

Тест ЗНО з математики.

Результат

100% :)

Тестовий бал ?

54 із 54

Рейтинговий бал ?

200.0

Витрачено часу: 4 хвилини

[Ще раз](#) [Інший варіант](#) [Статистика](#)

Поділитися...

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

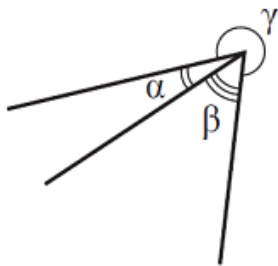
31

32

33

1

Три промені зі спільним початком лежать в одній площині (див. рисунок). Визначте градусну міру кута γ , якщо $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 50^\circ$.



А 330°

Б 290°

В 250°

Г 160°

Д 110°

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

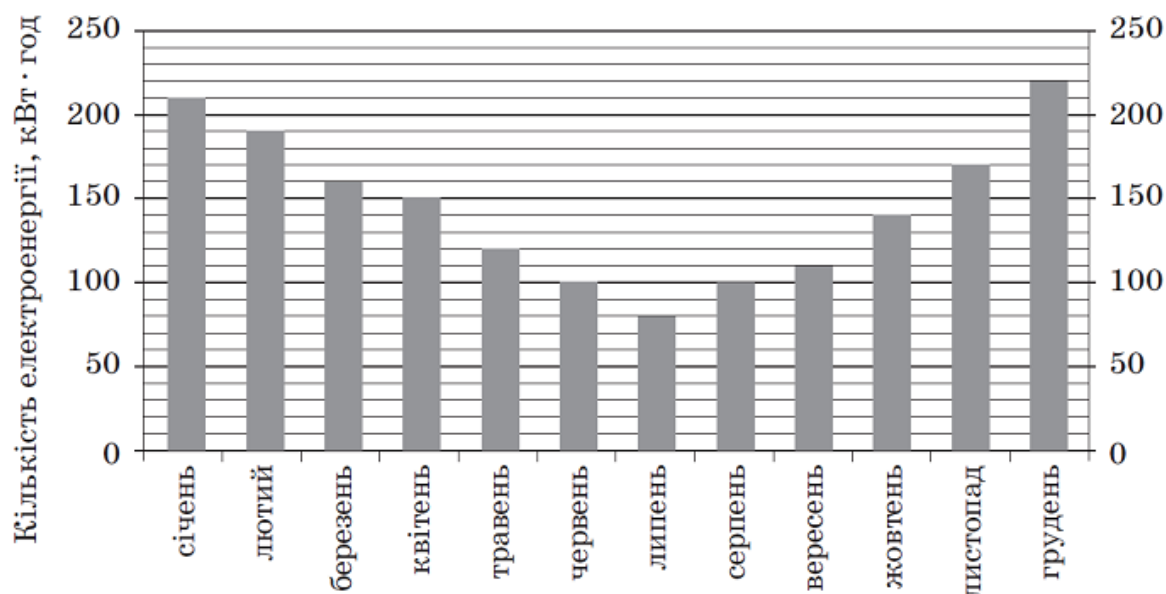
[Приховати пояснення](#)

$$\alpha + \beta + \gamma = 360^\circ.$$

$$\gamma = 360^\circ - \alpha - \beta = 360^\circ - 20^\circ - 50^\circ = 290^\circ$$

2

Діаграма, зображена на рисунку, містить інформацію про кількість електроенергії (у кВт · год), спожитої певною сім'єю в кожному місяці 2012 року. Користуючись діаграмою, установіть, які з наведених тверджень є правильними.



- I. У грудні порівняно з липнем спожито електроенергії більше, ніж у 2 рази.
 II. За всі літні місяці спожито електроенергії на 150 кВт · год менше, ніж за всі весняні місяці.
 III. Середньомісячне споживання електроенергії за рік є більшим за 120 кВт · год.

- ☐ А лише I
☐ Б лише I і II
☐ В лише I і III
☐ Г лише II і III
☒ Д I, II і III

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

1) В липні спожито 100 кВт · год . В грудні спожито 220 (кВт · год) .

$$220 \text{ кВт} \cdot \text{год} > 2 \cdot 100 \text{ кВт} \cdot \text{год}$$

2) За весняні місяці спожито: $160 + 150 + 120 = 430$ (кВт · год) .

За літні місяці спожито: $100 + 80 + 100 = 280$ (кВт · год) .

$$430 - 280 = 150 \text{ (кВт} \cdot \text{год)} .$$

3) За зимові місяці спожито: $210 + 190 + 220 = 620$ (кВт · год) .

За осінні місяці спожито: $110 + 140 + 170 = 420$ (кВт · год) .

Тоді за рік спожито $430 + 280 + 620 = 1750$ (кВт · год) .

$$1750 \text{ кВт} \cdot \text{год} > 12 \cdot 120 \text{ кВт} \cdot \text{год} = 1440 \text{ (кВт} \cdot \text{год)} .$$

- ☐ А 0
- ☐ Б 1
- ☐ В 2
- ☒ Г 3
- ☐ Д 4

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Остача від ділення 21 на 5 рівна 1. Тому остача від ділення на 5 числа $k + 21$ рівна 3.

4

У геометричній прогресії (b_n) задано $b_3 = 0,2$; $b_4 = \frac{3}{4}$. Знайдіть знаменник цієї прогресії.

- ☒ А $\frac{15}{4}$
- ☐ Б $\frac{3}{20}$
- ☐ В $\frac{3}{8}$
- ☐ Г $\frac{4}{15}$
- ☐ Д $\frac{11}{20}$

Ви відповіли правильно

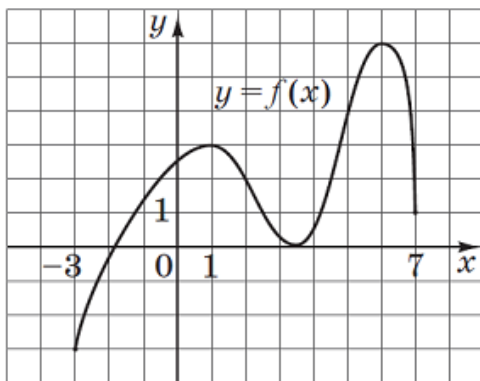
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{b_4}{b_3} = \frac{\frac{3}{4}}{0,2} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{5}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{1} = \frac{15}{4}$$

5

На рисунку зображено графік неперервної функції $y = f(x)$, визначеної на відрізку $[-3; 7]$. Скільки всього точок екстремуму має ця функція на відрізку $[-3; 7]$?



- ☐ А 1
- ☐ Б 2
- ☒ В 3
- ☐ Г 5
- ☐ Д 6

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Точки екстремуму — це точки максимуму і мінімуму. На відрізку $[-3; 7]$ таких точок три.

6

Які з наведених тверджень є правильними?

- I. Через дві прямі, що перетинаються, можна провести лише одну площину.
- II. Через точку, що не належить площині, можна провести безліч прямих, паралельних цій площині.
- III. Якщо дві різні площини паралельні одній і тій самій прямій, то вони паралельні між собою.

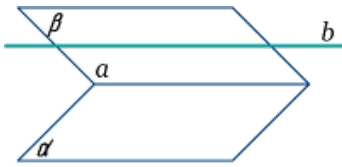
- ☐ А лише I
- ☒ Б лише I і II
- ☐ В лише I і III
- ☐ Г лише II і III
- ☐ Д I, II і III

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Твердження III неправильне. Наведемо приклад. Нехай площини α і β перетинаються по прямій a .



Пряма b не лежить в жодній з цих площин.

$a \parallel b$; тоді за ознакою паралельності прямої і площини $b \parallel \alpha$, $b \parallel \beta$.

7

Розв'яжіть рівняння $2x(x + 2) = 5(x + 2)$.

- ☐ А $-2,5; 2$
- ☐ Б -2
- ☐ В $2,5$
- ☐ Г $-2; 0,4$
- ☒ Д $-2; 2,5$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$2x(x + 2) = 5(x + 2);$$

$$2x(x + 2) - 5(x + 2) = 0;$$

$$(x + 2)(2x - 5) = 0;$$

$$\begin{cases} x + 2 = 0, \\ 2x - 5 = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2, \\ 2x = 5, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2, \\ x = 2,5. \end{cases}$$

Відповідь: $-2; 2,5$.

8

Розв'яжіть нерівність $\frac{1}{x - 5} < 0$.

- ☒ А $(-\infty; 5)$
- ☐ Б $(-\infty; -5)$
- ☐ В $(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$
- ☐ Г $(-5; +\infty)$
- ☐ Д $(5; +\infty)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{1}{x-5} < 0.$$

Оскільки чисельник додатній, то знаменник від'ємний:

$$x - 5 < 0,$$

$$x < 5, \text{ тобто } x \in (-\infty; 5).$$

9

Якщо $x + 2y - 6z = -1$ і $-y + 3z = 5$, то $x =$

А 9

Б 11

В 4

Г -9

Д -11

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$x + 2y - 6z = -1;$$

$$-y + 3z = 5.$$

Домножимо обидві частини другого рівняння на 2. Маємо:

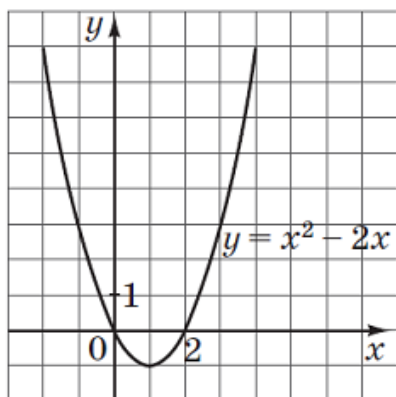
$$x + 2y - 6z = -1;$$

$$-2y + 6z = 10.$$

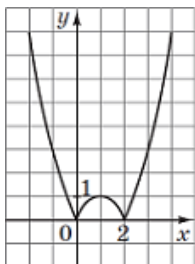
Додамо обидва рівняння почленно. Тоді: $x = 9$.

10

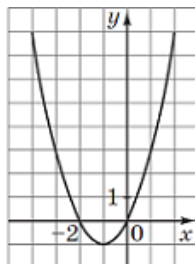
На рисунку зображено графік функції $y = x^2 - 2x$. Укажіть графік функції $y = |x^2 - 2x|$.



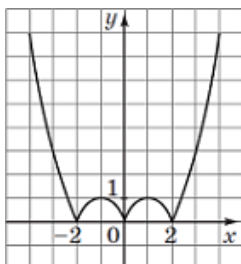
А



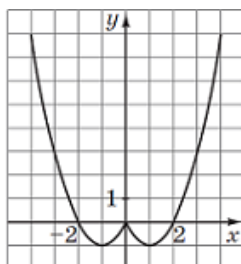
Б



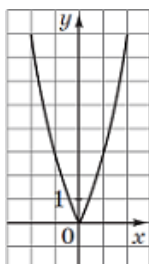
В



Г



Д



Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Щоб із графіка функції $y = x^2 - 2x$ одержати графік функції $y = |x^2 - 2x|$, треба: ту частину графіка, яка знаходиться під віссю Ox , відобразити симетрично відносно осі Ox ; решту графіка залишити без змін.

$$\frac{\lg 25}{\lg 5} =$$

- ☐ А $\lg 5$
- ☐ Б 5
- ☐ В $\lg 20$
- ☒ Г 2
- ☐ Д 0,5

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{\log 25}{\log 5} = \log_5 25 = 2$$

12

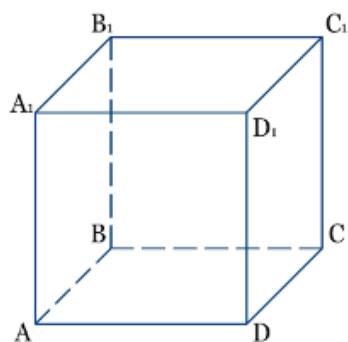
Сторона основи правильної чотирикутної призми дорівнює 3 см, а периметр її бічної грані — 22 см. Знайдіть площу бічної поверхні цієї призми.

- ☐ А 66 см^2
- ☐ Б 72 см^2
- ☒ В 96 см^2
- ☐ Г 114 см^2
- ☐ Д 264 см^2

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)



В основі даної призми лежить квадрат зі стороною 3 см. Бічні грані — рівні прямокутники. Тоді:

$$P_{AA_1D_1D} = AD + AA_1 + A_1D_1 + D_1D = 2AD + 2AA_1 = 2 \cdot 3 + 2 \cdot AA_1 = 6 + 2 \cdot AA_1 = 22 \text{ (см)}.$$

Тоді: $2 \cdot AA_1 = 22 - 6 = 16 \text{ (см)}$; $AA_1 = 8 \text{ (см)}$.

Площа бічної поверхні даної призми:

$$S = 4 \cdot S_{AA_1D_1D} = 4 \cdot AD \cdot AA_1 = 4 \cdot 3 \cdot 8 = 96 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Знайдіть значення виразу $\frac{1}{b} - \frac{1}{a}$, якщо $\frac{\sqrt{3}a - \sqrt{3}b}{ab} = \sqrt{12}$.

- ☐ А -2
- ☐ Б $0,5$
- ☒ В 2
- ☐ Г 3
- ☐ Д 6

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

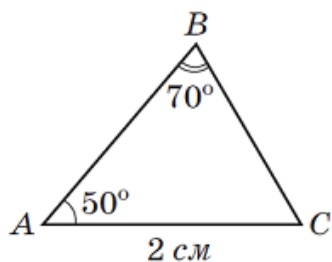
[Приховати пояснення](#)

$$\frac{\sqrt{3}a - \sqrt{3}b}{ab} = \frac{\sqrt{3}(a - b)}{ab} = \sqrt{12} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{4} = 2\sqrt{3}.$$

Тоді: $\frac{a - b}{ab} = 2.$

Отже, $\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{a - b}{ab} = 2.$

У трикутнику ABC задано $AC = 2$ см, $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 70^\circ$ (див. рисунок). Визначте BC (у см) за теоремою синусів.



- ☐ А $BC = \frac{2 \sin 70^\circ}{\sin 50^\circ}$
- ☐ Б $BC = \frac{\sin 50^\circ}{2 \sin 70^\circ}$
- ☐ В $BC = \frac{2}{\sin 50^\circ \sin 70^\circ}$
- ☐ Г $BC = \frac{\sin 70^\circ}{2 \sin 50^\circ}$
- ☒ Д $BC = \frac{2 \sin 50^\circ}{\sin 70^\circ}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

За теоремою синусів:

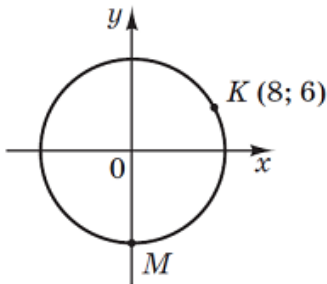
$$\frac{BC}{\sin 50^\circ} = \frac{AC}{\sin 70^\circ}$$

$$\frac{BC}{\sin 50^\circ} = \frac{2}{\sin 70^\circ}$$

$$BC = \frac{2 \sin 50^\circ}{\sin 70^\circ}$$

15

На координатній площині xy зображено коло, центр якого збігається з початком координат (див. рисунок). Точки $K(8; 6)$ і $M(x; y)$ належать цьому колу. Визначте координати точки M .



- ☐ А $(-10; 0)$
- ☐ Б $(10; 0)$
- ☐ В $(0; -14)$
- ☒ Г $(0; -10)$
- ☐ Д $(0; 10)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

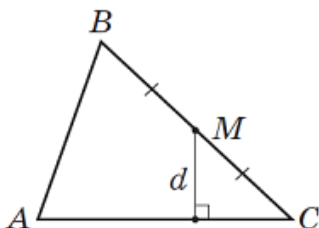
Знайдемо радіус OK кола:

$$OK = \sqrt{(x_K - x_0)^2 + (y_K - y_0)^2} = \sqrt{(8 - 0)^2 + (6 - 0)^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10 .$$

Тоді: $M(0; -10)$.

16

У трикутнику ABC точка M — середина сторони BC , $AC = 24$ см (див. рисунок). Знайдіть відстань d від точки M до сторони AC , якщо площа трикутника ABC дорівнює 96 см².

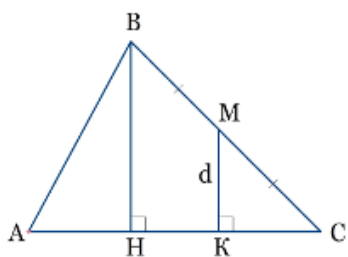


- ☐ А 2 см
- ☐ Б 3 см
- ☒ В 4 см
- ☐ Г 6 см
- ☐ Д 8 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)



BH - висота $\triangle ABC$.

$\triangle KCM \sim \triangle HCB$ за двома кутами ($\angle C$ - спільний; $\angle BHC = \angle MKC = 90^\circ$).

Тому: $\frac{BC}{MC} = \frac{BH}{MK} = \frac{2}{1}$; звідки $\frac{BH}{d} = 2$. $BH = 2d$.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot AC = d \cdot AC = d \cdot 24 = 96 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Тоді: $d = 96 \div 24 = 4 \text{ (см)}$.

17

Спростіть вираз $\sin^2 \alpha (1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha)$.

- ☐ А $\cos(2\alpha)$
- ☐ Б $\operatorname{tg}^2 \alpha$
- ☐ В 1
- ☐ Г $\operatorname{ctg}^2 \alpha$
- ☒ Д $-\cos(2\alpha)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha (1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha) &= \sin^2 \alpha \cdot \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} \right) = \sin^2 \alpha \cdot \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \\ &= \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = -(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = -\cos 2\alpha. \end{aligned}$$

Знайдіть похідну функції $y = e^{-2x}$.

18

- ☐ А $y' = e^{-2x}$
- ☒ Б $y' = -2e^{-2x}$
- ☐ В $y' = -2xe^{-2x-1}$
- ☐ Г $y' = 2e^{-2x}$
- ☐ Д $y' = -\frac{1}{2}e^{-2x}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$y' = (e^{-2x})' = e^{-2x} \cdot (-2x)' = e^{-2x} \cdot (-2) = -2e^{-2x}.$$

Розв'яжіть нерівність $\log_{0,4} x \geq \log_{0,4} 2$.

19

- ☐ А $(-\infty; 2]$
- ☐ Б $(0,4; 2]$
- ☐ В $(0; +\infty)$
- ☐ Г $[2; +\infty)$
- ☒ Д $(0; 2]$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

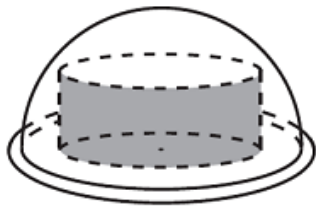
[Приховати пояснення](#)

Оскільки функція $y = \log_{0,4} x$ монотонно спадає, то: $x \leq 2$. Крім того, вона визначена для всіх $x > 0$.

Тоді: $\begin{cases} x > 0, \\ x \leq 2; \end{cases} x \in (0; 2]$.

Для розігрівання в мікрохвильовій печі рідких страв використовують посудину у формі циліндра, радіус основи якого дорівнює 9 см. Посудина ставиться на горизонтальний диск у формі круга і накривається кришкою, що має форму півсфери (див. рисунок). Радіус півсфери дорівнює 12 см і є меншим за радіус круга. Укажіть *найбільше* з наведених значень, якому може дорівнювати висота посудини, якщо посудина не торкається кришки.

20



- ☐ А 3 см
- ☐ Б 5 см
- ☐ В 6 см
- ☒ Г 7 см
- ☐ Д 8 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Нехай висота посудини h см, ($h > 0$). За умовою $r_{\text{основи циліндра}} = 9$ см, $R_{\text{півсфери}} = 12$ см.

Тоді з теореми Піфагора:

$$r_{\text{основи циліндра}}^2 + h^2 < R_{\text{півсфери}}^2.$$

$$h^2 < 12^2 - 9^2 = 144 - 81 = 63.$$

Тоді $h < \sqrt{63}$ см.

Отже, $h = 7$ см як найбільше з наведених значень, що задовільняє одержану основу.

21

З пунктів A і B одночасно по шосе назустріч один одному виїхали два велосипедисти. Вони їхали без зупинок зі сталими швидкостями: перший — зі швидкістю x км/год, другий — зі швидкістю y км/год ($x > y$). Через t годин ($t > 1$) вони зустрілися в точці C і, не зупиняючись, продовжили рух без зміни напрямків. До кожного запитання (1–4) доберіть правильну відповідь (А–Д).

Запитання

Відповідь

- | | | |
|---|--|------------------------|
| 1 | На скільки кілометрів зменшилася відстань по шосе між велосипедистами через 1 годину після початку руху? | А $(x + y)t$ |
| 2 | Чому дорівнює відстань по шосе між пунктами A і B (у км)? | Б $(x - y)t$ |
| 3 | На скільки кілометрів більше проїхав перший велосипедист, ніж другий, за час від початку руху до моменту зустрічі? | В $\frac{yt}{x}$ |
| 4 | За скільки годин перший велосипедист подолає відстань по шосе від точки C до пункту B ? | Г $\frac{(x - y)t}{y}$ |
| | | Д $x + y$ |

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☒
2	☒	☐	☐	☐	☐
3	☐	☒	☐	☐	☐



Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1) За одну годину перший велосипедист проїхав x км, другий проїхав y км. Разом вони проїхали $(x + y)$ км.

2) Відстань між точками A і B — це сума відстаней, які проїхали велосипедисти до зустрічі в точці C . Перший проїхав (xt) км, другий проїхав (yt) км. Разом: $xt + yt = (x + y)t$ (км).

3) $xt - yt = (x - y)t$ (км).

4) Відстань від точки C до точки B - це відстань, яку проїхав до зустрічі другий велосипедист, тобто: (yt) км.

Оскільки швидкість першого велосипедиста x км/год, то час, за який він подолає відстань CB : $\frac{yt}{x}$ год.

22

Установіть відповідність між твердженням (1–4) та функцією (А–Д), для якої це твердження є правильним.

Твердження

Функція

- 1) графік функції не перетинає жодну з осей координат
- 2) областю значень функції є проміжок $(0; +\infty)$
- 3) функція спадає на всій області визначення
- 4) на відрізку $[-1, 5; 1, 5]$ функція має два нулі

- А $y = -x + 2$
- Б $y = x^2 - 2$
- В $y = -\frac{1}{x}$
- Г $y = 3^x$
- Д $y = \cos x$

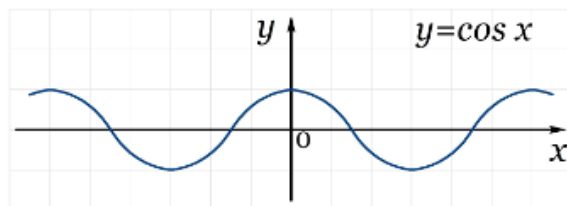
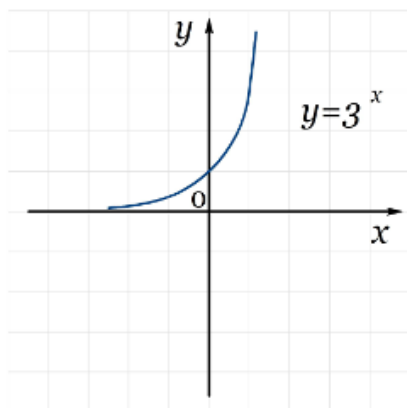
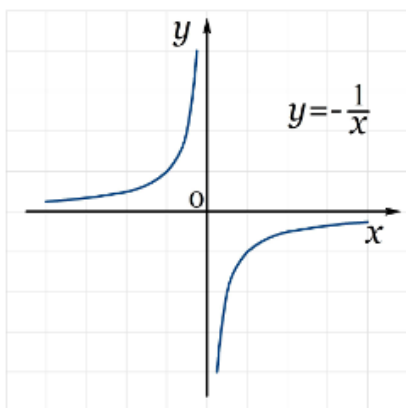
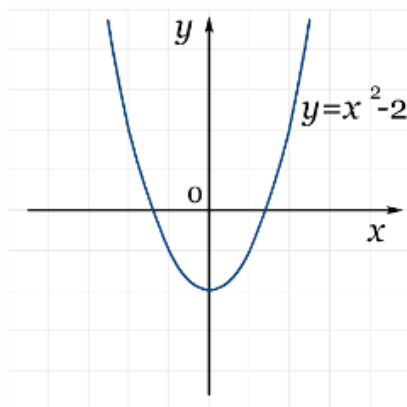
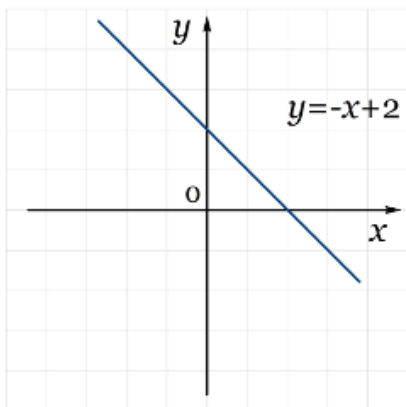
	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☒	☐	☐
2	☐	☐	☐	☒	☐
3	☒	☐	☐	☐	☐
4	☐	☒	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

Зобразимо ескізи графіків функцій А–Д:



У прямокутній системі координат на площині дано вектори $\vec{a}(3; 4)$ і $\vec{b}(-2; 2)$. До кожного початку речення (1–4) доберіть його закінчення (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

Закінчення речення

- 1 Довжина вектора $\vec{a}$
- 2 Сумою векторів $\vec{a}$ і $\vec{c}(-3; k)$ є нульовий вектор, якщо k
- 3 Вектори $\vec{b}$ і $\vec{d}(-4; m)$ колінеарні, якщо m
- 4 Скалярний добуток векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$

- А дорівнює 7.
- Б дорівнює 2.
- В дорівнює -4 .
- Г дорівнює 5.
- Д дорівнює 4.

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☒	☐
2	☐	☐	☒	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☒
4	☐	☒	☐	☐	☐

$$1) |\vec{a}| = \sqrt{x_a^2 + y_a^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 .$$

$$2) \vec{a}(3; 4) + \vec{b}(-3; k) = \overrightarrow{(3-3; 4+k)} = \overrightarrow{(0; 4+k)} = \vec{0} = \overrightarrow{(0; 0)} ;$$

$$\text{тоді } 4 + k = 0; k = -4 .$$

3) Якщо вектори $\vec{b}(-2; 2)$ і $\vec{d}(-4; m)$ колінеарні, то їх відповідні координати пропорційні:

$$\frac{-2}{-4} = \frac{2}{m}; \frac{2}{m} = \frac{1}{2} . \text{Тоді } m = 4 .$$

$$4) \vec{a} \cdot \vec{b} = x_a x_b + y_a y_b = -6 + 8 = 2 .$$

Установіть відповідність між тілом обертання, заданим умовою (1–4), та формулою (А–Д) для обчислення його об'єму V .

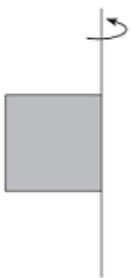


Рис. 1

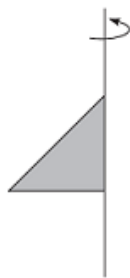


Рис. 2

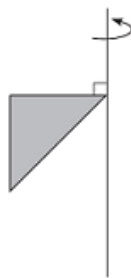


Рис. 3

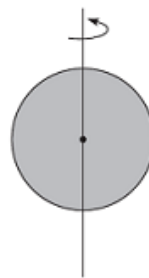


Рис. 4

1 квадрат зі стороною a обертається навколо прямої, що проходить через сторону цього квадрата (рис. 1)

А $V = \frac{1}{3}\pi a^3$

2 прямокутний рівнобедрений трикутник із катетом a обертається навколо прямої, що проходить через катет цього трикутника (рис. 2)

Б $V = \frac{9}{16}\pi a^3$

3 прямокутний рівнобедрений трикутник із катетом a обертається навколо прямої, що проходить через вершину гострого кута цього трикутника перпендикулярно до одного з його катетів (рис. 3)

В $V = \frac{2}{3}\pi a^3$

Г $V = \pi a^3$

Д $V = 2\pi a^3$

4 круг, радіус якого дорівнює $\frac{3}{4}a$, обертається навколо прямої, що проходить через центр цього круга (рис. 4)

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☒	☐
2	☒	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☒	☐	☐
4	☐	☒	☐	☐	☐

[Приховати пояснення](#)

1) Утворене тіло обертання — циліндр з висотою $h = a$ і радіусом основи $r = a$.

Об'єм циліндра: $V = S_{\text{основи}} \cdot h = \pi r^2 \cdot h = \pi a^2 \cdot a = \pi a^3$.

2) Утворене тіло обертання — конус із висотою $h = a$ і радіусом основи $r = a$.

Об'єм конуса: $V = \frac{1}{3} S_{\text{основи}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi a^2 \cdot a = \frac{1}{3} \cdot \pi a^3$.

3) Утворене тіло обертання — циліндр з висотою $h = a$ і радіусом основи $r = a$, в якому вирізано конус з висотою $h = a$ і радіусом основи $r = a$.

Об'єм цього тіла: $V_{\text{циліндра}} - V_{\text{конуса}} = \pi a^3 - \frac{1}{3} \pi a^3 = \frac{2}{3} \pi a^3$.

4) Утворене тіло обертання - куля з радіусом $r = \frac{3}{4}a$.

Об'єм кулі: $V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot \left(\frac{3}{4}a\right)^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot \frac{27}{64} a^3 = \frac{9}{16} \pi a^3$.

25

У магазині молодіжного одягу діє акція: при покупці будь-яких двох однакових футболок за одну з них платять на 40% менше, ніж за іншу. За дві однакові футболки, придбані в цьому магазині під час акції, Микола заплатив 200 гривень. Скільки гривень заплатить Микола, якщо він купить лише одну таку футболку?

Ви відповіли правильно: 125

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Нехай вартість однієї футболки x грн., тоді вартість другої (акційної) футболки $(0,6x)$ грн.

$$x + 0,6x = 200;$$

$$1,6x = 200;$$

$$x = 200 \div 1,6 = 2000 \div 16;$$

$$x = 125 \text{ (грн.)}.$$

При покупці однієї футболки акція не діє, тому Микола заплатить 125 грн.

26

Розв'яжіть рівняння $3^x \cdot 4^x = (12^{x+1})^5$.

Ви відповіли правильно: -1,25

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$3^x \cdot 4^x = (12^{x+1})^5;$$

$$(3 \cdot 4)^x = 12^{5(x+1)};$$

$$12^x = 12^{5x+5};$$

$$x = 5x + 5;$$

$$5x - x = -5;$$

$$4x = -5;$$

$$x = -\frac{5}{4} = -\frac{5 \cdot 25}{4 \cdot 25} = -\frac{125}{100} = -1,25;$$

$$x = -1,25.$$

27

Знайдіть значення виразу $|y - 2x|$, якщо $4x^2 - 4xy + y^2 = \frac{9}{4}$.

Ви відповіли правильно: 1,5

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$4x^2 - 4xy + y^2 = (2x - y)^2 = \frac{9}{4}.$$

$$\text{Тоді: } |y - 2x| = |2x - y| = \sqrt{(2x - y)^2} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

28

Знайдіть *найбільше* значення функції $y = \frac{(1 - 2 \cos x)^4}{2}$.

Ви відповіли правильно: 40,5

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\cos x \in [-1; 1];$$

$$(2 \cos x) \in [-2; 2];$$

$$(-2 \cos x) \in [-2; 2];$$

$$(1 - 2 \cos x) \in [-1; 3];$$

$$(1 - 2 \cos x)^4 \in [0; 81];$$

$$\frac{(1 - 2 \cos x)^4}{2} \in \left[0; \frac{81}{2}\right];$$

$$\text{тому найбільше значення функції } y = \frac{(1 - 2 \cos x)^4}{2} \text{ дорівнює } \frac{81}{2} = 40,5.$$

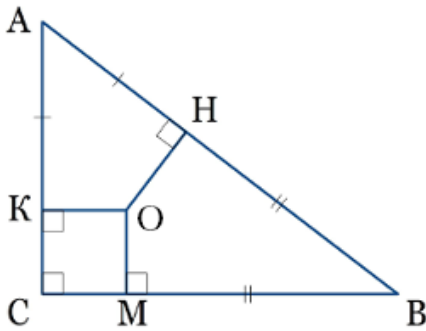
29

У прямокутний трикутник ABC вписано коло, яке дотикається катетів AC та BC у точках K і M відповідно. Знайдіть радіус кола, *описаного* навколо трикутника ABC (у см), якщо $AK = 4,5$ см, $MB = 6$ см.

Ви відповіли правильно: 5,25

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)



Нехай t . O — центр вписаного кола. Тоді OK , OM , OH — його радіуси.

$OK \perp AC$, $OM \perp BC$, $OH \perp AB$.

За умовою $AK = 4,5$ см, $MB = 6$ см.

За властивістю дотичних, проведених до кола з однієї точки:

$AK = AH = 4,5$ см;

$MB = HB = 6$ см.

$AB = AH + HB = 4,5 + 6 = 10,5$ см.

У прямокутному трикутнику радіус описаного кола R рівний половині гіпотенузи, тобто,

$$R = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 10,5 = 5,25 \text{ (см)}.$$

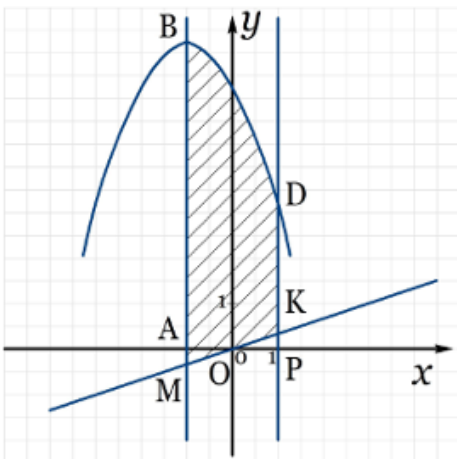
30

Обчисліть площу фігури, обмеженої графіком функції $y = \frac{22}{3} - (x+1)^2$ і прямими $y = \frac{x}{3}$, $x = -1$ та $x = 1$.

Ви відповіли правильно: 12

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)



$$\begin{aligned} S_{\text{шукане}} &= S_{MBDK} = S_{ABDP} = \int_{-1}^1 \left(\frac{22}{3} - (x+1)^2 \right) dx = \left(\frac{22}{3}x - \frac{(x+1)^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 = \\ &= \left(\frac{22}{3} - \frac{2^3}{3} \right) - \left(-\frac{22}{3} - \frac{0}{3} \right) = \frac{22}{3} - \frac{8}{3} + \frac{22}{3} = \frac{36}{3} = 12 \text{ (кв. од)}. \end{aligned}$$

$$\angle MAO = \angle KPO = 90^\circ ;$$

$$\angle MAO = \angle KPO \text{ (як вертикальні);}$$

$AO = OP$; отже, $\triangle AMO = \triangle PKO$ як прямокутні з рівними катетом і гострим кутом.

31

У фестивалі беруть участь 25 гуртів, серед яких є по одному гурту з України і Чехії. Порядок виступу гуртів визначається жеребкуванням, за яким кожен із гуртів має однакові шанси отримати будь-який порядковий номер від 1 до 25. Знайдіть імовірність того, що на цьому фестивалі гурт з України виступатиме першим, а порядковий номер виступу гурту з Чехії буде парним.

Ви відповіли правильно: 0,02

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Складемо пару: перший номер українців, парний номер чехів. Всього таких пар може бути 12 (бо від 1 до 25 є 12 парних чисел). Це сприятливі події.

Знайдемо кількість усіх можливих подій: українці можуть одержати будь-який з 25 номерів, тоді чехи — будь-який з 24, що залишилися. Всього: $25 \cdot 24$. Тоді ймовірність того, що українці під першим номером, а чехи під парним:

$$\frac{12}{25 \cdot 24} = \frac{1}{25 \cdot 2} = \frac{1}{50} = \frac{2}{100} = 0,02 .$$

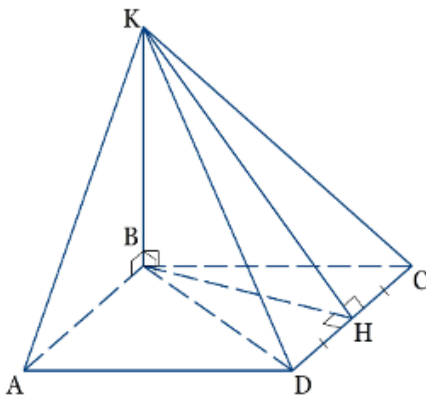
32

Основою піраміди є ромб, тупий кут якого дорівнює 120° . Дві бічні грані піраміди, що містять сторони цього кута, перпендикулярні до площини основи, а дві інші бічні грані нахилені до площини основи під кутом 30° . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди (у см^2), якщо її висота дорівнює 4 см.

Ви відповіли правильно: 96

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)



Нехай на малюнку зображено піраміду $KABCD$, в якій:

$(KBC) \perp (ABC)$; $(KBA) \perp (ABC)$; $ABCD$ — ромб; $\angle ABC = 120^\circ$.

KB — висота піраміди. За умовою $KB = 4$ см. Розглянемо ромб $ABCD$. В ньому BD — діагональ.

За властивістю діагоналі ромба $\angle ABD = \angle CBD = 60^\circ$; $\angle ADB = \angle CDB = 60^\circ$.

В $\triangle BCD$ з теореми про суму кутів трикутника:

$$\angle BCD = 180^\circ - 2 \cdot 60^\circ = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ .$$

Отже, $\triangle BCD$ — рівносторонній за ознакою.

Проведемо в $\triangle BCD$ висоту BH : $BH \perp DC$. KO — перпендикуляр до площини основи; KH — похила; BH — проекція похилої на основу.

Тоді за теоремою про три перпендикуляри: $KH \perp DC$.

Тобто, $\angle KHB$ — кут між площиною KDC і площиною основи за означенням.

За умовою $\angle KHB = 30^\circ$. Аналогічно, провівши в $\triangle ABD$ висоту BP , одержимо, що $KP \perp AD$ і $\angle KPB$ — кут між площиною KDA і площиною основи. $\angle KPB = 30^\circ$.

З $\triangle KBH$ ($\angle K = 90^\circ$, $KB = 4$ см, $\angle KHB = 30^\circ$): KB — катет навпроти кута 30° , тому:

$$KH = 2KB = 2 \cdot 4 = 8 \text{ (см)};$$

$$\frac{KB}{BH} = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}};$$

$$\frac{4}{BH} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \text{ тоді } BH = 4\sqrt{3} \text{ см.}$$

Висота h правильного трикутника зі стороною a рівна:

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \text{ звідки } a = \frac{2h}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Тому } DC = \frac{2 \cdot BH}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 8 \text{ (см)}.$$

$\triangle KBC = \triangle KBA$ як прямокутні ($\angle B = 90^\circ$) за спільним катетом KB і рівними катетами AB і BC .

$\triangle KAD = \triangle KCD$ за трьома сторонами: KD — спільна, $KA = KC$ як рівні елементи рівних трикутників KAD і KCD ; $AD = CD$ як сторони ромба.

$$AD = DC = BC = AB = 8 \text{ см}.$$

Бічна поверхня піраміди $KABCD$:

$$\begin{aligned} S_{\text{бічна}} &= S_{KBC} + S_{KBA} + S_{KCD} + S_{KAD} = 2(S_{KBC} + S_{KCD}) = \\ &= 2 \left(\frac{1}{2} \cdot KB \cdot BC + \frac{1}{2} \cdot KH \cdot DC \right) = (KB + KH) \cdot BC = (4 + 8) \cdot 8 = 12 \cdot 8 = 96 \text{ см}^2. \end{aligned}$$

33

При якому *найбільшому* від'ємному значенні параметра a рівняння $\sqrt[4]{|x| - 1} - 2x = a$ має один корінь?

Ви відповіли правильно: $-1,625$

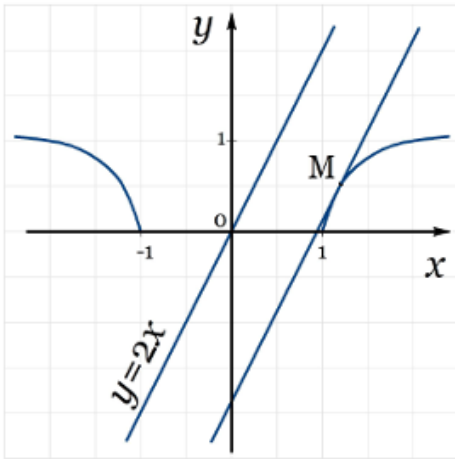
Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Запишемо дане рівняння у вигляді: $\sqrt[4]{|x| - 1} = 2x + a$.

Розглянемо графіки функцій $\sqrt[4]{|x| - 1}$, $y = 2x + a$.

(Графік функції $y = 2x + a$ одержуємо з графіка функції $y = 2x$ за допомогою паралельного перенесення на a одиниць вздовж осі Oy).



Розв'язки даного рівняння — абсциси точок перетину графіків цих функцій. Бачимо, що найбільше від'ємне значення a , при якому маємо одну точку перетину, буде там, де графік функції $y = 2x + a$ до правої вітки графіка функції $y = \sqrt[4]{|x| - 1}$. Її рівняння $y = \sqrt[4]{x - 1}$.

Назвемо точку дотику $M(x_0; y_0)$. Кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції $f(x)$ — це значення похідної цієї функції в точці дотику.

Маємо: $f(x) = \sqrt[4]{x - 1}$.

Знайдемо $f'(x)$:

$$f'(x) = (\sqrt[4]{x - 1})' = ((x - 1)^{\frac{1}{4}})' = \frac{1}{4}(x - 1)^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{4\sqrt[4]{(x - 1)^3}}.$$

$$f'(x_0) = 2, \text{ тому } \frac{1}{4\sqrt[4]{(x_0 - 1)^3}} = 2.$$

Звідси: $x_0 > 1$.

$$\sqrt[4]{(x_0 - 1)^3} = \frac{1}{8};$$

$$(\sqrt[4]{(x_0 - 1)^3})^3 = \left(\frac{1}{8}\right)^3;$$

$$\sqrt[4]{x_0 - 1} = \frac{1}{2};$$

$$x_0 - 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16};$$

$$x_0 = \frac{17}{16}.$$

Рівняння дотичної:

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0).$$

$$\text{В нашому випадку } f(x_0) = \sqrt[4]{x_0 - 1} = \sqrt[4]{\frac{17}{16} - 1} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \sqrt[4]{\frac{1}{2}}.$$

$$\text{Тоді маємо: } y = \frac{1}{2} + 2\left(x - \frac{17}{16}\right) = \frac{1}{2} + 2x - \frac{17}{8} = 2x + \frac{4}{8} - \frac{17}{8} = 2x - \frac{13}{8};$$

$$y = 2x - \frac{13}{8}.$$

$$\text{Отже, шукане значення } a = -\frac{13}{8} = -1\frac{5}{8} = -1\frac{5 \cdot 125}{8 \cdot 125} = -1\frac{625}{1000} = -1,625.$$

