо висоту BH трапеції. Трикутники ABH і DBH — прямокутні.

2) Розглянемо $\triangle ABH$ ($\angle AHB = 90^\circ$). Катет BH лежить навпроти кута 30° , тому він рівний половині гіпотенузи:

$$BH = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} = \sqrt{3};$$

$$\frac{AH}{AB} = \cos 30^\circ;$$

$$\frac{AH}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$AH = \frac{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 3.$$

$$3) HD = AD - AH = 8 - 3 = 5.$$

4) з $\triangle DBH$ ($\angle DHB = 90^\circ$) за теоремою Піфагора:

$$BD^2 = BH^2 + HD^2;$$

$$BD^2 = (\sqrt{3})^2 + 5^2 = 3 + 25 = 28.$$

$$BD = \sqrt{28}.$$

Порожній басейн, що вміщує $x \text{ м}^3$ води, повністю заповнюють водою за 5 годин (швидкість заповнення є сталою). За якою формулою можна обчислити кількість води V (у м^3) у басейні через 2 години після початку його заповнення, якщо басейн був порожній і швидкість заповнення не змінювалась?

☐ А $V = \frac{5}{2x}$

☐ Б $V = 2 \cdot 5x$

☐ В $V = \frac{2}{5x}$

☒ Г $V = \frac{2x}{5}$

☐ Д $V = \frac{5x}{2}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Швидкість заповнення басейну: $\frac{x}{5}$ м³/год.

Тоді кількість води в басейні через 2 години після початку його заповнення:

$$\frac{x}{5} \cdot 2 = \frac{2x}{5} \text{ (м}^3\text{)}.$$

14

На рисунку зображено ромб, площа якого дорівнює 96 см^2 . У ромб вписано коло. Визначте площу зафарбованої фігури.



☐ А 24 см^2

☐ Б 32 см^2

☒ В 48 см^2

☐ Г 64 см^2

☐ Д 72 см^2

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Якщо скласти до купи всі зафарбовані частини ромба, то одержимо фігуру, рівну і рівновелику половині ромба. Тоді площа зафарбованої частини:

$$\frac{S_{\text{ромба}}}{2} = \frac{96}{2} = 48 \text{ (см}^2\text{)}.$$

15

Укажіть проміжок, якому належить значення виразу $\operatorname{ctg} 25^\circ$.

- ☐ А $\left(0; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$
- ☐ Б $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
- ☐ В $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$
- ☐ Г $(1; \sqrt{3})$
- ☒ Д $(\sqrt{3}; +\infty)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Функція $y = \operatorname{ctg} x$ монотонно спадає на всій області визначення, тому:

$$\operatorname{ctg} 25^\circ > \operatorname{ctg} 30^\circ, \text{ тобто, } \operatorname{ctg} 25^\circ > \sqrt{3}.$$

Отже, значення виразу $\operatorname{ctg} 25^\circ$ належить проміжку $(\sqrt{3}; +\infty)$.

16

Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 3 см, а бічне ребро — 5 см. Визначте косинус кута між бічним ребром і площиною основи.

☒ А $\frac{4}{5}$

☐ Б $\frac{1}{5}$

☐ В $\frac{3}{5}$

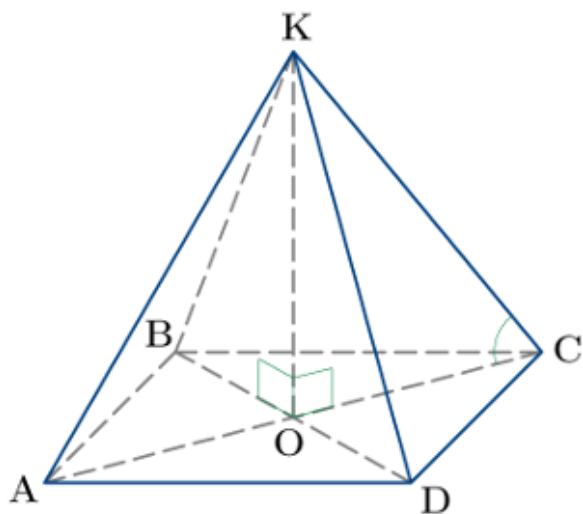
☐ Г $\frac{4}{3}$

☐ Д $\frac{3}{4}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)



$KABCD$ — правильна чотирикутна піраміда. За умовою: KO — висота піраміди;
 $KO = 3$ см; $KD = 5$ см .

KO — перпендикуляр до площини основи;

KC — похила;

OC — її проекція на площину основи. Тоді $\angle KCO$ — кут між прямою KC і
площиною основи за означенням кута між прямою і площиною.

Розглянемо $\triangle KOC$. Він єгипетський за означенням, тому $OC = 4$ см .

$$\text{Тоді } \cos \angle KCO = \frac{OC}{KC} = \frac{4}{5} .$$

Розв'яжіть нерівність $(x + 4)(x - 7) > 3(x - 7)$.

- ☐ А $(7; +\infty)$
- ☐ Б $(-1; 7)$
- ☐ В $(-1; 7) \cup (7; +\infty)$
- ☐ Г $(-1; +\infty)$
- ☒ Д $(-\infty; -1) \cup (7; +\infty)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{aligned}
 (x+4)(x-7) &> 3 \cdot (x-7); \\
 (x+4)(x-7) - 3 \cdot (x-7) &> 0; \\
 (x-7)(x+4-3) &> 0; \\
 (x-7)(x+1) &> 0.
 \end{aligned}$$



$$x \in (-\infty; -1) \cup (7; +\infty).$$

18

Запишіть числа 2^{15} , 4^{10} , 10^5 у порядку зростання.

- ☐ А $2^{15}, 4^{10}, 10^5$
- ☒ Б $2^{15}, 10^5, 4^{10}$
- ☐ В $10^5, 2^{15}, 4^{10}$
- ☐ Г $10^5, 4^{10}, 2^{15}$
- ☐ Д $4^{10}, 2^{15}, 10^5$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{aligned}
 2^{15} &= (2^3)^5 = 8^5; \\
 4^{10} &= (4^2)^5 = 16^5.
 \end{aligned}$$

Функція $y = x^5$ монотонно зростаюча на всій області визначення, тому:

$8^5 < 10^5 < 16^5$, тобто, $2^{15} < 10^5 < 4^{10}$.

19

Якщо $a < -2$, то $1 - |a + 2| =$

- ☒ А $-a - 3$
- ☐ Б $-a - 1$
- ☐ В $a - 1$
- ☐ Г $a + 3$
- ☐ Д $-a + 3$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Якщо $a < -2$, то $a + 2 < 0$, тому $|a + 2| = -(a + 2) = -a - 2$.

Отже, $1 - |a + 2| = 1 - (-a - 2) = 1 + a + 2 = a + 3$.

20

Функція $f(x)$ в точці $x_0 = 5$ має похідну $f'(5) = -1$. Обчисліть значення похідної функції $g(x) = f(x) \cdot x$ в точці x_0 , якщо $f(5) = 3$.

- ☒ А $g'(5) = -2$
- ☐ Б $g'(5) = -1$
- ☐ В $g'(5) = -5$
- ☐ Г $g'(5) = 14$
- ☐ Д $g'(5) = 15$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$g'(x) = f'(x) \cdot x + f(x) \cdot (x)' = f'(x) \cdot x + f(x);$$

$$g'(x_0) = g'(5) = f'(x_0) \cdot x_0 + f(x_0) = -1 \cdot 5 + 3 = -5 + 3 = -2.$$

До кожного виразу (1–4) доберіть тотожно рівний йому вираз (А–Д).

1 $(a - 8)(a + 8)$

А $a^2 - 16a + 64$

2 $(a - 8)^2$

Б $a^2 - 64$

3 $(a - 4)(a^2 + 4a + 16)$

В $a^2 - 20a + 64$

4 $(a - 4)(a - 16)$

Г $a^3 + 64$

Д $a^3 - 64$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☒	☐	☐	☐
2	☒	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☒
4	☐	☐	☒	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1) $(a - 8)(a + 8) = a^2 - 8^2 = a^2 - 64.$

2) $(a - 8)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot 8 + 8^2 = a^2 - 16a + 64.$

3) $(a - 4)(a^2 + 4a + 16) = a^3 - 4^3 = a^3 - 64.$

4) $(a - 4)(a - 16) = a^2 - 16a - 4a + 64 = a^2 - 20a + 64.$

Розв'яжіть рівняння (1–4). Установіть відповідність між кожним рівнянням та твердженням (А–Д), що є правильним для цього рівняння.

Рівняння

Твердження

1 $x + \pi = 0$

А коренем рівняння є ірраціональне число

2 $\cos x = \sqrt{3}$

Б коренем рівняння є число 16

3 $\sqrt{x} = 4$

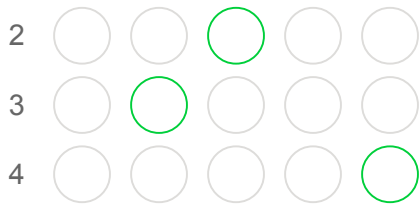
В рівняння не має коренів

4 $\frac{x - 1}{x + 7} = 0$

Г рівняння має два корені

Д корінь рівняння належить відріzk $[-2; 2]$

	А	Б	В	Г	Д
1	☒	☐	☐	☐	☐



Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1) $x + \pi = 0$, $x = -\pi$. π — ірраціональне число, тому $-\pi$ також число ірраціональне.

2) $-1 \leq \cos x \leq 1$, $\sqrt{3} > 1$, тому рівняння $\cos x = \sqrt{3}$ коренів не має.

3) $\sqrt{x} = 4$. Тут $x \geq 0$, $x = 16$.

4) $\frac{x-1}{x+7} = 0$;

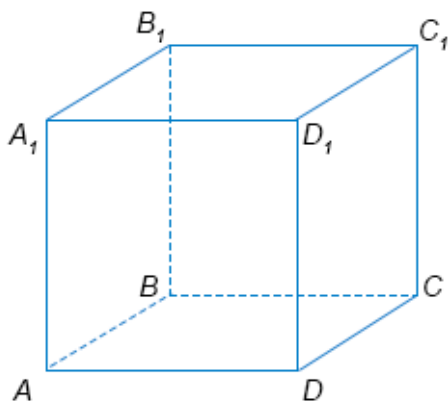
$$\begin{cases} x-1=0, \\ x+7 \neq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1, \\ x \neq -7. \end{cases}$$

Отже, $x = 1$. $-2 \leq 1 \leq 2$.

23

На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Установіть відповідність між парою прямих та їхнім взаємним розміщенням.



Пара прямих

- 1 AC і CC_1
- 2 AB_1 і CD_1
- 3 AC і CD_1
- 4 AB_1 і C_1D

Взаємне розміщення

- А прямі паралельні
- Б прямі мимобіжні
- В прямі перетинаються і утворюють прямий кут
- Г прямі перетинаються і утворюють кут 45°
- Д прямі перетинаються і утворюють кут 60°

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☒	☐	☐
2	☐	☒	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☒
4	☒	☐	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

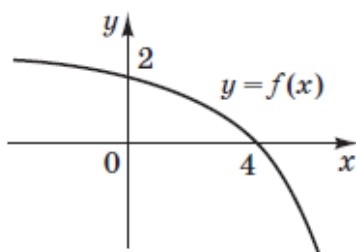
Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

- 1) $CC_1 \perp (ABC)$, значить, $CC_1 \perp AC$. Точка C належить прямим AC і CC_1 . Тобто, ці прямі перетинаються і утворюють прямий кут.
- 2) Прямі AB_1 і CD_1 не паралельні, але лежать в паралельних площинах AA_1B_1 і DD_1C_1 відповідно. Значить, ці прямі не перетинаються. Отже, вони мимобіжні.
- 3) $\triangle ACD_1$ — рівносторонній за означенням, бо $AC = CD_1 = AD_1$ як діагоналі граней куба. Тобто, прямі AC і CD_1 перетинаються і утворюють кут 60° .
- 4) $B_1C_1 \parallel AD$, $B_1C_1 = AD$, тому AB_1C_1D — паралелограм за ознакою. Тому $AB_1 \parallel C_1D$.

24

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, спадної на проміжку $(-\infty; +\infty)$. Установіть відповідність між функцією (1–4) та точкою перетину її графіка з віссю Ox (А–Д).



Функція

Точка перетину

1 $y = f(x + 2)$

А (0; 0)

2 $y = f(x - 2)$

Б (2; 0)

3 $y = 2f(x)$

В (4; 0)

4 $y = f(x) - 2$

Г (6; 0)

Д (8; 0)

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☒	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☒	☐
3	☐	☐	☒	☐	☐
4	☒	☐	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

Маємо, що $f(0) = 2$; $f(4) = 0$.

Тобто, графік функції $y = f(x)$ перетинає вісь Ox в точці $(4; 0)$, а вісь Oy — в точці $(0; 2)$.

1) Графік функції $y = f(x + 2)$ одержимо з графіка функції $y = f(x)$, виконавши паралельне перенесення його на 2 одиниці ліворуч вздовж осі Ox . Тобто, графік функції $y = f(x + 2)$ перетинає вісь Ox в точці $(2; 0)$, бо $4 - 2 = 2$.

2) Графік функції $y = f(x - 2)$ одержимо з графіка функції $y = f(x)$, виконавши паралельне перенесення його на 2 одиниці праворуч вздовж осі Ox . Тобто, графік функції $y = f(x - 2)$ перетинає вісь Ox в точці $(6; 0)$, бо $4 + 2 = 6$.

3) Графік функції $y = 2 \cdot f(x)$ одержимо з графіка функції $y = f(x)$, збільшивши ординату кожної його точки вдвічі. Тоді графік функції $y = 2 \cdot f(x)$ перетинає вісь Ox в точці $(4; 0)$, бо $0 \cdot 2 = 0$.

4) Графік функції $y = f(x) - 2$ одержимо з графіка функції $y = f(x)$, виконавши паралельне перенесення його на 2 одиниці вниз вздовж осі Oy . Тоді графік функції $y = f(x) - 2$ перетинає вісь Ox в точці $(0; 0)$, бо $2 - 2 = 0$.

Петро, Микола та Василь уранці відвідали кафе і кожен із них замовив собі на сніданок бутерброд та гарячий напій. Відомо, що Василь не п'є чорний чай, а Микола замовив собі бутерброд із шинкою. Скориставшись таблицею, визначте, скільки грошей (у грн) буде коштувати Миколі, Василю і Петру разом *найдешевше* замовлення в цьому кафе.

Страви	Ціна, грн
Бутерброд із сиром	7.00
Бутерброд із шинкою	15.00
Бутерброд із рибою	17.00
Кава з молоком	13.00
Кава	12.00
Чай чорний	8.00
Чай зелений	9.00

Ви відповіли правильно: 54

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Найдешевше замовлення для Василя: бутерброд із сиром за 7 грн. та зелений чай за 9 грн. Разом 16 грн.

Найдешевше замовлення для Миколи: бутерброд із шинкою за 15 грн. та чай чорний за 8 грн. Разом 23 грн.

Найдешевше замовлення для Петра: бутерброд із сиром за 7 грн. та чай чорний за 8 грн. Разом 15 грн.

Отже, найдешевше замовлення для всіх хлопців разом буде коштувати:
 $16 + 23 + 15 = 54$ (грн) .

26

Скільки всього різних двоцифрових чисел можна утворити з цифр 1, 5, 7 і 8 так, щоб у кожному числі всі цифри не повторювалися?

Ви відповіли правильно: 12

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Першу цифру шуканого двоцифрового числа можна вибрати з даного переліку чотирма способами. Другу цифру — трьома способами. Отже, всього різних двоцифрових чисел, утворених з цифр 1, 5, 7 і 8 так, щоб в кожному числі цифри не повторювалися, буде: $4 \cdot 3 = 12$.

27

Розв'яжіть систему

$$\begin{cases} y + x = 3, \\ x^2 + 4 = 8y \end{cases}$$

Якщо пара $(x_0; y_0)$ є єдиним розв'язком цієї системи рівнянь, то запишіть у відповідь добуток $x_0 \cdot y_0$. Якщо пари $(x_1; y_1)$ та $(x_2; y_2)$ є розв'язками цієї системи рівнянь, то запишіть у відповідь *найменший* із добутків $x_1 \cdot y_1$ та $x_2 \cdot y_2$.

Ви відповіли правильно: — 130

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{cases} y + x = 3, \\ x^2 + 4 = 8y. \end{cases}$$

Розв'яжемо методом підстановки.

$$\begin{cases} y = 3 - x, \\ x^2 + 4 = 8 \cdot (3 - x). \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 - x, \\ x^2 + 4 = 24 - 8x. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 - x, \\ x^2 + 8x - 20 = 0. \end{cases}$$

Корені рівняння $x^2 + 8x - 20 = 0$: $x = -10$, $x = 2$. Тоді:

$$\begin{cases} y = 3 - x, \\ \left[\begin{array}{l} x = -10, \\ x = 2, \end{array} \right. \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 2, \\ y = 1, \end{cases} \\ \begin{cases} x = -10, \\ y = 13. \end{cases} \end{array} \right.$$

Отже, маємо дві пари розв'язків.

$x_1 = 2$; $y_1 = 1$, тоді $x_1 \cdot y_1 = 2 \cdot 1 = 2$.

$x_2 = -10$; $y_2 = 13$, тоді $x_2 \cdot y_2 = -10 \cdot 13 = -130$.

$-130 < 2$.

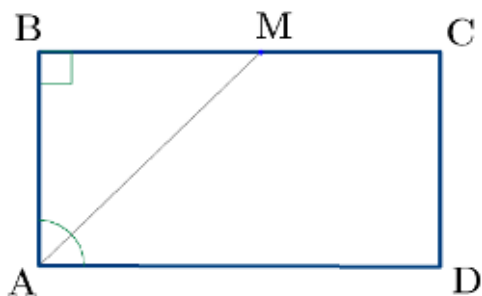
Відповідь: — 130.

28

Бісектриса кута A прямокутника $ABCD$ перетинає його більшу сторону BC в точці M . Визначте радіус кола (у см), описаного навколо прямокутника, якщо $BC = 24$ см, $AM = 10\sqrt{2}$ см.

Ви відповіли правильно: 13

Бали: 2 із 2



$ABCD$ — прямокутник. $\angle BAM = \angle DAM = 45^\circ$.

$$AM = 10\sqrt{2} \text{ см.}$$

$$BC = 24 \text{ см.}$$

Тоді в $\triangle ABM$ ($\angle B = 90^\circ$):

$\angle BMA = 45^\circ$ з теореми про суму кутів трикутника. Значить, прямокутний $\triangle ABM$ — рівнобедренний за ознакою.

Тоді за теоремою Піфагора:

$$AM^2 = AB^2 + BM^2;$$

$$(10\sqrt{2})^2 = 2AB^2;$$

$$200 = 2AB^2;$$

$$AB^2 = 100;$$

$$AB = 10 \text{ (см).}$$

Знайдемо діагональ AC прямокутника з $\triangle ABC$ ($\angle B = 90^\circ$). За теоремою Піфагора:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2;$$

$$AC^2 = 10^2 + 24^2 = 2^2(5^2 + 12^2) = 2^2(25 + 144) = 4 \cdot 169.$$

$$AC = 2 \cdot 13 = 26 \text{ (см).}$$

Центр описаного навколо прямокутника кола — це точка перетину діагоналей прямокутника. Отже, довжина радіуса описаного кола — це половина довжини діагоналі прямокутника.

$$AC : 2 = 26 : 2 = 13 \text{ (см).}$$

29

Обчисліть $(\sqrt{20})^{2+\log_{20} 16}$.

Ви відповіли правильно: 80

Бали: 2 із 2

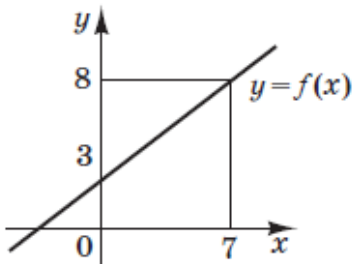
Приховати пояснення

$$(\sqrt{20})^{2+\log_{20} 16} = (20^{\frac{1}{2}})^{2+\log_{20} 16} = 20^{1+\frac{1}{2}\log_{20} 16} = 20^{1+\log_{20} 16^{\frac{1}{2}}} = 20^{1+\log_{20} 4} =$$

$$= 20^1 \cdot 20^{\log_{20} 4} = 20 \cdot 4 = 80.$$

30

Обчисліть $\int_0^7 f(x)dx$ використовуючи зображений на рисунку графік лінійної функції $y = f(x)$.



Ви відповіли правильно: 38,5

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$\int_0^7 f(x)dx$ чисельно рівний площі фігури, обмеженої графіком функції $y = f(x)$, віссю Ox та прямими, рівняння яких $x = 0$, $x = 7$.

Ця фігура — трапеція з вершинами в точках $(0; 0)$, $(0; 3)$, $(7; 8)$, $(7; 0)$. Тобто, основи трапеції завдовжки 3 і 8, а висота 7.

Тоді площа трапеції:

$$S_{\text{трапеції}} = \frac{3+8}{2} \cdot 7 = 5,5 \cdot 7 = 38,5 \text{ (см}^2\text{)}.$$

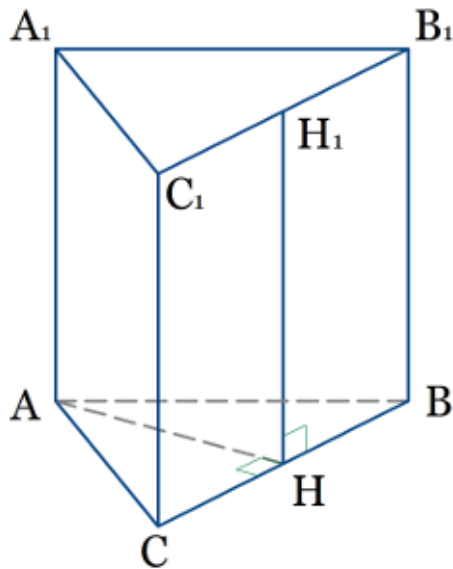
31

Основою прямої трикутної призми $ABCA_1B_1C_1$ є рівнобедрений трикутник ABC , де $AB = BC = 25 \text{ см}$, $AC = 30 \text{ см}$. Через бічне ребро AA_1 призми проведено площину, перпендикулярну до ребра BC . Визначте об'єм призми (у см^3), якщо площа утвореного перерізу дорівнює 72 см^2 .

Ви відповіли правильно: 900

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)



1) $ABCA_1B_1C_1$ — пряма призма. $\triangle ABC$ — рівнобедрений.
 $AB = BC = 25$ см, $AC = 30$ см.

2) Проведемо висоту AH трикутника ABC .

Через точку H проведемо пряму паралельну бічним ребрам призми. Точку перетину цієї прямої з прямою B_1C_1 назовемо H_1 .

Бічні ребра призми і відрізок HH_1 рівні (як відрізки паралельних прямих, що містяться між паралельними площинами - основами призми).

Маємо, що $AA_1 \parallel HH_1$, $AA_1 = HH_1$.

Тоді AA_1H_1H — паралелограм за ознакою.

$AA_1 \perp (ABC)$, отже, $AA_1 \perp AH$. Значить, AA_1H_1H — прямокутник за означенням.

3) Покажемо, що площина AHH_1 перпендикулярна до ребра BC .

$CC_1 \perp (ABC)$, отже $CC_1 \perp BC$. $HH_1 \parallel CC_1$, тому $HH_1 \perp BC$, адже коли пряма перпендикулярна до однієї з двох паралельних прямих, то вона перпендикулярна і до другої.

Крім того, $BC \perp AH$. Значить, $BC \perp (AHH_1)$ за ознакою перпендикулярності прямої і площини.

4) Отже, переріз призми площиною AHH_1 — прямокутник AA_1H_1H . За умовою його площа 72 (см)².

$$S_{AA_1H_1H} = AH \cdot HH_1.$$

5) Знайдемо AH з $\triangle ABC$. За формулою Герона:

$$S_{ABC} = \sqrt{p(p-25)(p-25)(p-30)} = \sqrt{40(40-25)(40-25)(40-30)} = \\ = \sqrt{40 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 10} = \sqrt{400 \cdot 15 \cdot 15} = 20 \cdot 15 = 300 \text{ (см}^2\text{)}.$$

$$\text{Також: } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot 25 = 300 \text{ (см}^2\text{)}, \text{ звідки}$$

$$AH = \frac{300 \cdot 2}{25} = 12 \cdot 2 = 24 \text{ (см)}.$$

6) Оскільки $AH \cdot HH_1 = 72$, $24 \cdot HH_1 = 72$, то $HH_1 = 72 : 24 = 3$ (см).

7) Об'єм призми:

$$V_{\text{призми}} = S_{\text{основи призми}} \cdot h_{\text{призми}} = S_{ABC} \cdot HH_1 = 300 \cdot 3 = 900 \text{ (см}^3\text{)}.$$

При якому *найменшому* значенні a рівняння

$\sqrt{x-2} + 2\sqrt{x-3} + (14-2a) \cdot \sqrt[4]{x-3} + 32 = 6a$ має хоча б один корінь?

Ви відповіли правильно: 5,5

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\sqrt{x-2} + 2\sqrt{x-3} + (14-2a)\sqrt[4]{x-3} + 32 = 6a.$$

Виконаємо рівносильні перетворення.

$$\sqrt{x-3} + 2\sqrt{x-3} + 1 + (14-2a)\sqrt[4]{x-3} + 32 - 6a = 0.$$

$$\sqrt{(\sqrt{x-3} + 1)^2} + (14-2a)\sqrt[4]{x-3} + 32 - 6a = 0.$$

$$|\sqrt{x-3} + 1| + (14-2a)\sqrt[4]{x-3} + 32 - 6a = 0.$$

Оскільки $\sqrt{x-3} + 1 \geq 0$, то $|\sqrt{x-3} + 1| = \sqrt{x-3} + 1$.

Тоді:

$$\sqrt{x-3} + 1 + (14-2a)\sqrt[4]{x-3} + 32 - 6a = 0.$$

$$\sqrt{x-3} + (14-2a)\sqrt{x-3} + 33 - 6a = 0.$$

Область допустимих значень змінної x в даному рівнянні $[3; +\infty)$.

Виконаємо заміну:

$$\sqrt[4]{x-3} = y, \quad y \geq 0. \quad \text{Тоді } \sqrt{x-3} = y^2.$$

$$\text{Одержимо рівняння: } y^2 + (14-2a)y + 33 - 6a = 0.$$

Його дискримінант:

$$\begin{aligned} D &= (14-2a)^2 - 4 \cdot (33-6a) = 4((7-a)^2 - (33-6a)) = \\ &= 4(49 - 14a + a^2 - 33 + 6a) = 4(a^2 - 8a + 16) = 4(a-4)^2. \end{aligned}$$

$$\text{Тоді } \sqrt{D} = 2 \cdot |a-4|.$$

$$y_{1,2} = \frac{-(14-2a) \pm 2(a-4)}{2} = \frac{-14+2a \pm 2(a-4)}{2} = -7+a \pm (a-4).$$

$$y_1 = -7+a-a+4 = -3, \text{ що не задовільняє умову } y \geq 0.$$

$$y_2 = -7+a+a-4 = 2a-11.$$

Тоді:

$$2a-11 \geq 0,$$

$$2a \geq 11,$$

$$a \geq 5,5.$$

Отже, при $a \geq 5,5$ рівняння $\sqrt[4]{x-3} = 2a-11$ має розв'язок на області допустимих значень змінної x .

Найменшим з таких значень $a \in 5,5$.

