

Тест ЗНО з математики.

Результат

100% :)

Тестовий бал ?

54 із 54

Рейтинговий бал ?

200.0

Витрачено часу: 3 хвилини

[Ще раз](#) [Інший варіант](#) [Статистика](#)

Поділитися...

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

1

Розташуйте в порядку зростання числа $\frac{1}{9}$; 0,1; 0,11.

А $\frac{1}{9}$; 0,1; 0,11

Б 0,1; 0,11; $\frac{1}{9}$

В 0,11; $\frac{1}{9}$; 0,1

Г 0,1; $\frac{1}{9}$; 0,11

Д $\frac{1}{9}$; 0,11; 0,1

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$0,11 = \frac{11}{100} = \frac{99}{900};$$

$$0,1 = \frac{1}{10} = \frac{10}{100} = \frac{90}{900};$$

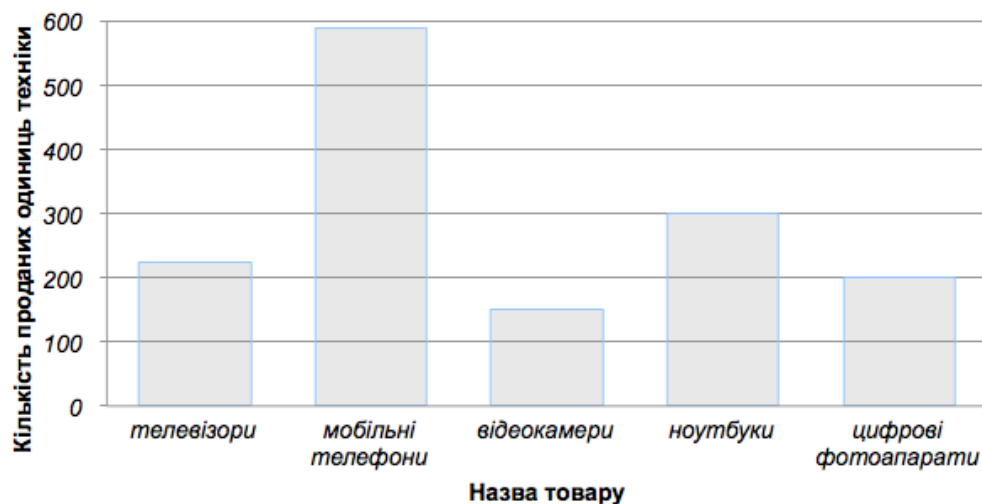
$$\frac{1}{9} = \frac{100}{900};$$

$$\frac{90}{900} < \frac{99}{900} < \frac{100}{900},$$

тому: $0,1 < 0,11 < \frac{1}{9}$.

2

Діаграма, зображена на рисунку, містить інформацію про кількість проданих одиниць техніки в супермаркеті електроніки протягом одного кварталу.



Використовуючи дані діаграми, доберіть таке закінчення речення, щоб утворилося правильне твердження: «Більше ніж цифрових фотоапаратів, але менше ніж мобільних телефонів, у цьому супермаркеті продано...».

- ☐ А і телевізорів, і відеокамер
- ☒ Б і телевізорів, і ноутбуків
- ☐ В і відеокамер, і ноутбуків
- ☐ Г лише телевізорів
- ☐ Д лише ноутбуків

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Кількість проданого товару певного виду — це висота відповідного стовпчика. Вищими за стовпчик «цифрові фотоапарати», але нижчими за стовпчик «мобільні телефони» є стовпчики «телевізори» і «ноутбуки».

3

Точки B і C лежать на прямій, що паралельна прямій a . Скільки існує площин, які паралельні прямій a і проходять через точки B і C ?

- ☐ А жодної
- ☐ Б лише одна
- ☐ В лише дві
- ☐ Г лише три
- ☒ Д безліч

Ви відповіли правильно

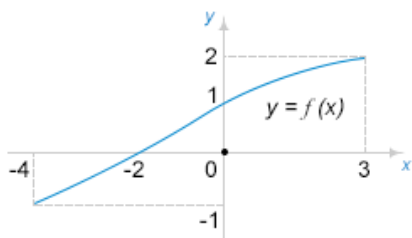
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Будь-які площини, які перетинаються по прямій BC і не містять пряму a , є паралельними до прямої a за ознакою паралельності прямої і площини.

4

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, яка визначена на відрізку $[-4; 3]$. Укажіть область значень цієї функції.



- ☒ А $[-1; 2]$
- ☐ Б $[-4; 3]$
- ☐ В $[-1; 1]$
- ☐ Г $[-2; 3]$
- ☐ Д $[-4; -2]$

Ви відповіли правильно

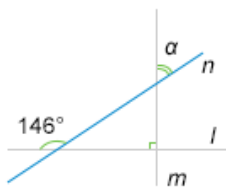
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Область значень функції ми визначаємо за віссю ординат (це вісь Oy). Так, ордината на графіку функції $f(x)$ змінюється від -1 до 2 .

5

Пряма n перетинає перпендикулярні прямі l і m (див. рисунок). Визначте градусну міру кута α .



- ☐ А 34°
- ☐ Б 46°
- ☐ В 54°
- ☒ Г 56°
- ☐ Д 58°

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Зовнішній кут трикутника дорівнює сумі двох внутрішніх, не суміжних з ним. А вертикальні кути рівні. Тому:
 $\alpha = 146^\circ - 90^\circ = 56^\circ$.

6

Розв'яжіть рівняння $\frac{2x-3}{3} = \frac{x+1}{6}$.

☐ А $-\frac{5}{3}$

☐ Б $\frac{4}{3}$

☐ В $\frac{7}{5}$

☐ Г $\frac{5}{3}$

☒ Д $\frac{7}{3}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{2x-3}{3} = \frac{x-1}{6}.$$

Зведемо дріб у лівій частині рівняння до знаменника 6:

$$\frac{4x-6}{6} = \frac{x+1}{6}; \text{ тоді:}$$

$$4x-6 = x+1;$$

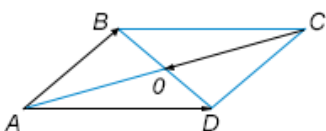
$$4x-x = 1+6;$$

$$3x = 7;$$

$$x = \frac{7}{3}.$$

7

Діагоналі паралелограма $ABCD$ перетинаються в точці O (див. рисунок). Укажіть правильну векторну рівність.



- ☐ А $\vec{CO} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD})$
- ☒ Б $\vec{CO} = -\frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD})$
- ☐ В $\vec{CO} = \frac{1}{2}(\vec{AD} - \vec{AB})$
- ☐ Г $\vec{CO} = \frac{1}{2}(\vec{AB} - \vec{AD})$
- ☐ Д $\vec{CO} = 2(\vec{AB} + \vec{AD})$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC} = 2 \cdot \vec{OC} = -2 \cdot \vec{CO};$$

тому $\vec{CO} = -\frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD})$.

8

Розв'яжіть нерівність $2x \geq x^2$.

- ☐ А $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$
- ☒ Б $[0; 2]$
- ☐ В $(-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$
- ☐ Г $[-2; 0]$
- ☐ Д $(-\infty; 2]$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$2x \geq x^2;$$

$$x^2 - 2x \leq 0;$$

$$x(x - 2) \leq 0.$$

Скористаємось методом інтервалів:

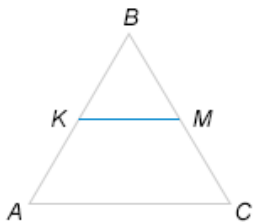


$$x \in [0; 2].$$

9

На рисунку зображено рівносторонній трикутник ABC , KM — його середня лінія. Периметр трикутника

KBM дорівнює 12 см. Визначте периметр чотирикутника $AKMC$.



- ☐ А 32 см
- ☐ Б 28 см
- ☐ В 24 см
- ☒ Г 20 см
- ☐ Д 16 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$\triangle KBM$ — рівносторонній, бо подібний до $\triangle ABC$. Тоді

$P_{\triangle KBM} = KB + BM + KM = 3KM = 12$ (см). Отже, $KM = 4$ см.

$P_{AKMC} = AK + KM + MC + AC = AK + KM + MC + 2KM = 5KM = 5 \cdot 4 = 20$ (см).

Обчисліть $\sqrt{2} \cdot \sqrt{0,08}$.

10

- ☐ А 0,04
- ☐ Б 0,08
- ☐ В 0,2
- ☒ Г 0,4
- ☐ Д 0,6

Ви відповіли правильно

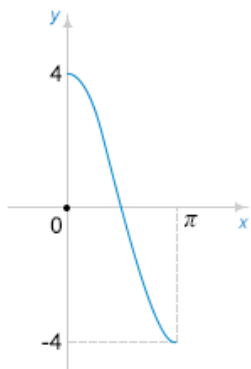
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{0,08} = \sqrt{2 \cdot 0,08} = \sqrt{0,16} = 0,4.$$

На рисунку зображено фрагмент графіка однієї з наведених функцій на відрізку $[0; \pi]$. Укажіть цю функцію.

11



- ☐ А $y = 4 \sin x$
- ☐ Б $y = \sin 4x$
- ☐ В $y = -4 \sin x$
- ☐ Г $y = -4 \cos x$
- ☒ Д $y = 4 \cos x$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$\cos 0 = 1;$
 $\cos \pi = -1;$
 $4 \cos 0 = 4;$
 $4 \cos \pi = -4.$

12

У першому ряду кінотеатру встановлено 15 крісел, а у кожному наступному — на 3 крісла більше, ніж у попередньому. Скільки всього крісел встановлено в сьомому ряду цього кінотеатру?

- ☐ А 21
- ☐ Б 27
- ☐ В 30
- ☒ Г 33
- ☐ Д 36

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Розглянемо арифметичну прогресію (a_n) , в якій порядковий номер члена прогресії є номером ряду, а кожен член прогресії — це кількість крісел у відповідному ряду. Різниця прогресії $d = 3$. Тоді перший член прогресії $a_1 = 15$ — це кількість крісел в першому ряду. Кількість крісел в сьомому ряду — це сьомий член прогресії (a_n) . Формула n -го члена арифметичної прогресії: $a_n = a_1 + d(n - 1)$.

Отже, $a_7 = a_1 + d(7 - 1)$; звідки $a_7 = 15 + 3 \cdot 6 = 15 + 18 = 33$. Значить, в сьомому ряду 33 крісла.

13

Спростіть вираз $\frac{9 - x^2}{x^2 + 6x + 9}$.

☒ А $\frac{3 - x}{x + 3}$

☐ Б $\frac{x - 3}{x + 3}$

☐ В $3 - x$

☐ Г $\frac{1}{x + 3}$

☐ Д 1

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{9 - x^2}{x^2 + 6x + 9} = \frac{(3 - x)(3 + x)}{(x + 3)^2} = \frac{3 - x}{x + 3}.$$

14

Діаметр основи конуса дорівнює 6 см, а площа його бічної поверхні — $24\pi \text{ см}^2$. Знайдіть довжину твірної конуса.

☐ А 2 см

☐ Б 4 см

☐ В 6 см

☒ Г 8 см

☐ Д 12 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

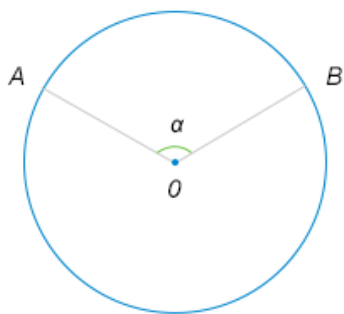
Площа бічної поверхні конуса обчислюється за формулою:

$S_{\text{бічної поверхні конуса}} = \pi Rl$, де l — довжина твірної конуса, R — довжина радіуса його основи.

Тому: $S_{\text{бічної поверхні конуса}} = \pi \cdot 3 \cdot l = 24\pi \text{ (см}^2\text{)}.$

Звідси $l = \frac{24\pi}{3\pi} = 8 \text{ (см)}.$

На рисунку зображено круг з центром у точці O , радіус якого дорівнює 12 см . Радіуси OA та OB ділять круг на два кругові сектори. Визначте площу більшого сектора, якщо кут $\alpha = 120^\circ$.



- ☐ А $16\pi\text{ см}^2$
- ☐ Б $48\pi\text{ см}^2$
- ☒ В $96\pi\text{ см}^2$
- ☐ Г $108\pi\text{ см}^2$
- ☐ Д $144\pi\text{ см}^2$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Площа круга $S_{\text{круга}} = \pi R^2 = \pi \cdot 12^2 = 144\pi\text{ (см}^2\text{)}$.

Більший сектор становить $\frac{2}{3}$ круга, отже, його площа:

$$S_{\text{більшого сектора}} = \frac{2}{3} \cdot 144\pi = 96\pi\text{ (см}^2\text{)}.$$

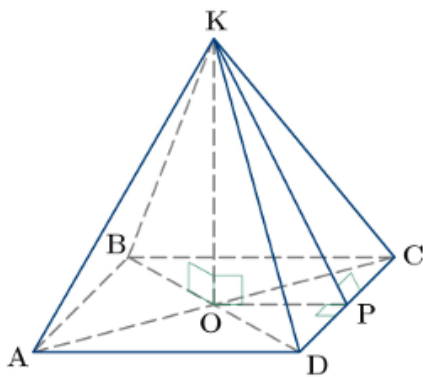
Апофема правильної чотирикутної піраміди дорівнює 10 см , її висота — 8 см . Знайдіть довжину сторони основи піраміди.

- ☒ А 12 см
- ☐ Б $6\sqrt{3}\text{ см}$
- ☐ В 4 см
- ☐ Г 6 см
- ☐ Д $6\sqrt{2}\text{ см}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)



Нехай $KABCD$ — правильна чотирикутна піраміда. KP - апофема. $KP = 10$ см.

KO — висота піраміди, $KO = 8$ см.

В $\triangle KOP$ ($\angle O = 90^\circ$) з теореми Піфагора маємо:

$$OP^2 = KP^2 - KO^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36;$$

$$OP = 6 \text{ см.}$$

$$BC = 2 \cdot OP = 2 \cdot 6 = 12 \text{ (см).}$$

17

Спростіть вираз $(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cdot \sin^2 \alpha$.

- ☒ А $\operatorname{tg}^2 \alpha$
- ☐ Б 1
- ☐ В $\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha$
- ☐ Г $\cos^2 \alpha$
- ☐ Д $\operatorname{ctg}^2 \alpha$

Ви відповіли правильно

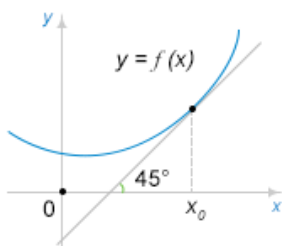
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cdot \sin^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot \sin^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha$$

18

Дотична, проведена до графіка функції $y = f(x)$ в точці з абсцисою x_0 , нахилена до додатного напрямку осі Ox під кутом 45° (див. рисунок). Знайдіть $f'(x_0)$.



☐ А -1

☐ Б $\frac{\sqrt{3}}{3}$

☐ В $\sqrt{3}$

☒ Г 1

☐ Д $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$, де α - кут нахилу дотичної до додатного напрямку осі Ox .

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} 45^\circ = 1.$$

19

Укажіть найменший додатний корінь рівняння $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$.

☐ А $\frac{\pi}{6}$

☐ Б $\frac{\pi}{2}$

☒ В $\frac{2\pi}{3}$

☐ Г π

☐ Д $\frac{5\pi}{3}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0;$$

$$x + \frac{\pi}{3} = \pi n, \quad n \in \mathbb{Z};$$

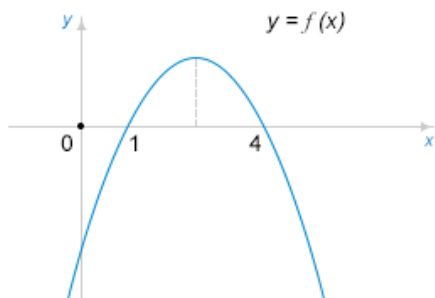
$$x = -\frac{\pi}{3} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Найменший додатний корінь буде при $n = 1$:

$$x = -\frac{\pi}{3} + \pi = -\frac{\pi}{3} + \frac{3\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}.$$

20

На рисунку зображено графік квадратичної функції $y = f(x)$, який перетинає вісь Ox в точках $(1; 0)$ та $(4; 0)$. Знайдіть множину всіх розв'язків нерівності $x \cdot f(x) < 0$.



- ☒ А $(0; 1) \cup (4; +\infty)$
- ☐ Б $(4; +\infty)$
- ☐ В $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$
- ☐ Г $(-\infty; 0) \cup (1; 4)$
- ☐ Д $(-\infty; 0)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$x \cdot f(x) < 0;$$

$$\left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x < 0, \\ f(x) > 0, \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} x > 0, \\ f(x) < 0, \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x < 0, \\ x \in (1; 4), \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} x > 0, \\ x \in (-\infty; 1) \cup (4; +\infty). \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Перша система сукупності розв'язків не має. З другої системи одержимо:

$$x \in (0; 1) \cup (4; +\infty).$$

У лабораторії є два сплави міді з оловом: перший масою 50 кг містить 10 % міді, другий масою 100 кг містить 25 % міді. Доберіть до кожного запитання (1—4) равильну відповідь (А—Д).

- 1 Скільки кілограмів міді міститься в першому сплаві? А 5
- 2 Скільки кілограмів міді міститься у двох сплавах разом? Б 15
- 3 Якщо із даних сплавів утворити новий сплав, то скільки відсотків міді міститиме цей сплав? В 20
- 4 Скільки кілограмів другого сплаву треба додати до першого, щоб утворити сплав, який міститиме 15 % міді? Г 25
- Д 30

	А	Б	В	Г	Д
1	☒	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☒
3	☐	☐	☒	☐	☐
4	☐	☐	☐	☒	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1) В першому сплаві міститься $50 \cdot 0,1 = 5$ (кг) міді.

2) У двох сплавах разом міститься міді: $50 \cdot 0,1 + 100 \cdot 0,25 = 5 + 25 = 30$ (кг)

3) Маса нового сплаву: $50 + 100 = 150$ (кг) Маса міді в ньому 30 кг. Тоді відсотковий вміст міді у сплаві:

$$\frac{30}{150} \cdot 100 \% = \frac{1}{5} \cdot 100 \% = 0,2 \cdot 100 \% = 20 \%$$

4) Нехай до першого сплаву ми додамо x кг другого сплаву ($x > 0$). В x кг другого сплаву міститься $(0,25x)$ кг міді.

Маса нового сплаву: $(50 + x)$ кг. Маса міді в новому сплаві: $(5 + 0,25x)$ кг.

Тоді:
$$\frac{5 + 0,25x}{50 + x} \cdot 100 \% = 15 \%$$

Отже:
$$\frac{5 + 0,25x}{50 + x} = 0,15;$$

$$\frac{5 + 0,25x}{50 + x} - 0,15 = 0;$$

$$\frac{5 + 0,25x - 50 \cdot 0,15 - 0,15x}{50 + x} = 0;$$

$$\frac{0,1x + 5 - 7,5}{50 + x} = 0;$$

$$\frac{0,1x - 2,5}{50 + x} = 0.$$

$50 + x \neq 0$, тоді:

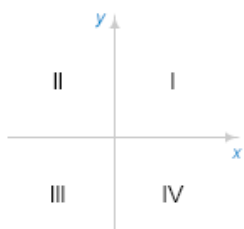
$$0,1x - 2,5 = 0;$$

$$0,1x = 2,5;$$

$$x = 25 \text{ (кг)}.$$

Отже, до першого сплаву додали 25 кг другого сплаву.

Кожній функції (1—4) поставте у відповідність координатні чверті (А—Д), у яких розміщено графік цієї функції. Положення координатних чвертей зображено на рисунку.



Функція

1 $y = x + 1$

2 $y = \frac{1}{x}$

3 $y = 2^x$

4 $y = x^2 - 1$

Координатні чверті

А лише I та II

Б лише I та III

В лише I, II та III

Г лише I, III та IV

Д I, II, III та IV

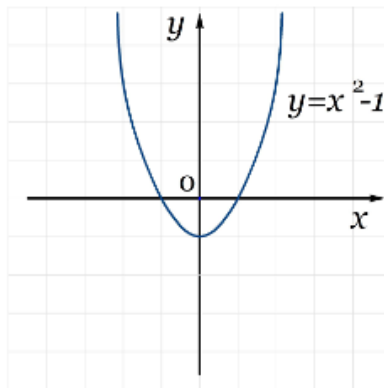
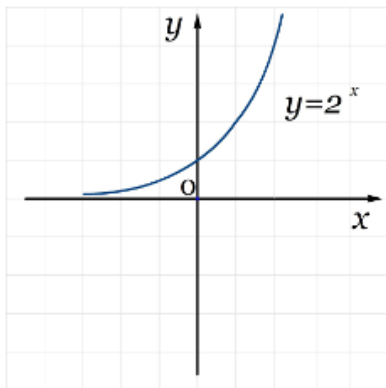
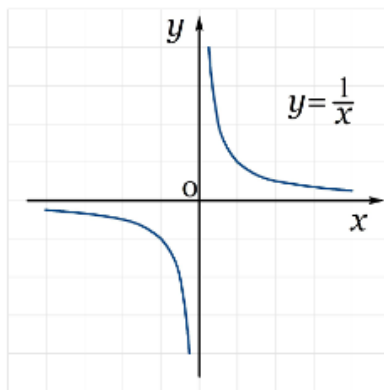
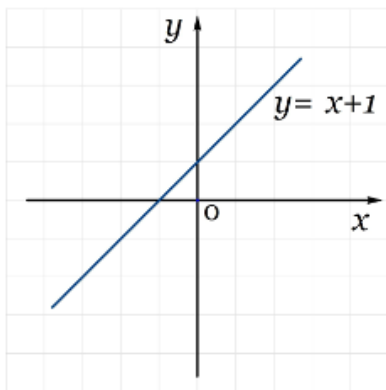
	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☒	☐	☐
2	☐	☒	☐	☐	☐
3	☒	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☒

Ви відповіли правильно

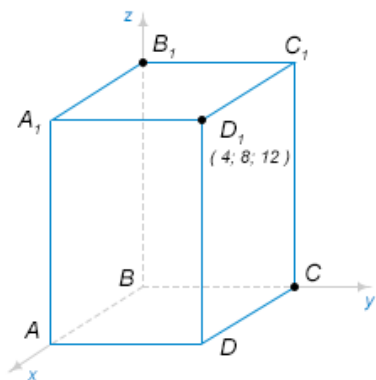
Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

Розглянемо ескізи графіків заданих функцій:



У прямокутній системі координат у просторі зображено прямокутний паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, ребра AB , BC , BB_1 якого лежать на координатних осях (див. рисунок). Вершина D_1 має координати $(4; 8; 12)$. До кожного початку речення (1—4) доберіть його закінчення (А—Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



Початок речення

- 1 Точка $K(0; 0; 12)$
- 2 Точка $M(1; 8; 0)$
- 3 Точка $P(4; 4; 4)$
- 4 Точка $Q(0; 4; 6)$

Закінчення речення

- А належить грані $AA_1 D_1 D$.
- Б належить ребру CD .
- В належить діагоналі AC_1 .
- Г належить діагоналі BC_1 .
- Д збігається з точкою B_1 .

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☒
2	☐	☒	☐	☐	☐
3	☒	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☒	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

- 1) Точка з координатами $(0; 0; z)$ належить осі Oz .
- 2) Точка з координатами $(x; y; 0)$ належить координатній площині xOy .
- 3) Маємо точку $A(4; 0; 0)$. Тоді точка $(4; 0; 4)$ належить ребру AA_1D_1 . Отже, точка $P(4; 4; 4)$ належить грані AA_1D_1D .
- 4) Точка з координатами $(0; y; z)$ належить координатній площині yOz .

24

Установіть відповідність між многокутником (1—4) і радіусом кола (А—Д), вписаного в цей многокутник.

Многокутник

Радіус кола, вписаного в многокутник

- 1) рівносторонній трикутник зі стороною $3\sqrt{3}$ см
- 2) квадрат зі стороною 2 см
- 3) прямокутний трикутник із катетами 6 см і 8 см
- 4) правильний шестикутник зі стороною 2 см

- А 1 см
- Б 1,5 см
- В $\sqrt{3}$ см
- Г 2 см
- Д 4 см

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☒	☐	☐	☐
2	☒	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☒	☐
4	☐	☐	☒	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1) В рівносторонньому трикутнику зі стороною a радіус вписаного кола r обчислюється так: $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Тому при $a = 3\sqrt{3}$ см: $r = \frac{3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{6} = \frac{3 \cdot 3}{6} = \frac{3}{2} = 1,5$ (см).

2) Радіус вписаного в квадрат кола — це половина сторони квадрата, тому $r = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$ (см).

3) Площа трикутника $S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$ (см²).

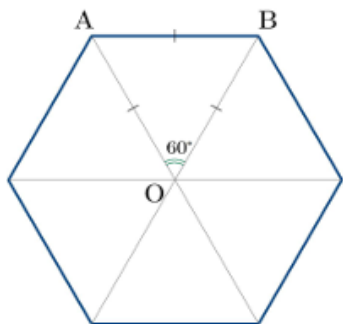
Трикутник єгипетський, тому його гіпотенуза 10 см.

Периметр трикутника $P_{\Delta} = 6 + 8 + 10 = 24$ см.

Півпериметр трикутника $p = 12$ см.

Площа трикутника через радіус вписаного кола r обчислюється за формулою: $S_{\Delta} = p \cdot r$, тому

$$r = \frac{S_{\Delta}}{p} = \frac{24}{12} = 2 \text{ (см)}.$$



4)

Радіус r вписаного в правильний шестикутник кола зі стороною 2 см — це висота h , проведена до основи $\triangle OAB$:

$$r = \frac{h\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ (см)}.$$

25

При кожному пострілі в мішень спортсмен влучав або в «десятку», або в «дев'ятку», за що йому нараховувалося 10 або 9 очок відповідно. За 10 пострілів він набрав 94 очки. Скільки разів з цих 10 пострілів спортсмен влучив у «дев'ятку»?

Ви відповіли правильно: 6

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Двоцифрове число, яке закінчується на 4 і націло ділиться на 9, це 54.
 $54 : 9 = 6$.

Перевіримо скільки пострілів було зроблено в «десятку»: $(94 - 54) : 10 = 40 : 10 = 4$
 $6 + 4 = 10$.

Отже, в «десятку» зроблено 6 пострілів.

26

При якому значенні x функція $y = 4 - |20x + 7|$ набуває найбільшого значення?

Ви відповіли правильно: $-0,35$

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Найменше значення функції $y = |20x + 7|$ дорівнює нулеві. Тобто, $|20x + 7| = 0$; звідки
 $20x + 7 = 0$; $20x = -7$; $x = -\frac{7}{20} = -\frac{35}{100} = -0,35$

Тоді при $x = -0,35$ функція $y = -|20x + 7|$ набуває найбільшого значення (воно також дорівнює нулеві).

Отже, функція $y = 4 - |20x + 7| = -|20x + 7| + 4$ набуває найбільшого значення при $x = -0,35$

27

Розв'яжіть систему нерівностей
$$\begin{cases} (0,5)^{1-2x} > (0,5)^{8+x}, \\ \frac{4}{x-5} < 0. \end{cases}$$

У відповіді запишіть *кількість усіх цілих* розв'язків цієї системи. Якщо система має *безліч цілих* розв'язків, то у відповіді запишіть число 100.

Ви відповіли правильно: 7

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{cases} (0,5)^{1-2x} > (0,5)^{8+x}, \\ \frac{4}{x-5} < 0. \end{cases}$$

Скориставшись для першої нерівності тим, що функція $y = (0,5)^x$ монотонно спадає, маємо:

$$\begin{cases} 1 - 2x < 8 + x, \\ x - 5 < 0. \end{cases}$$

Тоді:
$$\begin{cases} 2x + x > 1 - 8, \\ x < 5, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x > -7, \\ x < 5, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -\frac{7}{3} = -2\frac{1}{3}, \\ x < 5. \end{cases}$$

$$x \in \left(-2\frac{1}{3}; 5\right).$$

Цілі розв'язки системи: $-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4$

Їх сума: $-2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 7$.

28

Обчисліть $\log_b a$, якщо $\log_3 a = 8$, $\log_3 b = 5$.

Ви відповіли правильно: 1,6

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\log_b a = \frac{\log_3 a}{\log_3 b} = \frac{8}{5} = \frac{16}{10} = 1,6.$$

29

Студенти двох груп (у першій — 20 студентів, у другій — 25 студентів) обирають по одному представнику з кожної групи для участі в студентському заході. Знайдіть ймовірність того, що учасниками заходу будуть обрані старости цих груп. Уважайте, що всі студенти кожної групи мають однакові шанси стати учасниками заходу, і в кожній групі є один староста.

Ви відповіли правильно: 0,002

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Ймовірність бути обраним для старости першої групи $\frac{1}{20}$, для старости другої групи $\frac{1}{25}$.

Тоді ймовірність того, що оберуть обох старост одночасно:

$$\frac{1}{20} \cdot \frac{1}{25} = \frac{1}{500} = \frac{2}{1000} = 0,002.$$

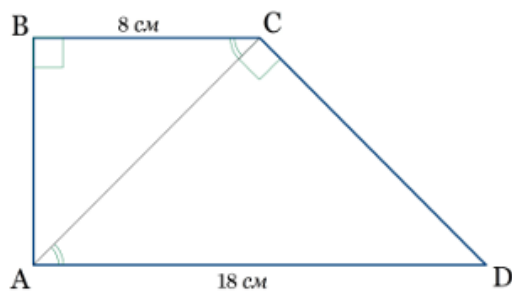
30

У прямокутній трапеції $ABCD$ ($AD \parallel BC$) діагональ AC перпендикулярна до бічної сторони CD . Знайдіть довжину цієї діагоналі (у см), якщо $AD = 18$ см, $BC = 8$ см.

Ви відповіли правильно: 12

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)



$\angle BCA = \angle CAD$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих BC і AD та січній AC . Трикутники ABC і DCA прямокутні. Отже, вони подібні за двома кутами.

Тоді: $\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{AC}$;

$$\frac{AC}{18} = \frac{8}{AC};$$

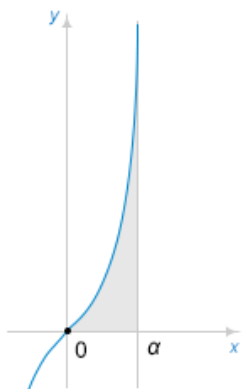
$$AC^2 = 18 \cdot 8;$$

$$AC^2 = 9 \cdot 16;$$

$$AC = 3 \cdot 4 = 12 \text{ (см)}.$$

31

У прямокутній системі координат зображено ескіз графіка функції $y = \frac{x^3}{2} + x$ і пряму, задану рівнянням $x = a$ (див. рисунок). При якому додатному значенні a площа заштрихованої фігури дорівнюватиме 40 кв. од.?



Ви відповіли правильно: 4

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\int_0^a \left(\frac{x^3}{2} + x \right) dx = \left(\frac{x^4}{8} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^a = \frac{a^4}{8} + \frac{a^2}{2} - 0 = \frac{a^4}{8} + \frac{a^2}{2} = \frac{a^4 + 4a^2}{8} = 40 \text{ (кв. од.)} .$$

$$a^4 + 4a^2 - 320 = 0.$$

Маємо бікватратне рівняння.

Нехай $a^2 = b$. Тоді: $b^2 + 4b - 320 = 0$.

$$D = 4^2 + 4 \cdot 320 = 16(1 + 80) = 16 \cdot 81.$$

$$\sqrt{D} = 4 \cdot 9 = 36.$$

$$b_{1,2} = \frac{-4 \mp 36}{2} = -2 \mp 18.$$

Оскільки b — квадрат числа, то $b = 16$. За умовою a — додатне число, тому $a = 4$.

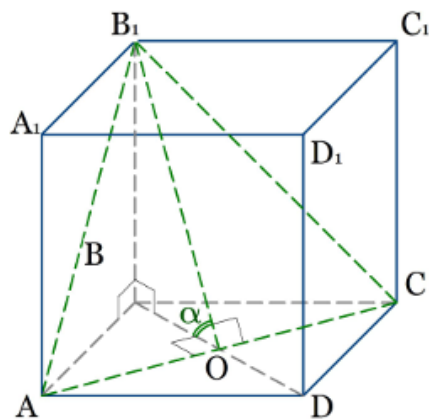
32

Основою прямої призми $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ є ромб $ABCD$, у якому більша діагональ $AC = 17$ см. Об'єм призми дорівнює 1020 см³. Через діагональ AC та вершину B_1 тупого кута верхньої основи призми проведено площину, яка утворює з площиною основи призми кут α . Знайдіть площу утвореного перерізу призми (у см²), якщо $\operatorname{tg} \alpha = 2,4$.

Ви відповіли правильно: 110,5

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)



Діагоналі ромба взаємно перпендикулярні, тобто, $BD \perp AC$ ($\angle BOA = 90^\circ$).

B_1B — перпендикуляр до площини основи, B_1O — похила, BO — її проекція на площину нижньої основи, тому за теоремою про три перпендикуляри $B_1O \perp AC$.

Тоді $\angle B_1OB$ — кут між площиною перерізу AB_1C та площиною нижньої основи за означенням кута між площинами.

$$\angle B_1OB = \alpha; \operatorname{tg} \alpha = 2,4$$

$$BO = \frac{1}{2}BD \text{ (властивість діагоналей ромба).}$$

$$\text{з } \triangle B_1BO \text{ } (\angle B = 90^\circ) \text{ маємо: } \frac{B_1B}{BO} = \operatorname{tg} \alpha = 2,4; \text{ тоді } B_1B = 2,4 \cdot BO.$$

Об'єм призми:

$$V_{\text{призми}} = S_{\text{основи призми}} \cdot h_{\text{призми}} = S_{ABCD} \cdot B_1B = \frac{AC \cdot BD}{2} \cdot B_1B = \frac{AC \cdot 2BO}{2} \cdot 2,4 \cdot BO.$$

$$V_{\text{призми}} = 2,4 \cdot AC \cdot BO^2 = 2,4 \cdot 17 \cdot BO^2 = 1020 \text{ (см}^3\text{)}.$$

$$BO^2 = \frac{1020}{2,4 \cdot 17} = \frac{60}{2,4} = \frac{600}{24} = \frac{50}{2} = 25.$$

Отже, $BO = 5$ см.

$\triangle ABC$ — ортогональна проекція $\triangle AB_1C$ на площину нижньої основи. Тоді $S_{AB_1C} = \frac{S_{ABC}}{\cos \alpha}$.

$$\text{Знайдемо } \cos \alpha. \text{ Оскільки } 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \text{ то } \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}.$$

α - гострий кут, тому

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (2,4)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{12}{5}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{5^2 + 12^2}{5^2}}} = \\ &= \frac{5}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{5}{\sqrt{169}} = \frac{5}{13}. \end{aligned}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BO \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 17 = \frac{85}{2} \text{ (см}^2\text{)}.$$

$$S_{AB_1C} = \frac{\frac{85}{2}}{\frac{5}{13}} = \frac{85 \cdot 13}{2 \cdot 5} = \frac{17 \cdot 13}{2} = \frac{221}{2} = 110,5 \text{ (см}^2\text{)}.$$

33

Знайдіть *найменше* ціле значення параметра a , при якому рівняння $\sqrt{x^2 - 5x} + \sqrt{x^2 - 9x + 20} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{x - 5}$ має два корені.

Ви відповіли правильно: 11

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\sqrt{x(x-5)} + \sqrt{(x-4)(x-5)} = \sqrt{a}\sqrt{x-5}.$$

Знайдемо область допустимих значень змінної x :

$$\begin{cases} x(x-5) \geq 0, \\ (x-4)(x-5) \geq 0, \\ x-5 \geq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; 0] \cup [5; +\infty), \\ x \in (-\infty; 4] \cup [5; +\infty), \\ x \in [5; +\infty). \end{cases}$$

Тобто, $x \in [5; +\infty)$.

Бачимо також, що $a \geq 0$. Тоді:

$$\sqrt{x}\sqrt{x-5} + \sqrt{x-4}\sqrt{x-5} = \sqrt{a}\sqrt{x-5};$$

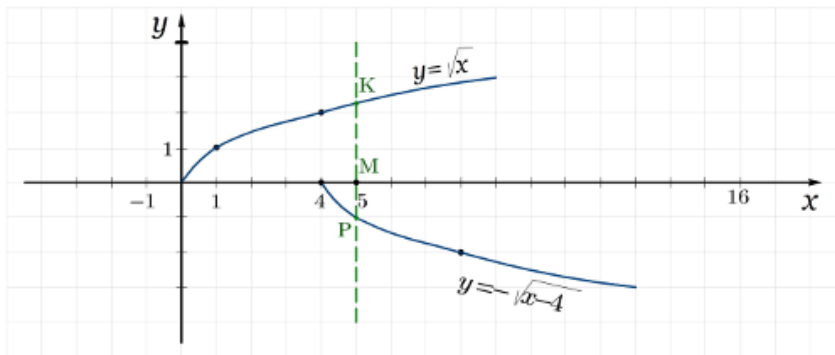
$$\sqrt{x-5}(\sqrt{x} + \sqrt{x-4}) = \sqrt{a}\sqrt{x-5};$$

$$\sqrt{x-5}(\sqrt{x} + \sqrt{x-4} - \sqrt{a}) = 0.$$

Очевидно, що $x = 5$ є коренем даного рівняння.

Розглянемо рівняння $\sqrt{x} + \sqrt{x-4} = \sqrt{a}$.

Запишемо його у вигляді: $\sqrt{x} - \sqrt{a} = -\sqrt{x-4}$.



Коренем рівняння $\sqrt{x} - \sqrt{a} = -\sqrt{x-4}$ є абсциса точки перетину графіків функцій $y = -\sqrt{x-4}$ і $y = \sqrt{x} - \sqrt{a}$.

$\sqrt{a} \geq 0$, тому графік функції $y = \sqrt{x} - \sqrt{a}$ одержимо зміщенням графіка функції $y = \sqrt{x}$ на величину $\sqrt{a}$ вниз вздовж осі Oy .

Оскільки ми розглядаємо $x \geq 5$, то найменше значення $\sqrt{a}$, при якому графіки перетнуться:

$$\sqrt{a} = KP = KM + MP = \sqrt{5} + 1;$$

$$\sqrt{5} + 1 = \sqrt{a};$$

$$\text{тоді: } (\sqrt{5} + 1)^2 = a;$$

$a = 5 + 2\sqrt{5} + 1 = 6 + 2\sqrt{5} < 11$, тому найменше ціле значення параметра a , при якому графіки перетнуться, рівне 11.

Отже, найменше ціле значення параметра a , при якому рівняння

$$\sqrt{x^2 - 5x} + \sqrt{x^2 - 9x + 20} = \sqrt{a}\sqrt{x-5}$$
 має два корені, рівне 11.