

Тест ЗНО з математики.

Результат

100% :)

Тестовий бал ?

54 із 54

Рейтинговий бал ?

200.0

Витрачено часу: 4 хвилини

[Ще раз](#) [Інший варіант](#) [Статистика](#)

Поділитися...

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33

Визначте m із співвідношення $\frac{m}{2} = \frac{3}{n}$, де $n \neq 0$.

1

- ☐ А $m = 6n$
- ☒ Б $m = \frac{6}{n}$
- ☐ В $m = \frac{2n}{3}$
- ☐ Г $m = \frac{3}{2n}$
- ☐ Д $m = \frac{n}{6}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{m}{2} = \frac{3}{n}, n \neq 0.$$

Домножимо обидві частини рівності на 2. Тоді: $\frac{2 \cdot m}{2} = \frac{2 \cdot 3}{n}, m = \frac{6}{n}$.

Укажіть вираз, тотожно рівний виразу $(2x + 5) \cdot (3 - x)$.

2

- ☒ А $15 + x - 2x^2$
- ☐ Б $15 + x + 2x^2$
- ☐ В $15 + 6x - 2x^2$
- ☐ Г $15 + 11x - 2x^2$
- ☐ Д $15 + 11x + 2x^2$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$(2x + 5) \cdot (3 - x) = 2x \cdot 3 - 2x \cdot x + 5 \cdot 3 - 5 \cdot x = 6x - 2x^2 + 15 - 5x = -2x^2 + x + 15 = 5 + x - 2x^2$$

3

Пряма b не має спільних точок з площиною α . Які з наведених тверджень є правильними?

- I. Через пряму b можна провести лише одну площину, перпендикулярну до площини α .
- II. Через пряму b можна провести лише одну площину, паралельну площині α .
- III. У площині α можна провести лише одну пряму, паралельну прямій b .

- ☐ А лише I
- ☐ Б лише II
- ☒ В лише I і II
- ☐ Г лише II і III
- ☐ Д I, II і III

Ви відповіли правильно

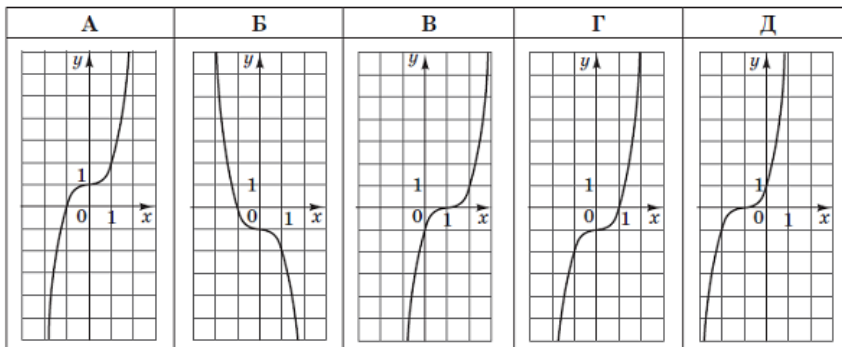
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

В площині α можна провести безліч прямих, паралельних прямій b . Так, будь-яка площина, яка містить пряму b і перетинає площину α , перетинає її по прямій, паралельній b .

4

Укажіть ескіз графіка функції $y = x^3 - 1$.



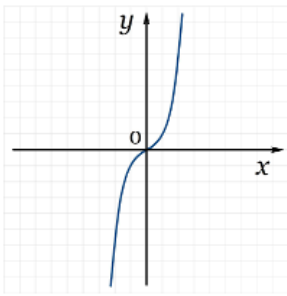
- ☐ А
- ☐ Б
- ☐ В
- ☒ Г
- ☐ Д

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Розглянемо ескіз графіка функції $y = x^3$:



Графік функції $y = x^3 - 1$ можна одержати з графіка функції $y = x^3$, змістивши його на 1 одиницю вниз вздовж осі Oy .

5

Обчисліть $\frac{2^6 \cdot 5^6}{10^4}$.

- ☐ А $10^{1,5}$
- ☒ Б 10^2
- ☐ В 10^8
- ☐ Г 10^9
- ☐ Д 10^{10}

Ви відповіли правильно

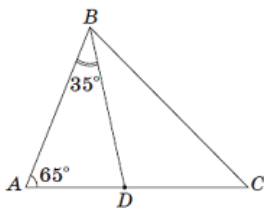
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{2^6 \cdot 5^6}{10^4} = \frac{(2 \cdot 5)^6}{10^4} = \frac{10^6}{10^4} = 10^2$$

6

У трикутнику ABC : $\angle A = 65^\circ$, BD — бісектриса кута B (див. рисунок). Знайдіть градусну міру кута BCA , якщо $\angle ABD = 35^\circ$.



- ☐ А 35°
- ☒ Б 45°
- ☐ В 50°
- ☐ Г 55°
- ☐ Д 80°

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Сума кутів трикутника дорівнює 180° . Тоді з $\triangle ABD$:
 $\angle ADB = 180^\circ - \angle DAB - \angle ABD = 180^\circ - 65^\circ - 35^\circ = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$.
 $\angle CDB$ - суміжний з кутом ADB , тому:
 $\angle CDB = 180^\circ - \angle ADB = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$; $\angle CBD = \angle ABD = 35^\circ$.

Тоді з $\triangle BDC$:

$$\angle BCA = 180^\circ - \angle CBD - \angle CDB = 180^\circ - 35^\circ - 100^\circ = 80^\circ - 35^\circ = 45^\circ.$$

7

В арифметичній прогресії (a_n) задано $a_1 = 4$, $a_2 = -1$. Укажіть формулу для знаходження n -го члена цієї прогресії.

- ☐ А $a_n = -1 + 5n$
- ☐ Б $a_n = 7 - 3n$
- ☐ В $a_n = 5 - n$
- ☐ Г $a_n = 1 + 3n$
- ☒ Д $a_n = 9 - 5n$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

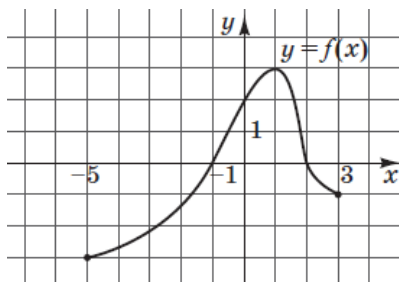
Якщо $a_1 = 4$, $a_2 = -1$, то різниця прогресії $d = a_2 - a_1 = -1 - 4 = -5$. Формула n -го члена арифметичної прогресії:

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

$$\text{Тоді: } a_n = 4 - 5(n - 1) = 4 - 5n + 5 = 9 - 5n$$

8

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-5; 3]$. Укажіть проміжок, на якому функція $y = f(x)$ зростає.



- ☐ А $[0; 3]$
- ☐ Б $[-1; 2]$
- ☐ В $[1; 3]$
- ☐ Г $[-3; 3]$
- ☒ Д $[-5; 1]$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Функція зростає на проміжку, якщо зі збільшенням значення аргументу з даного проміжку значення функції збільшується.

9

Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} 2x + 5y = 5, \\ x - 2y = 7. \end{cases}$$

Для одержаного розв'язку $(x_0; y_0)$ системи знайдіть суму $x_0 + y_0$.

- ☐ А —18
- ☐ Б 3
- ☒ В 4
- ☐ Г 8
- ☐ Д 12

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{cases} 2x + 5y = 5, \\ x - 2y = 7. \end{cases}$$

Домножимо обидві частини другого рівняння на -2 :

$$\begin{cases} 2x + 5y = 5, \\ -2x + 4y = -14. \end{cases}$$

Додамо до першого рівняння друге (тобто, розв'яжемо систему методом додавання):

$$\begin{cases} 9y = -9, \\ x - 2y = 7, \end{cases} \quad \begin{cases} y = -1, \\ x - 2y = 7, \end{cases} \quad \begin{cases} y = -1, \\ x - 2 \cdot (-1) = 7, \end{cases} \quad \begin{cases} y = -1, \\ x + 2 = 7, \end{cases} \quad \begin{cases} y = -1, \\ x = 7 - 2, \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -1, \\ x = 5. \end{cases}$$

Якщо розв'язати систему методом підстановки, то:

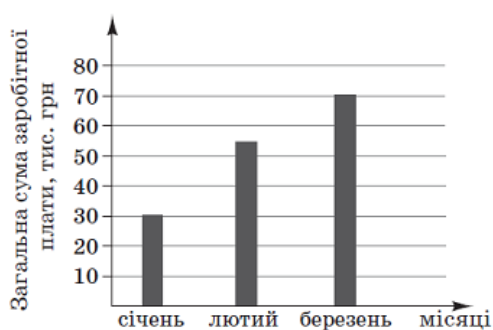
$$\begin{cases} 2x + 5y = 5, \\ x = 7 + 2y, \end{cases} \quad \begin{cases} 2 \cdot (7 + 2y) + 5y = 5, \\ x = 7 + 2y, \end{cases} \quad \begin{cases} 14 + 4y + 5y = 5, \\ x = 7 + 2y, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9y = 5 - 14 = -9, \\ x = 7 + 2y, \end{cases} \quad \begin{cases} y = -1, \\ x = 7 + 2 \cdot (-1) = 7 - 2 = 5. \end{cases}$$

Маємо розв'язок $(x_0; y_0) = (5; -1)$. Тоді $x_0 + y_0 = 5 + (-1) = 4$.

10

На діаграмі відображено нараховану фірмою загальну суму заробітної плати усім своїм працівникам у січні, лютому та березні 2011 року. У січні на фірмі працювали 15 співробітників, у лютому — 18, а в березні — 25.



Як змінилася *середня* нарахована заробітна плата в цій фірмі в березні порівняно з січнем?

- ☐ А зменшилась більше ніж на 1000 грн
- ☐ Б зменшилась менше ніж на 1000 грн
- ☐ В не змінилась
- ☒ Г збільшилась менше ніж на 1000 грн
- ☐ Д збільшилась більше ніж на 1000 грн

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

Середня зарплата в січні: $\frac{30}{15} = 2$ (тис. грн.)

Середня зарплата в березні: $\frac{70}{25} = \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5} = 2\frac{8}{10} = 2,8$ (тис. грн.)

Тому: $2,8 - 2 = 0,8 = 800$ (грн.) . $800 \text{ грн} < 1000 \text{ грн}$.

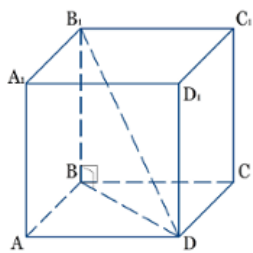
11

Знайдіть площу повної поверхні куба, діагональ якого дорівнює $2\sqrt{3}$ см.

- ☐ А 8 см^2
- ☐ Б 16 см^2
- ☐ В 20 см^2
- ☒ Г 24 см^2
- ☐ Д $36\sqrt{2} \text{ см}^2$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1



Всі грані куба — квадрати. $B_1D = 2\sqrt{3}$ см.

Нехай сторона куба a см ($a > 0$).

Тоді BD - діагональ основи - рівна $a\sqrt{2}$ см.

З $\triangle BB_1D$ за теоремою Піфагора:

$$BB_1^2 + BD^2 = B_1D^2;$$

$$a^2 + (a\sqrt{2})^2 = (2\sqrt{3})^2;$$

$$a^2 + 2a = 4 \cdot 3;$$

$$3a^2 = 4 \cdot 3;$$

$$a^2 = 4;$$

$$a = 2 \text{ см}.$$

$$\text{Тоді: } S_{\text{повної поверхні}} = 6 \cdot S_{\text{основи}} = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 2^2 = 6 \cdot 4 = 24 (\text{см}^2).$$

12

Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\sqrt{1-x} = 4$.

- ☒ А $(-20; -10)$
- ☐ Б $(-10; -5)$
- ☐ В $(-5; 5)$
- ☐ Г $(5; 10)$
- ☐ Д $(10; 20)$

[Приховати пояснення](#)

$$\sqrt{1-x} = 4.$$

$$\text{ОДЗ: } 1-x \geq 4;$$

$$x \leq 1-4 = -3;$$

$$x \leq -3.$$

$$\text{Тобто, } x \in (-\infty; -3].$$

Піднесемо обидві частини даного рівняння до квадрату:

$$1-x = 4^2 = 16;$$

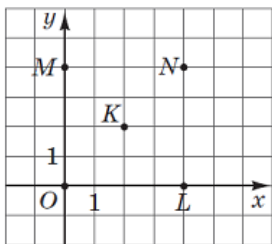
$$-x = 16-1 = 15;$$

$$x = -15.$$

Отже, корінь рівняння $x = -15$, $-15 \in (-20; -10)$.

13

У координатній площині xy зображено п'ять точок: O , L , N , M , K (див. рисунок). Коло з центром в одній із цих точок дотикається до осі ординат у точці M .



У якій точці знаходиться центр цього кола?

- ☐ А у точці L
- ☒ Б у точці N
- ☐ В у точці M
- ☐ Г у точці O
- ☐ Д у точці K

[Приховати пояснення](#)

Якщо коло дотикається до осі Oy в точці M , то вісь Oy перпендикулярна до радіуса, що сполучає точку M і центр кола. Відрізок MN перпендикулярний осі Oy . Тому центр кола в точці N .

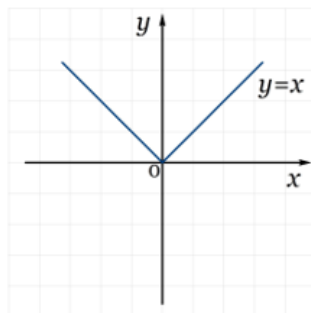
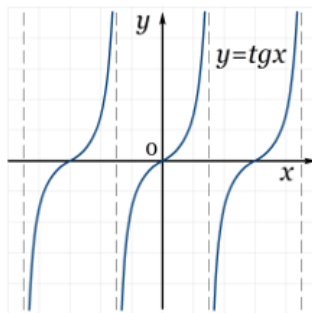
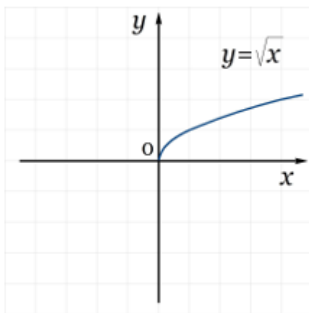
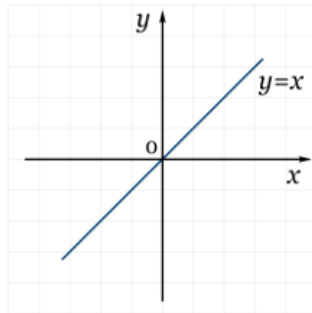
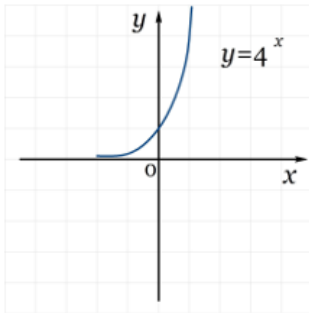
14

Укажіть парну функцію.

- ☐ А $y = 4^x$
- ☐ Б $y = x$
- ☐ В $y = \sqrt{x}$
- ☐ Г $y = \operatorname{tg} x$
- ☒ Д $y = |x|$

[Приховати пояснення](#)

Графік парної функції симетричний відносно осі ординат. Розглянемо ескізи графіків даних функцій:



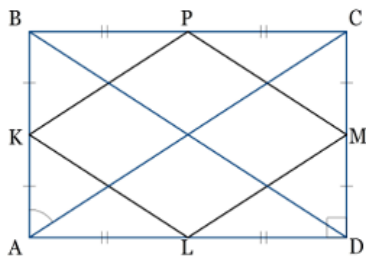
15

Менша сторона прямокутника дорівнює 16 м і утворює з його діагоналлю кут 60° . Середини всіх сторін прямокутника послідовно сполучено.

Знайдіть площу утвореного чотирикутника.

- ☐ А $64\sqrt{3} \text{ м}^2$
- ☒ Б $128\sqrt{3} \text{ м}^2$
- ☐ В 128 м^2
- ☐ Г 256 м^2
- ☐ Д $256\sqrt{3} \text{ м}^2$

[Приховати пояснення](#)



$\triangle ABC$ - прямокутний ($\angle B = 90^\circ$). $\angle BAC = 60^\circ$ за умовою. Тоді:

$$\frac{BC}{AB} = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3};$$

$$BC = AB \cdot \sqrt{3} = 16\sqrt{3} \text{ (м)}.$$

Діагоналі прямокутника рівні, тому $BD = AC$.

KP — середня лінія $\triangle ABC$,

LM — середня лінія $\triangle ADC$,

KL — середня лінія $\triangle BAD$,

PM — середня лінія $\triangle BCD$ за означенням.

За властивістю середньої лінії трикутника:

$$KP \parallel AC; KP = \frac{1}{2} AC;$$

$$LM \parallel AC; LM = \frac{1}{2} AC;$$

$$PM \parallel BD; PM = \frac{1}{2} BD;$$

$$KL \parallel BD; KL = \frac{1}{2} BD.$$

Тоді: $KP \parallel LM$, $KP \parallel PM$. $KP = PM = LM = KL$.

Отже, $KPML$ - ромб за означенням. KM , PL - діагоналі ромба.

$$KM = BC = 16\sqrt{3} \text{ м}.$$

$$PL = AB = 16 \text{ м}.$$

Площа ромба обчислюється за формулою:

$$S_{\text{ромба}} = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}, \text{ де } d_1, d_2 - \text{діагоналі}.$$

$$\text{Тому: } S_{KPML} = \frac{BC \cdot AB}{2} = \frac{16\sqrt{3} \cdot 16}{2} = 16\sqrt{3} \cdot 8 = 128\sqrt{3} \text{ (м}^2\text{)}.$$

16

Розв'яжіть нерівність $2^x \leq 3$.

☒ А $(-\infty; \log_2 3]$

☐ Б $(0; \log_2 3]$

☐ В $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$

☐ Г $(-\infty; \log_3 2]$

☐ Д $[\log_2 3; +\infty)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$2^x \leq 3$, тоді

$$\log_2 2^x \leq \log_2 3;$$

$$x \log_2 2 \leq \log_2 3;$$

$$x \leq \log_2 3;$$

отже, $x \in (-\infty; \log_2 3]$.

17

Переріз кулі площиною має площу $81\pi \text{ см}^2$. Знайдіть відстань від центра кулі до площини перерізу, якщо радіус кулі дорівнює 15 см.

- ☐ А 6 см
- ☐ Б 8 см
- ☐ В 9 см
- ☒ Г 12 см
- ☐ Д 15 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

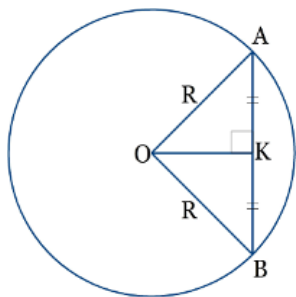
[Приховати пояснення](#)

Переріз кулі площиною — круг. Площа цього круга $\pi r^2 = 81\pi \text{ (см}^2\text{)}$;

$$r^2 = 81 \text{ (см}^2\text{)};$$

$r = 9$ см. Отже, радіус перерізу 9 см.

Розглянемо переріз кулі площиною, яка проходить через центр кулі перпендикулярно до заданого перерізу.



Тут точка O - центр кулі; AB - діаметр заданого перерізу; OK - шукана відстань. $\triangle BOA$ - рівнобедрений за означенням, бо $OA = OB = R$ - радіус кулі. $OK \perp AB$.

Тоді $KA = KB = 9$ см.

З $\triangle OKA$ ($\angle K = 90^\circ$) за теоремою Піфагора:

$$OA^2 = OK^2 + KA^2;$$

$$15^2 = OK^2 + 9^2;$$

$$OK^2 = 15^2 - 9^2 = (15 - 9)(15 + 9) = 6 \cdot 24 = 6 \cdot 6 \cdot 4;$$

$$OK = \sqrt{6 \cdot 6 \cdot 4} = 6 \cdot 2 = 12 \text{ (см)}.$$

18

$$\log_5 49 + 2 \log_5 \frac{5}{7} =$$

- ☐ А 25
- ☐ Б $\log_5 70$
- ☐ В $\log_5 49 \frac{5}{7}$
- ☐ Г $\log_5 35$
- ☒ Д 2

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\log_5 49 + 2 \log_5 \frac{5}{7} = \log_5 49 + \log_5 \left(\frac{5}{7} \right)^2 = \log_5 49 + \log_5 \frac{25}{49} = \log_5 49 \cdot \frac{25}{49} = \log_5 25 = 2.$$

19

Укажіть нерівність, що виконується для $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi \right)$.

- ☐ А $1 - \sin^2 \alpha < 0$
- ☐ Б $\cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha < 0$
- ☐ В $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha < 0$
- ☐ Г $1 - \cos^2 \alpha < 0$
- ☒ Д $\sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha < 0$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

1) $1 - \sin^2 \alpha < 0$; $\sin^2 \alpha > 1$,

$$\begin{cases} \sin \alpha > 1, \\ \sin \alpha < -1, \end{cases} \quad \text{що неможливо.}$$

2) $\cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha < 0$;

$$\begin{cases} \cos \alpha < 0, \\ \operatorname{tg} \alpha > 0, \\ \cos \alpha > 0, \\ \operatorname{tg} \alpha < 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n \right), n \in \mathbb{Z}, \\ \alpha \in \left(\pi l; \frac{\pi}{2} + \pi l \right), l \in \mathbb{Z}, \\ \alpha \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k \right), k \in \mathbb{Z}, \\ \alpha \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi p; \pi p \right), p \in \mathbb{Z}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha \in \left(\pi + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n \right), n \in \mathbb{Z}, \\ \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi p; 2\pi + 2\pi p \right), p \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$\alpha \in \left(\pi + 2\pi q; \frac{3\pi}{2} + 2\pi q \right) \cup \left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi q; 2\pi + 2\pi q \right), q \in \mathbb{Z}.$$

3) $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha < 0$; виходить, що $1 < 0$, що неможливо.

4) $1 - \cos^2 \alpha < 0$;

$\cos^2 \alpha > 1$;

$$\begin{cases} \cos \alpha > 1; \\ \cos \alpha < -1, \end{cases} \quad \text{що неможливо.}$$

5) $\sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha < 0$;

$$\begin{cases} \sin \alpha < 0, \\ \operatorname{ctg} \alpha > 0, \\ \sin \alpha > 0, \\ \operatorname{ctg} \alpha < 0. \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \left\{ \alpha \in (-\pi + 2\pi n; 2\pi n), n \in \mathbb{Z}, \right. \\ \left\{ \alpha \in \left(\pi l; \frac{\pi}{2} + \pi l \right), l \in \mathbb{Z}, \right. \\ \left\{ \alpha \in (2\pi k; \pi + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}, \right. \\ \left\{ \alpha \in \left(\frac{\pi}{2} + \pi p; \pi + \pi p \right), p \in \mathbb{Z}, \right. \end{array} \right.$$

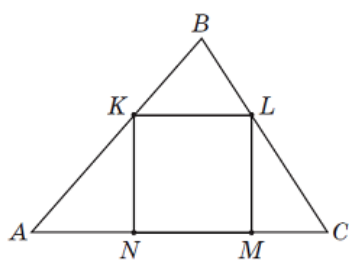
$$\left[\begin{array}{l} \alpha \in \left(\pi + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n \right), n \in \mathbb{Z}, \\ \alpha \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi p; \pi + 2\pi p \right), p \in \mathbb{Z}. \end{array} \right.$$

$$\alpha \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi q; \pi + 2\pi q \right) \cup \left(\pi + 2\pi q; \frac{3\pi}{2} + 2\pi q \right), q \in \mathbb{Z}.$$

Отже, на проміжку $\left(\frac{\pi}{2}; \pi \right)$ дана нерівність виконується.

20

У трикутник ABC вписано квадрат $KLMN$ (див. рисунок). Висота цього трикутника, проведена до сторони AC , дорівнює 6 см.



Знайдіть периметр квадрата, якщо $AC = 10$ см.

- ☐ А 7,5 см
- ☐ Б 12,5 см
- ☐ В 17,5 см
- ☒ Г 15 см
- ☐ Д 20 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$\triangle KBL \sim \triangle ABC$ за двома кутами ($\angle B$ - спільний; $\angle BKL = \angle BAC$ - як відповідні при паралельних прямих AC і KL та січній AB).

Тоді: $\frac{AC}{KL} = \frac{BH}{BP}$;

$$\frac{10}{KL} = \frac{6}{BP}.$$

Звідси: $BP = \frac{6KL}{10} = \frac{3KL}{5}$.

$$BH = KL, \text{ тоді: } BH = BP + PH = BP + KL = \frac{3KL}{5} + KL = \frac{3KL}{5} + \frac{5KL}{5} = \frac{8KL}{5} = 6 \text{ (см).}$$

Звідси: $KL = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$ (см).

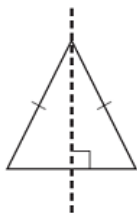
$$P_{KLMN} = 4 \cdot KL = 4 \cdot \frac{15}{4} = 15 \text{ (см)}.$$

21

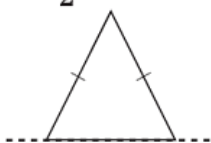
Установіть відповідність між фігурою (1–4) і тілом обертання (А–Д), яке утворено внаслідок обертання цієї фігури навколо прямої, зображеної пунктиром.

Фігура

1

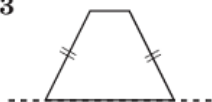


2

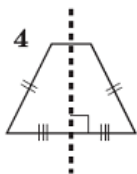


рівнобедрені трикутники

3



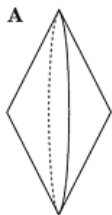
4



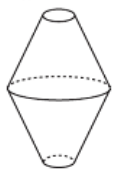
рівнобічні трапеції

Тіло обертання

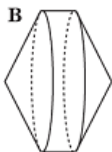
А



Б



В



Г



Д



	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☒	☐
2	☒	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☒	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☒

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1) Якщо рівнобедрений трикутник обертається навколо прямої, що містить його висоту h , проведену до основи a , то одержимо конус з висотою h і радіусом основи $\frac{a}{2}$.

2) Якщо рівнобедрений трикутник обертається навколо прямої, що містить його основу a , то одержимо тіло, яке складається з двох конусів спільною основою і висотою $\frac{a}{2}$ і твірною, рівною стороні даного трикутника.

3) Якщо рівнобічна трапеція з меншою основою a обертається навколо своєї більшої основи, то одержимо тіло, що складається з циліндра висотою a , який має спільні основи з двома конусами, твірні яких рівні бічній стороні трапеції, а радіуси основ — висоті даної трапеції.

4) Якщо рівнобічна трапеція обертається навколо своєї осі симетрії, то одержимо зрізаний конус, висота якого рівна висоті трапеції, а радіуси його основ відповідно рівні половинам основ трапеції.

У прямокутній системі координат на площині xy задано точки $O(0; 0)$ і $A(6; 8)$. З точки A на вісь x опущено перпендикуляр. Точка B — основа цього перпендикуляра. Установіть відповідність між величиною (1–4) та її числовим значенням (А–Д).

Величина

Число значення

- 1 довжина вектора OA
- 2 відстань від точки A до осі x
- 3 ордината точки B
- 4 довжина радіуса кола, описаного навколо трикутника OAB

- А 0
- Б 5
- В 6
- Г 8
- Д 10

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☒
2	☐	☐	☐	☒	☐
3	☒	☐	☐	☐	☐
4	☐	☒	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

- 1) $|\overrightarrow{OA}| = \sqrt{(x_A - x_0)^2 + (y_A - y_0)^2} = \sqrt{(6 - 0)^2 + (8 - 0)^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$.
- 2) Ця відстань рівна ординаті точки A .
- 3) Оскільки точка B лежить на осі Ox , то її ордината 0.
- 4) Трикутник OAB - прямокутний ($\angle B = 90^\circ$), тому радіус описаного кола — це половина гіпотенузи
- $OA: \frac{1}{2} \cdot OA = \frac{1}{2} \cdot |\overrightarrow{OA}| = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$.

23

Дві однакові автоматичні лінії виготовляють 16 т шоколадної глазури за 4 дні. Установіть відповідність між запитанням (1–4) та правильною відповіддю на нього (А–Д). Уважайте, що кожна лінія виготовляє однакову кількість глазури щодня.

Запитання

Відповідь на запитання

- 1 Скільки тонн шоколадної глазури дві лінії виготовляють за 3 дні?
- 2 За скільки днів одна лінія виготовить 16 т шоколадної глазури?
- 3 Скільки тонн шоколадної глазури виготовить одна лінія за 2 дні?
- 4 Скільки таких ліній потрібно для виготовлення 48 т шоколадної глазури за 4 дні?

- А 2
- Б 4
- В 6
- Г 8
- Д 12

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☒
2	☐	☐	☐	☒	☐
3	☐	☒	☐	☐	☐
4	☐	☐	☒	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

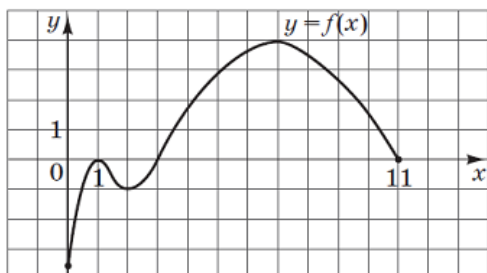
[Приховати пояснення](#)

- 1) За один день дві лінії виготовляють: $16 : 4 = 4$ (т). За три дні: $3 \cdot 4 = 12$ (т).
- 2) Якщо дві лінії за однакової продуктивності виготовляють 16 т за 4 дні, то одна лінія виготовить 16 т за 8 днів.
- 3) Якщо одна лінія за 8 днів робить 16 т, то за 2 дні в 4 рази менше: $16 : 4 = 4$ (т).

4) Одна лінія виготовляє за 4 дні 8 т глазури. 48 т за 4 дні виготовлять: $48 : 8 = 6$ ліній.

24

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[0; 11]$ та диференційовної на проміжку $(0; 11)$.



Установіть відповідність між числом (1–4) та проміжком (А—Д), якому належить це число.

Число

- 1 $f(8)$
- 2 $f'(7)$
- 3 найменше значення функції $y = f(x)$ на її області визначення
- 4 $\int_1^3 f(x)dx$

Проміжок

- А $(-\infty; -2]$
- Б $(-2; -0,5]$
- В $(-0,5; 2]$
- Г $(2; 4]$
- Д $(4; +\infty)$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☒	☐
2	☐	☐	☒	☐	☐
3	☒	☐	☐	☐	☐
4	☐	☒	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

- 1) Як видно з графіка, $f(8) = 3,5$; $3,5 \in (2; 4]$.
- 2) $x = 7$ є точкою максимуму функції $f(x)$, тому $f'(7) = 0$, $0 \in (-0,5; 2]$.
- 3) Найменше значення функції $f(x)$ на її області визначення дорівнює $-3,5$.
- 4) $\int_1^3 f(x)dx$ чисельно рівний площі фігури, яка знаходиться між графіком функції $f(x)$ та віссю Ox на проміжку $[1; 3]$, взятій з протилежним знаком. Бачимо, що ця площа менша 2 кв. од., але більша 0,5 кв. од., тому: $\int_1^3 f(x)dx \in (-2; -0,5]$.

25

Додатне число A більше додатного числа B у 3,8 раза. На скільки відсотків число A більше за число B ?

Ви відповіли правильно: 280

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Нехай число B дорівнює x . Тоді число A дорівнює $3,8x$. Якщо взяти число x за 100 %, то число A становитиме 380 %. Різниця між ними 280 %.

26

Обчисліть значення виразу $\frac{a^2 - b^2}{a - b} - \frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2}$, якщо $a = 10,2$; $b = -0,2$.

Ви відповіли правильно: $-0,204$

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{a^2 - b^2}{a - b} - \frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2} = \frac{(a - b)(a + b)}{a - b} - \frac{(a - b)(a^2 + ab + b^2)}{(a - b)(a + b)} = \frac{a + b}{1} - \frac{a^2 + ab + b^2}{a + b} = \frac{(a + b)^2 - a^2 - ab - b^2}{a + b} = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 - ab - b^2}{a + b} = \frac{ab}{a + b}.$$

$$\text{Якщо } a = 10,2, b = -0,2, \text{ то: } \frac{ab}{a + b} = \frac{10,2 \cdot (-0,2)}{10,2 - 0,2} = -\frac{10,2 \cdot 0,2}{10} = -\frac{1,02 \cdot 2}{10} = -\frac{2,04}{10} = -0,204.$$

27

Розв'яжіть нерівність $\frac{3}{x - 2} + \frac{4}{x} \geq 1$.

У відповіді запишіть суму всіх цілих її розв'язків.

Ви відповіли правильно: 34

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{3}{x - 2} + \frac{4}{x} \geq 1;$$

$$\frac{3}{x - 2} + \frac{4}{x} - 1 \geq 0;$$

$$\frac{3x + 4(x - 2) - x(x - 2)}{x(x - 2)} \geq 0;$$

$$\frac{3x + 4x - 8 - x^2 + 2x}{x(x - 2)} \geq 0;$$

$$\frac{-x^2 + 9x - 8}{x(x - 2)} \geq 0;$$

$$\frac{x^2 - 9x + 8}{x(x - 2)} \leq 0;$$

$$\frac{(x - 1)(x - 8)}{x(x - 2)} \leq 0;$$

Скористаємось методом інтервалів.



$$x \in (0; 1] \cup (2; 8].$$

Цілі розв'язки: 1; 3; 4; 5; 6; 7; 8. Їх сума: $1 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 34$.

28

Знайдіть найменший додатний період функції $f(x) = 9 - 6 \cos(20\pi x + 7)$.

Ви відповіли правильно: 0,1

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$f(x) = 9 - 6 \cos(20\pi x + 7).$$

Функція $y = \cos x$ має найменший додатний період 2π . Тоді найменший додатний період функції $f(x) = 9 - 6 \cos(20\pi x + 7)$:

$$T = \frac{2\pi}{20\pi} = \frac{1}{10} = 0,1.$$

29

В автобусному парку налічується n автобусів, шосту частину яких було обладнано інформаційними табло. Пізніше інформаційні табло встановили ще на 4 автобуси з наявних у парку. Після проведеного переобладнання навігатора вибирають один з n автобусів парку. Ймовірність того, що це буде автобус з інформаційним табло, становить 0,25. Визначте n . Уважайте, що кожен автобус обладнується лише одним табло.

Ви відповіли правильно: 48

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Якщо всіх автобусів n , то їх шоста частина $\frac{n}{6}$ автобусів. $\left(\frac{n}{6} + 4\right)$ - кількість автобусів з інформаційним табло після переобладнання. Ймовірність того, що навігатора вибраний автобус буде з інформаційним табло:

$$\frac{\frac{n}{6} + 4}{n}.$$

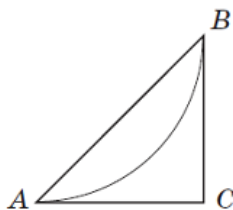
За умовою:

$$\frac{\frac{n}{6} + 4}{n} = 0,25;$$

$$\frac{n + 24}{6n} = \frac{1}{4}. \text{ Звідки } n = 48.$$

30

План паркової зони, обмеженої трикутником ABC , зображено на рисунку. Дуга AB — велосипедна доріжка. Відомо, що дуга AB є четвертою частиною кола радіуса 1,8 км. CA і CB — дотичні до цього кола (A і B — точки дотику). Обчисліть площу зображеної на плані паркової зони (у км^2).



Ви відповіли правильно: 1,62

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Нехай центр кола, чвертю якого є дуга AB , - це точка O . Тоді на дугу AB спирається центральний кут AOB :

$$\angle AOB = 90^\circ; OA = OB.$$

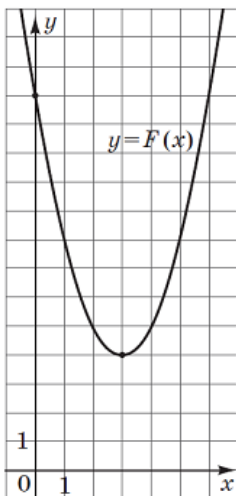
З умови слідує, що: $OA \perp AC$, $OB \perp BC$. Тоді $\angle ACB = 90^\circ$.

$AOBC$ - квадрат за означенням. Тоді $OA = BC = OB = AC = 1,8$ см.

$$\triangle ABC - \text{прямокутний. } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 1,8 \cdot 1,8 = 0,9 \cdot 1,8 = 1,62 \text{ (см}^2\text{)}.$$

31

На рисунку зображено графік функції $F(x) = x^2 + bx + c$, яка є первісною для функції $f(x)$. Визначте параметри b і c , знайдіть функцію $f(x)$. У відповіді запишіть значення $f(-8)$.



Ви відповіли правильно: -22

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$1) F(x) = x^2 + bx + c.$$

Тоді $F(0) = c$. З графіка: $F(0) = 13$. Отже, $c = 13$.

$$2) \text{ Абсциса вершини: } x_{\text{вершини}} = -\frac{b}{2a}; \text{ у нас } a = 1, \text{ тобто, } x_{\text{вершини}} = -\frac{b}{2}.$$

$$3 \text{ графіка: } x_{\text{вершини}} = 3.$$

$$\text{Отже, } -\frac{b}{2} = 3; \quad -b = 6; \quad b = -6.$$

$$\text{Тобто, } F(x) = x^2 - 6x + 13.$$

$$f(x) = F'(x) = 2x - 6.$$

$$f(-8) = 2 \cdot (-8) - 6 = -16 - 6 = -22.$$

32

Основою піраміди $SABCD$ є трапеція $ABCD$ ($AD \parallel BC$), довжина середньої лінії якої дорівнює 5 см. Бічне ребро SB перпендикулярне до площини основи піраміди і вдвічі більше від середньої лінії трапеції $ABCD$.

Знайдіть відстань від середини ребра SD до площини SBC (у см), якщо об'єм піраміди дорівнює 210 см^3 .

Ви відповіли правильно: 6,3

Бали: 2 із 2

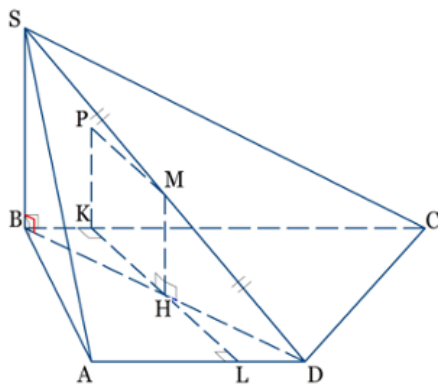
[Приховати пояснення](#)

Нехай $ABCD$ - трапеція ($AD \parallel BC$). За умовою: $V_{\text{піраміди}} = 210 \text{ см}^3$;

$$\frac{AD + BC}{2} = 5 \text{ см};$$

$$SB = 2 \cdot \frac{AD + BC}{2} = AD + BC = 2 \cdot 5 = 10 \text{ (см)}.$$

Точка M - середина ребра SD , тобто, $SM = DM$.



Знайдемо відстань від точки M до площини SBC .

1) Спочатку розглянемо ΔSBD ($\angle B = 90^\circ$). Проведемо через т. M пряму MH паралельно до SB , ($H \in BD$). За теоремою Фалеса $BH = HD$.

Через т. H в трапеції $ABCD$ проведемо пряму KL , перпендикулярну основам трапеції: $K \in BC$, $L \in AD$; $HK \perp BC$, $HL \perp AD$.

KL - висота трапеції за означенням. $\triangle KBH \sim \triangle LDH$ за двома кутами ($\angle BKH = \angle DLH = 90^\circ$; $\angle BHK = \angle DHL$ як вертикальні).

Тоді:

$$\frac{KH}{HL} = \frac{BH}{HD} = \frac{1}{1} = 1, \text{ тобто, } KH - \text{половина висоти } KL \text{ трапеції } ABCD.$$

2) Знайдемо KH .

$$V_{\text{пирамиды}} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{основы}} \cdot h_{\text{пирамиды}} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SB = \frac{1}{3} \cdot \frac{AD+BC}{2} \cdot KL \cdot SB = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot KL \cdot 10 = \frac{50}{3} \cdot KL = 210 \text{ (см}^3\text{)}.$$

$$\text{Тоді } KL = \frac{3 \cdot 210}{50} = \frac{3 \cdot 21}{5} = \frac{63}{5}.$$

Звідки $KH = \frac{KL}{2} = \frac{63}{10} = 6,3$ (см) .

3) Покажемо, що KH рівна відстані від т. M до площини SBC . Оскільки $MH \parallel SB$, а $SB \perp (ABC)$, то $MH \perp (ABC)$ за властивістю взаємноперпендикулярних прямої і площини. Отже, $MH \perp KH$.

Площина SBC проходить через перпендикуляр SB до площини основи трапеції. Отже, площини SBC і ABC перпендикулярні за ознакою перпендикулярності площин. $KH \perp BC$, BC - лінія перетину взаємноперпендикулярних площин SBC і ABC . Тому $KH \perp (SBC)$.

В трикутнику SBC від точки K відкладемо відрізок KP так, що: $KP = MH$, $KP \perp BC$. Тоді $KP \parallel SB$ як два перпендикуляри до однієї прямої BC . Отже, $KP \perp (ABC)$ за властивістю взаємоперпендикулярних прямої і площини.

Тоді $KP \parallel MH$ як два перпендикуляра до однієї площини.

Маємо, що $KP \parallel MH$, $KP = MH$. Значить, $MHKP$ - паралелограм за ознакою. Тоді, $MP \parallel KH$.

Так, як $KH \perp (SBC)$, то $MP \perp (SBC)$ за властивістю взаємоперпендикулярних прямої і площини. Значить, довжина MP - це відстань від точки M до площини SBC за означенням відстані від точки до площини.

$$MP = KH = 6,3 \text{ см.}$$

33

Знайдіть значення параметра a , при якому корінь рівняння $\lg(\sin 5\pi x) = \sqrt{16 + a - x}$ належить проміжку $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Ви відповіли правильно: $-14,3$

Бали: 2 із 2

Приховати пояснення

1) Значення виразу під знаком логарифма завжди додатне: $\sin 5\pi x > 0$;

$$5\pi x \in (2\pi n; \pi + 2\pi n), n \in \mathbb{Z};$$
$$5x \in (2n; 1 + 2n), \quad n \in \mathbb{Z} ;$$

$$x \in \left(\frac{2n}{5}; \frac{1}{5} + \frac{2n}{5} \right), \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Оскільки корінь рівняння за умовою належить проміжку $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$, то при $n = 4$: $x \in \left(\frac{8}{5}; \frac{9}{5}\right)$.

2) Значення кореня парного степеня завжди невід'ємне, тому:

$$\lg(\sin 5\pi x) \geq 0;$$

$$\lg(\sin 5\pi x) \geq \lg 1;$$

$$\sin 5\pi x \geq 1.$$

Оскільки $(\sin 5\pi x) \in [-1; 1]$, то маємо:

$$\sin 5\pi x = 1;$$

$$5\pi x = \frac{\pi}{2} + 2\pi l, \quad l \in \mathbb{Z};$$

$$5x = \frac{1}{2} + 2l, \quad l \in \mathbb{Z};$$

$$x = \frac{1}{10} + \frac{2l}{5}, \quad l \in \mathbb{Z}.$$

Оскільки за умовою корінь рівняння належить проміжку $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$, то при $l = 4$: $x = \frac{17}{10}$.

3) Бачимо, що: $\frac{17}{10} \in \left(\frac{8}{5}; \frac{9}{5}\right)$.

4) При $x = \frac{17}{10}$ ліва частина даного рівняння рівна нулю:

$$\lg(\sin 5\pi x) = \lg\left(\sin \frac{5\pi \cdot 17}{10}\right) = 0.$$

Значить, тоді і права частина даного рівняння дорівнює нулю. Маємо:

$$\sqrt{16 + a - \frac{17}{10}} = \sqrt{16 + a - 1,7} = \sqrt{14,3 + a} = 0 \quad \text{при } a = -14,3.$$