

Тест ЗНО з математики.

Результат

100% :)

Тестовий бал ?

52 із 52

Рейтинговий бал ?

200.0

Витрачено часу: 3 хвилини

[Ще раз](#) [Інший варіант](#) [Статистика](#)

Поділитися...

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

$$(0,3)^2 \cdot 10^4 =$$

А 600

Б 900

В 6000

Г 9000

Д 3^6

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$(0,3)^2 \cdot 10^4 = 0,09 \cdot 10000 = 9 \cdot 100 = 900.$$

1

Укажіть розмах ряду даних 3, 5, 5, 13, 18, 15, 12.

2

- ☐ А 18
- ☒ Б 15
- ☐ В 12
- ☐ Г 9
- ☐ Д 3

Ви відповіли правильно

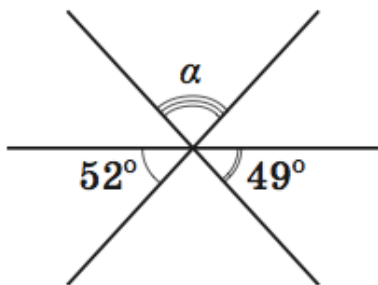
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Щоб визначити розмах ряду даних, треба від найбільшого із даних чисел відняти найменше:
 $18 - 3 = 15$.

3

Три прямі, що розміщені в одній площині, перетинаються в одній точці (див. рисунок). Визначте градусну міру кута α .



- ☐ А 101°
- ☐ Б 99°
- ☐ В 81°
- ☒ Г 79°
- ☐ Д 69°

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Маємо на малюнку три пари вертикальних кутів, тому

$$2\alpha + 2 \cdot 52^\circ + 2 \cdot 49^\circ = 360^\circ,$$

$$\alpha + 52^\circ + 49^\circ = 180^\circ,$$

$$\alpha + 101^\circ = 180^\circ,$$

$$\alpha = 180^\circ - 101^\circ,$$
$$\alpha = 79^\circ.$$

4

Знайдіть область визначення функції $y = \frac{x}{x-1}$.

- ☐ А $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$
- ☐ Б $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$
- ☒ В $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$
- ☐ Г $(-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (1; +\infty)$
- ☐ Д $(-\infty; +\infty)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Знаменник не може дорівнювати нулю, тому

$$x - 1 \neq 0;$$

$$x \neq 1.$$

Отже, область визначення даної функції: $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

5

У прямокутній системі координат у просторі знайдіть відстань від точки $M(0; 8; 6)$ до осі Oy .

- ☒ А 6
- ☐ Б 7
- ☐ В 8
- ☐ Г 10
- ☐ Д 14

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Основою перпендикуляра, опущеного з точки M на вісь Oy , є точка $(0; 8; 0)$. Тоді шукана відстань — довжина цього перпендикуляра. За формулою відстані між двома точками:

$$\sqrt{(x_M - 0)^2 + (y_M - 8)^2 + (z_M - 0)^2} = \sqrt{(0 - 0)^2 + (8 - 8)^2 + (6 - 0)^2} =$$

$$= \sqrt{6^2} = 6.$$

6

Розв'яжіть рівняння $0,5(3x - 4) = \frac{x + 1}{4}$.

☐ А $\frac{5}{7}$

☐ Б $-\frac{7}{5}$

☐ В $\frac{6}{5}$

☒ Г $\frac{9}{5}$

☐ Д 6

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$0,5(3x - 4) = \frac{x + 1}{4}.$$

Домножимо обидві частини рівняння на 4:

$$4 \cdot 0,5 \cdot (3x - 4) = x + 1;$$

$$6x - 8 = x + 1;$$

$$6x - x = 8 + 1;$$

$$5x = 9;$$

$$x = \frac{9}{5}.$$

7

Які твердження є правильними?

I. Протилежні кути ромба рівні.

II. Діагоналі ромба взаємно перпендикулярні.

III. У будь-який ромб можна вписати коло.

- ☐ А лише I та II
- ☐ Б лише I та III
- ☐ В лише II та III
- ☐ Г лише II
- ☒ Д I, II та III

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Всі твердження є властивостями ромба, тому вони вірні.

8

Верстат з автоматичним управлінням працює зі сталою продуктивністю і виготовляє 40 деталей за t год ($t > 5$). Укажіть вираз для визначення кількості деталей, які виготовив верстат за 5 год.

- ☐ А $\frac{t}{8}$
- ☐ Б $\frac{40}{t-5}$
- ☐ В $\frac{8}{t}$
- ☐ Г $8t$
- ☒ Д $\frac{200}{t}$

Ви відповіли правильно

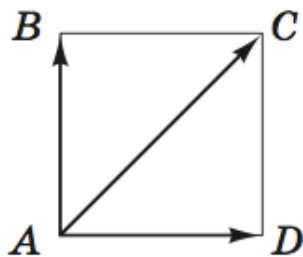
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

За 1 годину верстат виготовить $\frac{40}{t}$ деталей. Тоді за 5 годин він виготовить $5 \cdot \frac{40}{t} = \frac{200}{t}$ деталей.

9

На рисунку зображено квадрат $ABCD$. Укажіть правильну векторну рівність.



- ☐ А $\vec{AC} = \vec{AB} - \vec{AD}$
☐ Б $\vec{AC} = \vec{AD} - \vec{AB}$
☒ В $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$
☐ Г $\vec{AC} = -\vec{AD} - \vec{AB}$
☐ Д $\vec{AC} = \sqrt{2}(\vec{AB} + \vec{AD})$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

1) $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{DB}$.

$\vec{DB} \neq \vec{AC}$.

2) $\vec{AD} - \vec{AB} = \vec{BD}$.

$\vec{BD} \neq \vec{AC}$.

3) $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$.

4) $-\vec{AD} - \vec{AB} = -(\vec{AD} + \vec{AB}) = -\vec{AC} = \vec{CA}$.

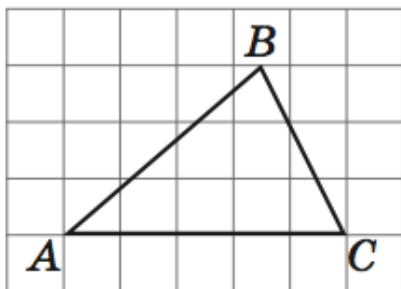
$\vec{CA} \neq \vec{AC}$.

5) $\sqrt{2}(\vec{AB} + \vec{AD}) = \sqrt{2}\vec{AC}$.

$\sqrt{2}\vec{AC} \neq \vec{AC}$.

Отже, правильною є рівність $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$.

На папері в клітинку зображено трикутник ABC (див. рисунок). Вважайте, що кожна клітинка — квадрат зі стороною завдовжки 1 см. Знайдіть площу трикутника ABC .



- ☐ А 6 см^2
- ☐ Б $6,5 \text{ см}^2$
- ☐ В 7 см^2
- ☒ Г $7,5 \text{ см}^2$
- ☐ Д 8 см^2

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Висота h трикутника, що проведена до сторони AC , рівна 3 см.

$AC = 5 \text{ см.}$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ (см}^2\text{)}.$$

11

Скільки всього розв'язків має система рівнянь

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = -5, \\ x^2 + y^2 = 3? \end{cases}$$

- ☒ А жодного
- ☐ Б один
- ☐ В два
- ☐ Г три
- ☐ Д більше трьох

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = -5, \\ x^2 + y^2 = 3. \end{cases}$$

Додамо до першого рівняння системи друге.

Одержимо

$$2x^2 = -2,$$

$$x^2 = -1, \text{ що неможливо.}$$

Отже, система розв'язків не має.

12

З певного аеропорту за розкладом авіарейси виконуються через кожні 10 хв. Перший літак за розкладом відлітає о шостій годині ранку. Укажіть час відльоту за розкладом тридцятого за рахунком літака.

- ☐ А 10 год 40 хв
- ☒ Б 10 год 50 хв
- ☐ В 11 год 00 хв
- ☐ Г 11 год 30 хв
- ☐ Д 12 год 00 хв

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Час відльоту тридцятого літака:

$$6 \text{ год.} + 29 \cdot 10 \text{ хв.} = 6 \text{ год.} + 290 \text{ хв.} = 6 \text{ год.} + 4 \text{ год.} \ 50 \text{ хв.} = 10 \text{ год.} \ 50 \text{ хв.}$$

13

Обчисліть $\log_8 16$.

- ☐ А $\frac{1}{2}$
- ☒ Б $\frac{4}{3}$
- ☐ В 1
- ☐ Г 8
- ☐ Д 12

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\log_a 16 = \log_{2^3} 2^4 = \frac{4}{3} \log_2 2 = \frac{4}{3}.$$

14

Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 4 см, а об'єм — 64 см^3 . Знайдіть висоту піраміди.

- ☐ А $\frac{4}{3} \text{ см}$
- ☐ Б 4 см
- ☐ В 8 см
- ☒ Г 12 см
- ☐ Д 16 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Основою правильної чотирикутної піраміди є квадрат. Об'єм піраміди:

$$V_{\text{піраміди}} = \frac{1}{3} S_{\text{основи}} \cdot h_{\text{піраміди}} = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot h_{\text{піраміди}} = 64 \text{ (см}^3\text{)}.$$

$$\text{Тоді } h_{\text{піраміди}} = \frac{3 \cdot 64}{4^2} = \frac{3 \cdot 64}{16} = 3 \cdot 4 = 12 \text{ (см)}.$$

15

Яке з наведених рівнянь має *безліч* коренів?

- ☐ А $\cos x = \pi$
- ☐ Б $x = -x$
- ☒ В $|x| = x$
- ☐ Г $|-x| = 2$
- ☐ Д $|x| = -3$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

1) $1 \leq \cos x \leq 1$, $\pi \approx 3,14$, тому $\cos x \neq \pi$, тобто рівняння не має коренів.

2) $x = -x$;

$$x + x = 0;$$

$$2x = 0;$$

$$x = 0.$$

Тут один корінь.

3) $|x| = x$, тоді $x \geq 0$.

Отже, тут безліч коренів.

4) $|-x| = 2$;

$$-x = \pm 2;$$

$$\begin{cases} x = 2, \\ x = -2. \end{cases}$$

Тут два корені.

5) $|x| = -3$.

Модуль числа — величина невід'ємна, тому це рівняння коренів не має.

16

Циліндр, радіус основи якого дорівнює 4 см, висота — 12 см, перетнули площиною, паралельною до його основи (див. рисунок 1). Утворилося два циліндри (див. рисунок 2). Визначте суму площ повних поверхонь утворених циліндрів.

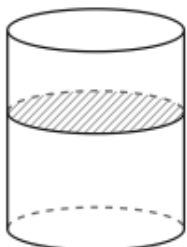


рис. 1

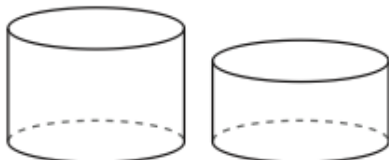


рис. 2

- ☐ А $96\pi \text{ см}^2$
- ☐ Б $108\pi \text{ см}^2$
- ☐ В $128\pi \text{ см}^2$
- ☐ Г $144\pi \text{ см}^2$
- ☒ Д $160\pi \text{ см}^2$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Сума площ бічних поверхонь утворених циліндрів рівна площі бічної поверхні даного циліндра

$S_{\text{бічне}}$.

Основи утворених циліндрів і даного циліндра рівні. Тому

$$S_{\text{шукане}} = S_{\text{бічне}} + 4S_{\text{основи}} = 2\pi r \cdot h + 4 \cdot \pi r^2 = 2\pi r(h + 2r) = \\ = 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot (12 + 2 \cdot 4) = 8\pi \cdot 20 = 160\pi \text{ (см}^2\text{)}.$$

17

Спростіть вираз $\frac{2\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1}$.

- ☐ А 2
- ☐ Б $\sqrt{2} + 1$
- ☐ В $3 + \sqrt{2}$
- ☐ Г $3 + 2\sqrt{2}$
- ☒ Д $3 - \sqrt{2}$

Ви відповіли правильно

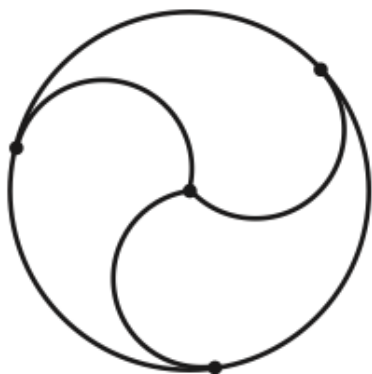
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{2\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{(2\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} = \frac{2\sqrt{2}\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \cdot 1 + \sqrt{2} - 1}{2 - 1} = \\ = 2 \cdot 2 - \sqrt{2} - 1 = 3 - \sqrt{2}.$$

18

На рисунку зображено ескіз емблеми фірми N . Емблема має форму кола: всередині якого розміщено 3 однакових півкола. Один кінець кожного півкола збігається з центром кола: інший кінець лежить на колі. Виготовлення емблеми (усіх її елементів), радіус якої дорівнює 2 м, потребує використання гнучкого матеріалу вартістю 100 грн за 1 м довжини. Укажіть серед наведених *найменшу* суму грошей, якої вистачить на придбання цього матеріалу для виготовлення емблеми. Вважайте, що місця з'єднання емблеми, позначені на рисунку точками, не потребують додаткових витрат.



- ☐ А 3000 грн
- ☐ Б 2720 грн
- ☐ В 2540 грн
- ☒ Г 2310 грн
- ☐ Д 2170 грн

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Радіус емблеми $R = 2$ м. Радіус півкола $r = 1$ м. Тоді довжина гнучкого матеріалу для виготовлення емблеми складається з довжини кола радіуса R і довжин трьох півкіл радіуса r :

$$2\pi R + 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\pi r = 2\pi(R + 1,5r) = 2\pi(2 + 1,5 \cdot 1) = 2\pi \cdot 3,5 = 7\pi \text{ (м)}.$$

Вартість цього матеріалу: $7\pi \cdot 100 = 700\pi \approx 700 \cdot 3,14 = 7 \cdot 3,14 = 2198$ (грн).

Значить найменша сума, якої вистачить на придбання гнучкого матеріалу — це 2310 гривень.

19

Яка з наведених функцій є первісною для функції $f(x) = 2 + \sin 2x$?

- ☒ А $F(x) = 2x - \frac{\cos 2x}{2}$
- ☐ Б $F(x) = 2x + \frac{\cos 2x}{2}$
- ☐ В $F(x) = 2x + 2 \cos 2x$
- ☐ Г $F(x) = 2 \cos 2x$
- ☐ Д $F(x) = 2x - \cos 2x$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{aligned} 1) F'(x) &= \left(2x - \frac{\cos 2x}{2}\right)' = (2x)' - \left(\frac{\cos 2x}{2}\right)' = 2 - \frac{1}{2}(\cos 2x)' = \\ &= 2 - \frac{1}{2}(-\sin 2x) \cdot (2x)' = 2 + \frac{1}{2}\sin 2x \cdot 2 = 2 + \sin 2x = f(x). \end{aligned}$$

$$2) F'(x) = \left(2x + \frac{\cos 2x}{2}\right)' = (2x)' + \left(\frac{\cos 2x}{2}\right)' = 2 + \frac{1}{2}(\cos 2x)' =$$

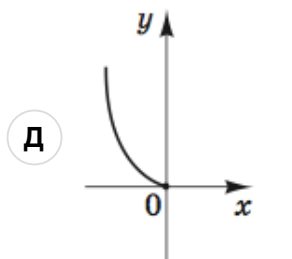
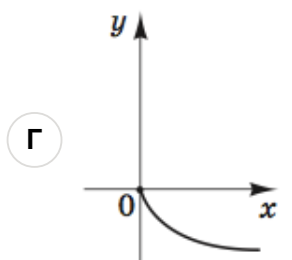
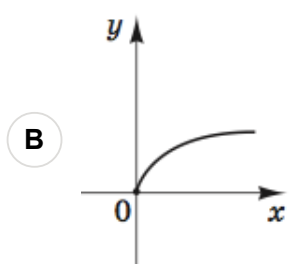
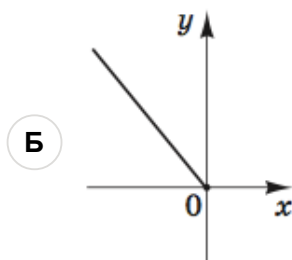
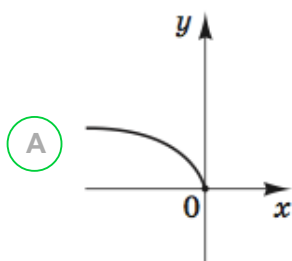
$$= 2 + \frac{1}{2}(-\sin 2x) \cdot (2x)' = 2 - \frac{1}{2}\sin 2x \cdot 2 = 2 - \sin 2x \neq f(x).$$

$$3) F'(x) = (2x + \cos 2x)' = (2x)' + (2 \cos 2x)' = 2 + 2(\cos 2x)' = 2 + 2(-\sin 2x) \times \\ \times (2x)' = 2 - 2 \sin 2x \cdot 2 = 2 - 4 \sin 2x \neq f(x).$$

$$4) F'(x) = (\cos 2x)' = 2(\cos 2x)' = 2(-\sin 2x) \cdot (2x)' = -2 \sin 2x \cdot 2 = \\ = -4 \sin 2x \neq f(x).$$

$$5) F'(x) = (2x - \cos 2x)' = (2x)' - (2 \cos 2x)' = 2 - 2(\cos 2x)' = 2 - 2(-\sin 2x) \times \\ \times (2x)' = 2 + 2 \sin 2x \cdot 2 = 2 + 4 \sin 2x \neq f(x).$$

На одному з рисунків зображено ескіз графіка функції $y = \sqrt{-x}$. Укажіть цей рисунок.



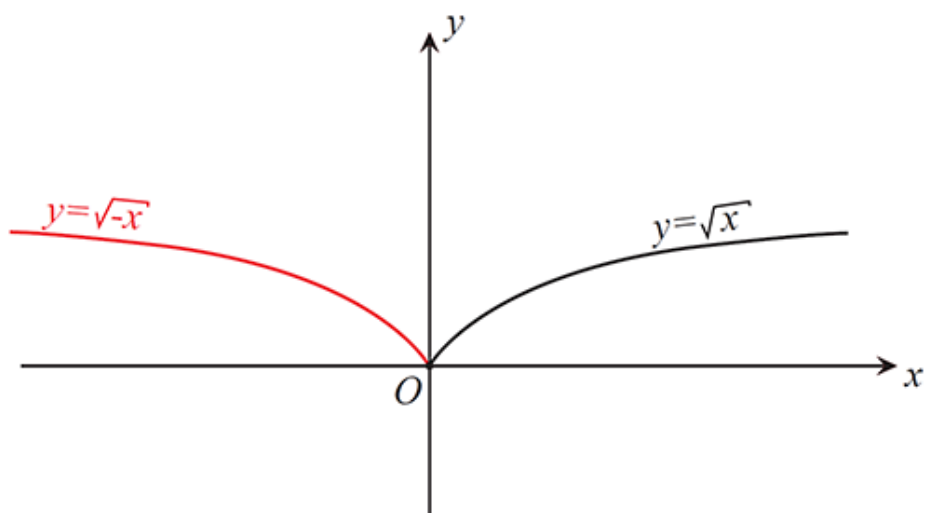
Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Графік функції $y = f(-x)$ симетричний графіку функції $y = f(x)$ відносно осі Oy .

Зобразимо ескізи графіків функцій $y = f(x) = \sqrt{x}$ і $y = f(-x) = \sqrt{-x}$ в одній системі координат.



21

До кожного виразу (1—4) доберіть тотожно йому рівний (А—Д).

- | | |
|---|--------------------|
| 1) $1 - \cos^2 \alpha$ | А) $\cos^2 \alpha$ |
| 2) $2 \sin \alpha \cos \alpha$ | Б) $\cos 2\alpha$ |
| 3) $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ | В) $\sin 2\alpha$ |
| 4) $(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)$ | Г) $-\cos 2\alpha$ |
| | Д) $\sin^2 \alpha$ |

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☒
2	☐	☐	☒	☐	☐
3	☐	☒	☐	☐	☐
4	☒	☐	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

- 1) $1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$.
- 2) $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$.
- 3) $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$.
- 4) $(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha) = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$.

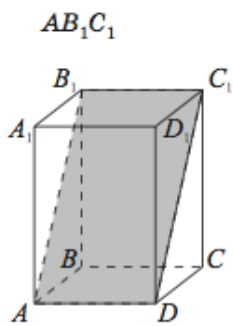
22

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямокутний паралелепіпед. Кожній площині (1—4), що виділена кольором: поставте у відповідність паралельну їй пряму (А—Д).

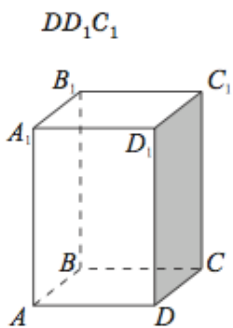
Площина

Пряма

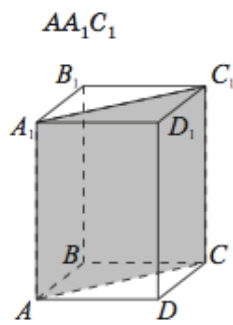
1



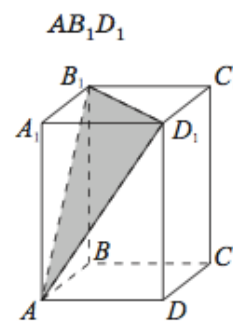
2



3



4



А BC

Б A₁D

В A₁B

Г BD

Д DD₁

А Б В Г Д

1	☒	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☒	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☒
4	☐	☐	☐	☒	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1) Пряма B_1C_1 належить площині AB_1C_1 . Пряма BC паралельна прямій B_1C_1 . Значить, пряма BC паралельна площині AB_1C_1 за ознакою паралельності прямої і площини.

2) Пряма A_1B належить площині AA_1B_1 .

Площини AA_1B_1 і DD_1C_1 паралельні. Значить, пряма A_1B не перетинає площину DD_1C_1 . Отже, $A_1B \parallel (DD_1C_1)$.

3) Бічні ребра паралелепіпеда паралельні. Отже, $DD_1 \parallel AA_1$. Пряма AA_1 належить площині AA_1C_1 . Тоді пряма DD_1 паралельна площині AA_1C_1 за ознакою паралельності прямої і площини.

4) $BD \parallel B_1D_1$. Пряма B_1D_1 належить площині AB_1D_1 . Тоді $BD \parallel (AB_1D_1)$ за ознакою паралельності прямої і площини.

23

Розв'яжіть нерівності (1—4)? Кожній нерівності поставте у відповідність множину всіх розв'язків (А—Д).

Нерівність

Множина всіх розв'язків нерівності

1) $5^{x-2} > 1$

А $(-\infty; 2)$

2) $-\frac{2}{x+2} > 0$

Б $(-2; 2)$

3) $\log_2 x < 1$

В $(0; 2)$

4) $x^2 < 4$

Г $(-\infty; -2)$

Д $(2; +\infty)$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☒
2	☐	☐	☐	☒	☐
3	☐	☐	☒	☐	☐
4	☐	☒	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1) $5^{x-2} > 1$;

$5^{x-2} > 5^0$.

Функція $y = 5^x$ — монотонно зростаюча, тому

$x - 2 > 0$,

$x > 2$, тобто $x \in (2; +\infty)$.

2) $-\frac{2}{x+2} > 0$;

$$\frac{2}{x+2} < 0;$$

$$x < -2, \text{ тобто } x \in (-\infty; -2).$$

$$3) \log_2 x < 1;$$

$$\log_2 x < \log_2 2.$$

Функція $y = \log_2 x$ — монотонно зростаюча на всій області визначення (при $x > 0$). Тоді

$$0 < x < 2, \text{ тобто } x \in (0; 2).$$

$$4) x^2 < 4;$$

$$x^2 - 4 < 0;$$

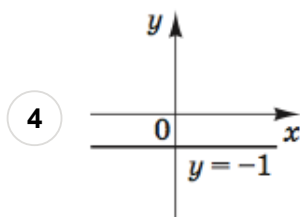
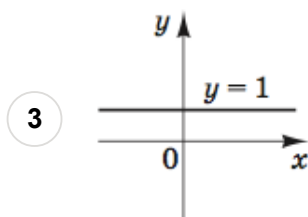
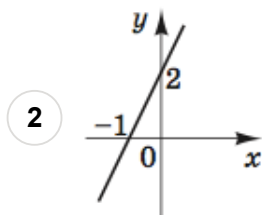
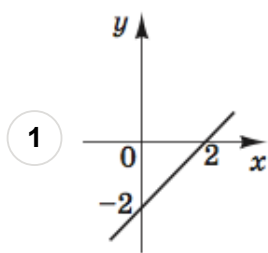
$$(x-2)(x+2) < 0;$$



Отже, $x \in (-2; 2)$.

На кожному з рисунків (1—4) зображено певну пряму? Кожній прямій поставте у відповідність функцію (А—Д), графік якої не має з цією прямою жодної спільної точки.

Графік функції



	А	Б	В	Г	Д
1	☒	☐	☐	☐	☐
2	☐	☒	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☒	☐
4	☐	☐	☒	☐	☐

Функція

- А $y = x$
- Б $y = \log_2 x$
- В $y = (x - 2)^2$
- Г $y = 1 + \frac{1}{x}$
- Д $y = x^3$

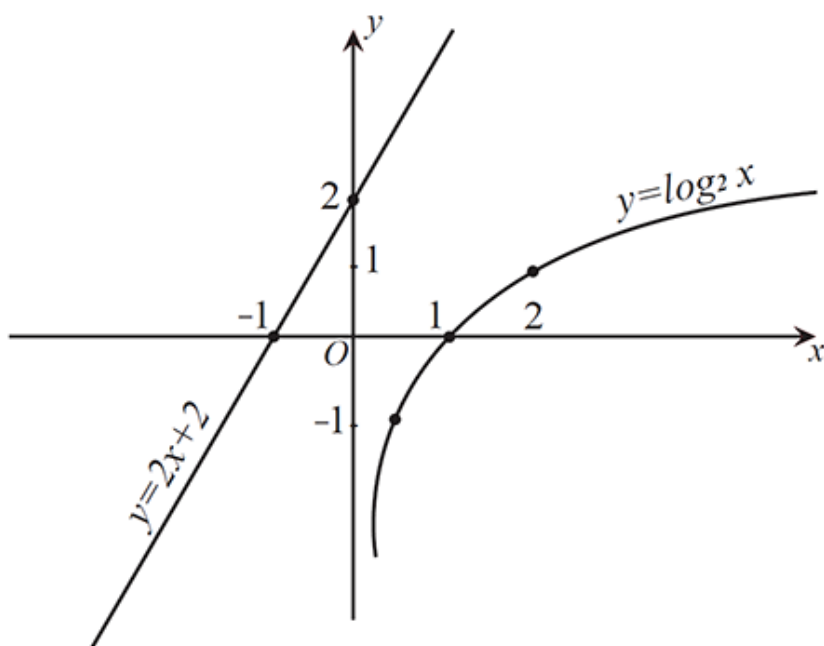
Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

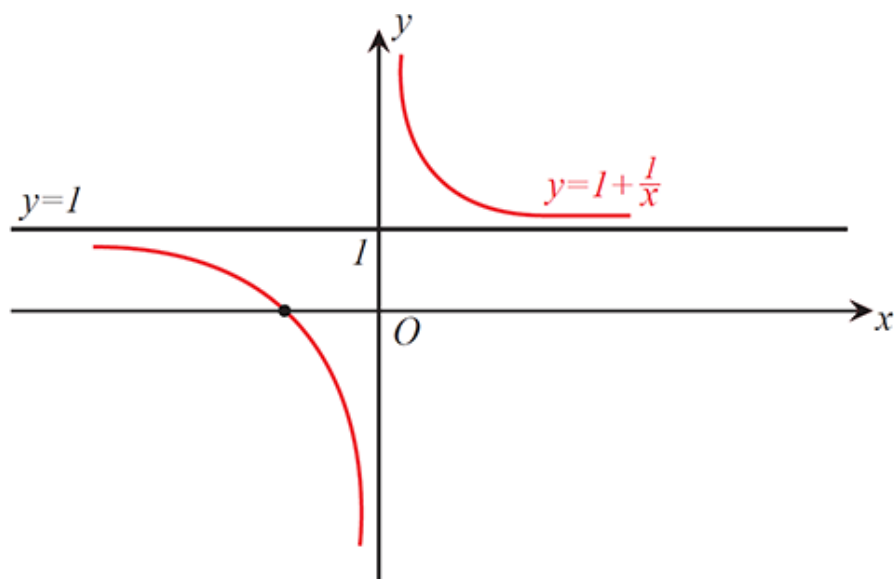
1) На першому рисунку зображено графік функції $y = x - 2$. Графіки функцій $y = x - 2$ і $y = x$ — це паралельні прямі, тому вони не перетинаються.

2) На другому рисунку дано графік функції $y = 2x + 2$. Зобразимо схематично графіки функцій $y = 2x + 2$ і $y = \log_2 x$ в одній системі координат.



Отже, вони не перетинаються.

3) Ескіз графіка функції $y = 1 + \frac{1}{x}$:



Для графіка функції $y = 1 + \frac{1}{x}$ пряма $y = 1$ є асимптотою. Тобто, графіки функцій $y = 2 + \frac{1}{x}$ та $y = 1$ не перетинаються.

4) $(x - 2)^2 \geq 0$ для всіх дійсних значень x .

Тому $(x - 2)^2 > -1$.

Значить, графіки функцій $y = (x - 2)^2$ і $y = -1$ не перетинаються.

25

Спростіть вираз $2(a^2 - 5ab + 4b^2) - 3(2a^2 - 2ab + 3b^2)$ та обчисліть його значення, якщо $a = 1,1$, $b = 0,8$.

Ви відповіли правильно: -9

Бали: 2 із 2

$$2(a^2 - 5ab + 4b^2) - 3(2a^2 - 2ab + 3b^2) = 2a^2 - 10ab + 8b^2 - 6a^2 + 6ab - 9b^2 = \\ = -4a^2 - 4ab - b^2 = -(4a^2 + 4ab + b^2) = -(2a + b)^2.$$

При $a = 1,1$, $b = 0,8$:

$$-(2a + b)^2 = -(2 \cdot 1,1 + 0,8)^2 = -(2,2 + 0,8)^2 = -3^2 = -9.$$

26

Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x-2}\sqrt{2x+1} = \sqrt{3}$.

Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше одного кореня, то відповіді зазначте *добуток* усіх коренів. Якщо рівняння не має коренів, то у відповіді запишіть число 100.

Ви відповіли правильно: 2,5

Бали: 2 із 2

$$\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{2x+1} = \sqrt{3}.$$

Знайдемо область допустимих значень змінної x :

$$\begin{cases} x - 2 \geq 0, \\ 2x + 1 \geq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2, \\ x \geq -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

Отже, $x \geq 2$.

Піднесемо обидві частини рівняння до квадрату:

$$(\sqrt{(x-2) \cdot (2x+1)})^2 = (\sqrt{3})^2,$$

$$(x-2)(2x+1) = 3,$$

$$2x^2 + x - 4x - 2 = 3,$$

$$2x^2 - 3x - 2 - 3 = 0,$$

$$2x^2 - 3x - 5 = 0.$$

Коренями цього рівняння є числа -1 і $2,5$.

Врахувавши ОДЗ, бачимо, що корінь заданого в умові рівняння дорівнює $2,5$.

27

Знайдіть найбільше значення функції $y = 12x - x^3$ на відрізку $[0; 3]$.

Ви відповіли правильно: 16

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Функція $y = 12x - x^3$ визначена і диференційована на всьому відрізку $[0; 3]$.

$$y' = (12x - x^3) = 12 - 3x^2,$$

$$12 - 3x^2 = 0,$$

$$3x^2 = 12,$$

$$x^2 = 4,$$

$$x = \pm 2.$$

Оскільки ми розглядаємо відрізок $[0; 3]$, то беремо до уваги одержане значення $x = 2$.

Задана функція може досягти найбільшого значення або на кінцях відрізка (при $x = 0$; $x = 3$), або при $x = 2$.

$$f(0) = 12 \cdot 0 - 0^3 = 0;$$

$$f(2) = 12 \cdot 2 - 2^3 = 24 - 8 = 16;$$

$$f(3) = 12 \cdot 3 - 3^3 = 36 - 27 = 9.$$

Бачимо, що найбільшого значення дана функція набуває при $x = 2$.

Це значення дорівнює 16.

28

Скільки всього існує різних двоцифрових чисел, у яких перша цифра є парною, а друга — непарною?

Ви відповіли правильно: 20

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Першу цифру можемо обрати з чотирьох: 2; 4; 6; 8.

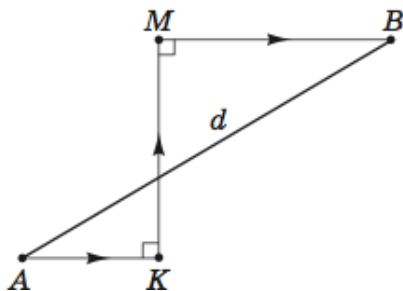
Другу цифру можемо обрати з п'яти: 1; 2; 5; 7; 9.

За правилом добутку $4 \cdot 5 = 20$.

Тобто існує 20 різних двоцифрових чисел, у яких перша цифра парна, а друга — непарна.

29

На рисунку зображено траєкторію руху автомобіля з пункту A до пункту B , що складається з трьох прямолінійних ділянок AK , KM та MB . Визначте відстань d між пунктами A та B , якщо $AK = 60$ км, $KM = 120$ км, $MB = 100$ км (вважайте, що зображені на рисунку відрізки лежать в одній площині).



Ви відповіли правильно: 200

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Позначимо точку перетину відрізків KM і AB літерою O .

1) Тоді $\triangle AOK \sim \triangle BOM$ за двома кутами ($\angle BMO = \angle AKO = 90^\circ$; $\angle AOK = \angle BOM$ як вертикальні).

Тоді

$$\frac{AK}{MB} = \frac{KO}{OM};$$

$$\frac{60}{100} = \frac{KO}{120 - KO};$$

$$\frac{KO}{120 - KO} = \frac{3}{5};$$

$$5KO = 3 \cdot 120 - 3KO;$$

$$8 \cdot KO = 360;$$

$$KO = \frac{360}{8} = 45 \text{ (км)}.$$

2) з $\triangle AOK$ ($\angle AKO = 90^\circ$) за теоремою Піфагора:

$$AO^2 = AK^2 + KO^2;$$

$$AO^2 = 60^2 + 45^2 = 15^2(4^2 + 3^2) = 15^2 \cdot 5^2;$$

$$AO = 15 \cdot 5 = 75 \text{ (км)}.$$

3) з подібності трикутників AOK і BOM маємо:

$$\frac{AO}{OB} = \frac{3}{5};$$

$$\frac{75}{OB} = \frac{3}{5};$$

$$OB = \frac{75 \cdot 5}{3} = 25 \cdot 5 = 125 \text{ (км)}.$$

$$4) AB = AO + OB = 75 + 125 = 200 \text{ (км)}.$$

банком під 12 % річних, із другим — під 15 % річних. Загальна сума грошей, отриманих за кредитними угодами, становить 5000 грн. Погашення кредитів здійснюється одноразовим внеском в останній день дії угод. Нарахована сума відсотків за користування кредитами становить 654 грн. Скільки грошей (у грн) узяв громадянин під *більші* відсотків?

Ви відповіли правильно: 1800

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Нехай громадянин узяв під 12% X гривень, Y гривень під 15% ($x > 0$; $y > 0$).

Тоді $x + y = 5000$ (грн).

Нарахована сума за користування кредитом:

- у першому банку $(0,12x)$ грн.
- у другому банку $(0,15y)$ грн.

З умови маємо $0,12x + 0,15y = 654$ грн.

Складемо систему:

$$\begin{cases} x + y = 5000; \\ 0,12x + 0,15y = 654. \end{cases}$$

Домножимо обидві частини другого рівняння на 100. Тоді

$$\begin{cases} x + y = 5000; \\ 12x + 15y = 65400. \end{cases}$$

Поділимо обидві частини другого рівняння на 3.

$$\begin{cases} x + y = 5000; \\ 4x + 5y = 21800. \end{cases}$$

Скористаємось методом підстановки.

$$\begin{cases} x = 5000 - y; \\ 4(5000 - y) + 5y = 21800. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5000 - y; \\ 20000 - 4y + 5y = 21800. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5000 - y; \\ y = 1800. \end{cases}$$

Отже, бачимо, що під *більші* відсотки (тобто під 15%) громадянин узяв 1800 гривень.

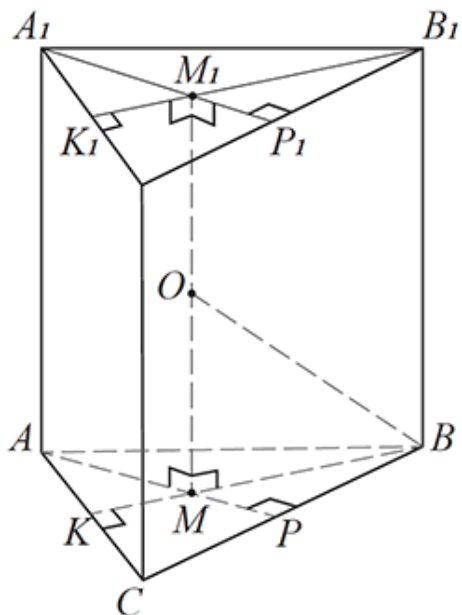
31

Навколо правильної трикутної призми описано сферу радіуса 6 см. Радіус сфери, проведений до вершини призми, утворює з бічним ребром кут 30° . Визначте об'єм призми (у см^3).

Ви відповіли правильно: 121,5

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)



Оскільки дана трикутна призма правильна, то її основи — правильні трикутники, а бічні ребра перпендикулярні до основ.

Нехай це призма $ABCA_1B_1C_1$. Центр описаної навколо призми сфери рівновіддалений від вершин призми. Нехай це точка O . Оскільки точка O рівновіддалена від вершин A , B і C трикутника ABC , то основою перпендикуляра, опущеного з точки O на площину трикутника ABC , є центр описаного навколо $\triangle ABC$ кола.

Справді, $\triangle OMB = \triangle OMA = \triangle OMC$ як прямокутні ($\angle OMB = \angle OMC = \angle OMA = 90^\circ$) зі спільним катетом OM і гіпотенузами $OB = OA = OC = R$ ($R = 6$ см; R — радіус описаної навколо призми сфери). Тоді $MB = MA = MC$, тобто, точка M рівновіддалена від вершин $\triangle ABC$, отже, є центром описаного навколо $\triangle ABC$ кола. Аналогічно точка M_1 є центром описаного навколо $\triangle A_1B_1C_1$ кола.

$OM \perp (ABC)$, отже, $OM \parallel BB_1$.

$OM_1 \perp (A_1B_1C_1)$, отже, $OM_1 \parallel BB_1$.

Значить, точки M , M_1 , O лежать на одній прямій і $OM = OM_1$.

Крім того, $MM_1 \parallel BB_1$, $MM_1 = BB_1$.

$\angle OBB_1 = 30^\circ$ за умовою.

$\angle B_1BM = 90^\circ$.

Тоді $\angle OBM = 60^\circ$.

В $\triangle OMB$ ($\angle M = 90^\circ$) $\angle MOB = 30^\circ$.

Значить, $MB = \frac{1}{2}OB = 3$ см як катет, який лежить навпроти кута 30° .

Крім того, $\frac{OM}{6} = \cos 30^\circ$; $OM = 6 \cos 30^\circ$; $OM = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$ (см).

Тоді $MM_1 = 2OM = 2 \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ (см).

В правильному трикутнику центр описаного кола є одночасно центром і вписаного кола і точкою перетину медіан, висот і бісектрис. Оскільки медіани в точці перетину діляться у відношенні $2 : 1$, рахуючи від вершини трикутника, то

$$MB = \frac{2}{3}KB;$$

$$3 = \frac{2}{3} KB;$$

$$KB = \frac{9}{2} = 4,5 \text{ (см)}.$$

Висота h правильного трикутника зі стороною a обчислюється так:

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Тобто, } KB = \frac{AC \cdot \sqrt{3}}{2}, \text{ звідки } AC = \frac{2KB}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 4,5}{\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3} \text{ (см)}.$$

Значить, площа основи призми

$$\begin{aligned} S_{ABC} &= \frac{1}{2} \cdot KB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 4,5 \cdot 3\sqrt{3} = \frac{4,5 \cdot 3\sqrt{3}}{2} = \\ &= \frac{9 \cdot 3\sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{4} \text{ (см}^2\text{)}. \end{aligned}$$

Тоді об'єм призми

$$\begin{aligned} V_{\text{призми}} &= S_{\text{основи}} \cdot h_{\text{призми}} = S_{ABC} \cdot MM_1 = \frac{27\sqrt{3}}{4} \times \\ &\times 6\sqrt{3} = \frac{27 \cdot 6 \cdot 3}{4} = \frac{243}{2} = 121,5 \text{ (см}^3\text{)}. \end{aligned}$$

32

Знайдіть усі значення параметра a , при яких добуток коренів рівняння $\log_2^2 x - (2a^2 - a) \log_2 x + 1 - 2a = 0$ дорівнює 8.

Якщо таке значення a єдине, то запишіть його у відповідь. Якщо таких значень більше одного, то у відповіді запишіть *найменше* з них.

Ви відповіли правильно: 1,5

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\log_2^2 x - (2a^2 - a) \log_2 x + 1 - 2a = 0.$$

1) Визначимо, яких значень може набувати змінна x і параметр a . Очевидно, що a може бути будь-яким дійсним числом. Значення змінної x — додатні.

2) Введемо заміну. Нехай $\log_2 x = y$. Тоді $y^2 - (2a^2 - a)y + 1 - 2a = 0$.

3) Знайдемо дискримінант одержаного рівняння.

$$\begin{aligned} D &= (2a^2 - a)^2 - 4(1 - 2a) = a^2(2a - 1)^2 - 4(1 - 2a) = \\ &= a^2(1 - 2a)^2 - 4(1 - 2a) = (1 - 2a)(a^2(1 - 2a) - 4) = (1 - 2a) \times \\ &\times (-2a^3 + a^2 - 4) = (2a - 1)(2a^3 - a^2 + 4). \end{aligned}$$

4) Знайдемо корені рівняння одержаного після заміни змінної.

$$y = \frac{2a^2 - a \pm \sqrt{D}}{2}.$$

5) Повернемось до змінної x .

$$\log_2 x = \frac{2a^2 - a \pm \sqrt{D}}{2}, \text{ тоді } x = 2^{\frac{2a^2 - a \pm \sqrt{D}}{2}}.$$

Зауважимо, що одержані значення x додатні, так як показникова функція набуває лише додатніх значень.

6) Знайдемо добуток коренів заданого рівняння.

$$2^{\frac{2a^2 - a + \sqrt{D}}{2}} \cdot 2^{\frac{2a^2 - a - \sqrt{D}}{2}} = 2^{\frac{2(2a^2 - a)}{2}} = 2^{2a^2 - a}.$$

За умовою цей добуток рівний 8, тому

$$2^{2a^2 - a} = 8 = 2^3;$$

$$2a^2 - a = 3;$$

$$2a^2 - a - 3 = 0.$$

Звідки $a = -1$; $a = 1,5$.

7) Тепер перевіримо знак дискримінанта при одержаних значеннях параметра a .

При $a = -1$:

$$D = (2 \cdot (-1) - 1) \cdot (2 \cdot (-1)^3 - (-1)^2 + 4) = (-2 - 1) \cdot (-2 - 1 + 4) = -3 \cdot 1 = -3.$$

$-3 < 0$ отже, при $a = -1$ задане рівняння коренів не має.

При $a = 1,5 = \frac{3}{2}$:

$$\begin{aligned} D &= \left(2 \cdot \frac{3}{2} - 1\right) \left(2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 - \left(\frac{3}{2}\right)^3 + 4\right) = (3 - 1) \left(2 \cdot \frac{27}{8} - \frac{9}{4} + 4\right) = \\ &= 2 \cdot \left(\frac{27}{4} - \frac{9}{4} + \frac{16}{4}\right) = 2 \cdot \frac{34}{4} = 2 \cdot \frac{17}{2} = 17. \end{aligned}$$

$$17 > 0.$$

Отже, при $a = 1,5$ добуток коренів заданого в умові рівняння дорівнює 8.