

Тест ЗНО з математики.

Результат

100% :)

Тестовий бал ?

56 із 56

Рейтинговий бал ?

200.0

Витрачено часу: 4 хвилини

[Ще раз](#) [Інший варіант](#) [Статистика](#)

Поділитися...

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

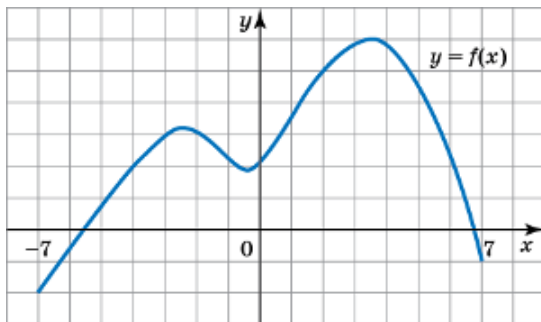
34

35

36

1

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на відрізку $[-7; 7]$. Користуючись рисунком, знайдіть $f(2)$.



А -4

Б 0

В 6

Г 2

Д 5

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$f(2) = 5.$$

2

$$-2xy^2 - (3xy^2 - 2x^2y) =$$

- ☒ А $-5xy^2 + 2x^2y$
- ☐ Б $-5xy^2 - 2x^2y$
- ☐ В $xy^2 - 2x^2y$
- ☐ Г $-6xy^2 + 2x^2y$
- ☐ Д $-3xy^2$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$-2xy^2 - (3xy^2 - 2x^2y) = -\underline{2xy^2} - \underline{3xy^2} + 2x^2y = -5xy^2 + 2x^2y.$$

3

Задано точки $K(0; 1; 0)$ і $M(0; 0; 1)$. Знайдіть координати вектора $\vec{KM}$.

- ☐ А $\vec{KM}(0; 1; 1)$
- ☒ Б $\vec{KM}(0; -1; 1)$
- ☐ В $\vec{KM}(0; 1; -1)$
- ☐ Г $\vec{KM}(2; 0; 0)$
- ☐ Д $\vec{KM}(0; 0; 0)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Від координат точки M віднімаємо відповідні координати точки K : $\vec{KM}(0; -1; 1)$.

4

Блок соціальної реклами складається з 4 рекламних роликів: про шкідливість куріння, про охорону навколишнього середовища, про дотримання правил дорожнього руху та про велосипедне місто. Ролик про шкідливість куріння заплановано показати двічі — першим і останнім, а інші три ролики —

по одному разу. Скільки всього існує варіантів формування цього блоку соціальної реклами за зазначеним порядком рекламних роликів?

- ☒ А 6
- ☐ Б 8
- ☐ В 12
- ☐ Г 24
- ☐ Д 120

Ви відповіли правильно

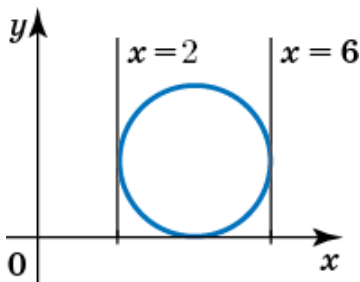
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Оскільки черговість ролика про шкідливість паління фіксована, залишилось порахувати кількість перестановок трьох інших роликів: $P_3 = 3! = 6$.

5

На координатній площині xy зображено коло, яке дотикається до прямих $x = 2$, $x = 6$ та осі x (див. рисунок). Визначте координати точки, яка є центром цього кола.



- ☐ А (4; 1)
- ☐ Б (6; 2)
- ☐ В (4; 4)
- ☐ Г (2; 4)
- ☒ Д (4; 2)

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Діаметр кола обмежено двома заданими прямими, отже, його радіус дорівнює $\frac{6 - 2}{2} = 2$. Таким чином, центр кола розташований на дві одиниці правіше від прямої $x = 2$ і на дві одиниці вище осі x , тобто має координати (4; 2).

Розв'яжіть рівняння $\frac{1}{2x} = \frac{1}{2-3x}$.

- ☐ А -2
- ☐ Б -0,4
- ☐ В 2,5
- ☒ Г 0,4
- ☐ Д 2

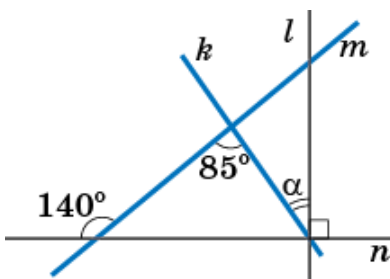
Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{aligned} \frac{1}{2x} &= \frac{1}{2-3x}, \\ \frac{1}{2x} - \frac{1}{2-3x} &= 0, \\ \frac{2-3x-2x}{2x(2-3x)} &= 0, \\ \frac{2-5x}{2x(2-3x)} &= 0, \\ x &= 0,4. \end{aligned}$$

Прямі k , l , m і n лежать в одній площині (див. рисунок). Визначте градусну міру кута α .



- ☐ А 15°
- ☐ Б 25°
- ☒ В 35°
- ☐ Г 45°
- ☐ Д 55°

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

$\angle EAC$ є зовнішнім кутом трикутника ABC , а отже, дорівнює сумі $\angle ABC$ і $\angle ACB$:

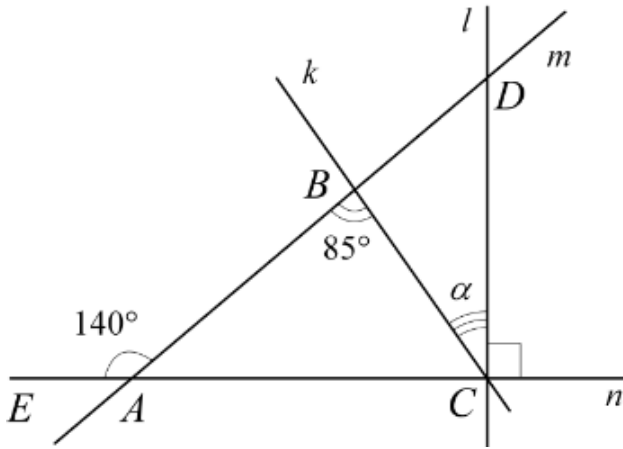
$$140^\circ = 85^\circ + \angle ACB,$$

$$\angle ACB = 140^\circ - 85^\circ = 55^\circ.$$

$$\angle ACD = \angle ACB + \alpha,$$

$$90^\circ = 55^\circ + \alpha,$$

$$\alpha = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ.$$



8

Розв'яжіть систему $\begin{cases} 4y = 6x, \\ x - y = 12. \end{cases}$ Якщо $(x_0; y_0)$ — розв'язок цієї системи, то $x_0 =$

- ☒ А -24.
- ☐ Б 36.
- ☐ В 4,8.
- ☐ Г 7,2.
- ☐ Д -36.

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{cases} 4y = 6x, \\ x - y = 12, \end{cases} \quad \begin{cases} 4y = 6x, \\ x = 12 + y, \end{cases} \quad \begin{cases} 4y = 72 + 6y, \\ x = 12 + y, \end{cases} \quad \begin{cases} y = -36, \\ x = 12 + y, \end{cases} \quad \begin{cases} y = -36, \\ x = -24. \end{cases}$$

Отже, $x_0 = -24$.

9

$$\sqrt{(-2)^2} + \sqrt[3]{(-3)^3} =$$

- ☐ А -23
- ☐ Б -5
- ☒ В -1
- ☐ Г 1
- ☐ Д 5

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\sqrt{(-2)^2} + \sqrt[3]{(-3)^3} = |-2| + (-3) = 2 - 3 = -1.$$

10

Спростіть вираз $\frac{a^2 - 1}{1 - \frac{1}{a}}$.

- ☐ А $a(a - 1)$
- ☐ Б $-a^3$
- ☐ В $-a(a + 1)$
- ☐ Г $\frac{a + 1}{a}$
- ☒ Д $a(a + 1)$

Ви відповіли правильно

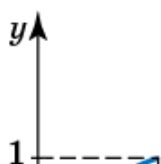
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

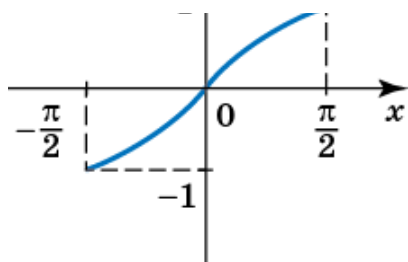
$$\frac{a^2 - 1}{1 - \frac{1}{a}} = \frac{a^2 - 1}{\frac{a - 1}{a}} = \frac{a \cancel{(a - 1)} (a + 1)}{\cancel{a - 1}} = a(a + 1).$$

11

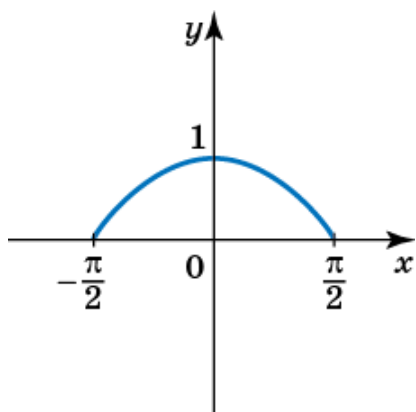
На якому з рисунків зображено фрагмент графіка функції $y = \cos(x + 2\pi)$ на проміжку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$?



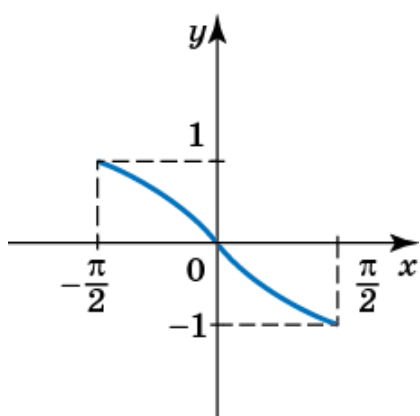
А



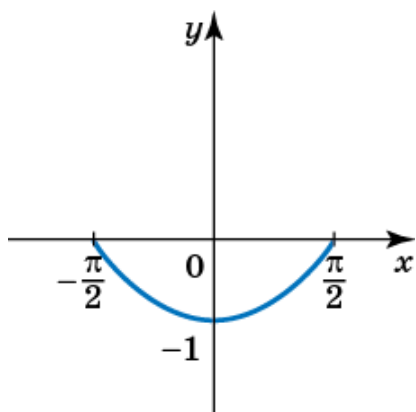
Б



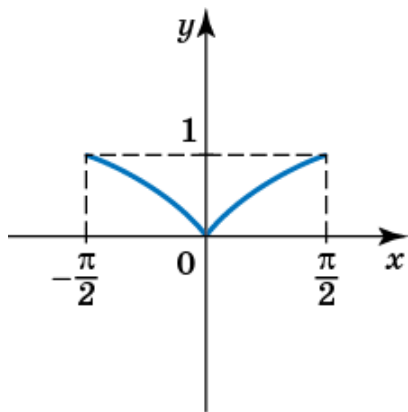
В



Г



Д



Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Оскільки число 2π є періодом функції $f(x) = \cos x$, то $y = \cos(x + 2\pi)$. Фрагмент косинусоїди зображено на рисунку Б.

12

У геометричній прогресії (b_n) $b_1 = \frac{1}{2}$, $b_2 = \frac{1}{4}$. Визначте b_4 .

- ☐ А $-\frac{1}{4}$
- ☐ Б 2
- ☐ В 4
- ☒ Г $\frac{1}{16}$
- ☐ Д $\frac{1}{32}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

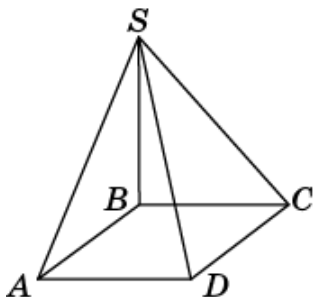
[Приховати пояснення](#)

Знаменник геометричної прогресії $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$;

$$b_4 = b_1 q^3 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{16}.$$

13

З вершини B квадрата $ABCD$ проведено перпендикуляр SB до площини цього квадрата (див. рисунок). Які з наведених тверджень є правильними?



I. $\angle SBA = 90^\circ$. II. $\angle SAD = \angle SDA$. III. $\angle SAD = 90^\circ$.

- ☐ А лише I
- ☐ Б лише I і II
- ☒ В лише I і III
- ☐ Г лише III
- ☐ Д I, II і III

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

I. Оскільки $SB \perp (ABCD)$, то $SB \perp AB$, отже $\angle SBA = 90^\circ$. Твердження правильне.

II. Оскільки $DA \perp (SAB)$ (див. III), то $\angle SAD = 90^\circ$. Оскільки $\angle SAD$ і $\angle SDA$ — кути одного трикутника ASD , то $\angle SAD \neq \angle SDA$. Твердження хибне.

III. Оскільки $ABCD$ — квадрат, то $AB \perp AD$; так як $SB \perp (ABCD)$, то $SB \perp AD$. Отже, $DA \perp (SAB)$ і $\angle SAD = 90^\circ$. Твердження правильне.

14

Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $3^x = \frac{1}{27}$?

- ☐ А $(-\infty; -5]$
- ☒ Б $(-5; -2]$
- ☐ В $(-2; 0]$
- ☐ Г $(0; 2]$
- ☐ Д $(2; +\infty)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$3^x = \frac{1}{27},$$

$$3^x = 3^{-3},$$

$$x = -3 \in (-5; -2].$$

15

Об'єм циліндра дорівнює $72\pi \text{ см}^3$. Знайдіть висоту цього циліндра, якщо радіус його основи дорівнює 3 см.

- ☐ А 24 см
- ☐ Б 12 см
- ☐ В 9 см
- ☒ Г 8 см
- ☐ Д 6 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Об'єм циліндра $V = \pi R^2 H$, де R — радіус основи, H — висота. Отже, $72\pi = \pi \cdot 3^2 \cdot H$, звідки $H = 8$ см.

16

Спростіть вираз $(1 - \cos^2 \alpha) \operatorname{ctg}^2 \alpha$.

- ☒ А $\cos^2 \alpha$
- ☐ Б $\sin 2\alpha$
- ☐ В $\frac{\sin^4 \alpha}{\cos^2 \alpha}$
- ☐ Г $\sin^2 \alpha$
- ☐ Д $\operatorname{tg}^2 \alpha$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$(1 - \cos^2 \alpha) \operatorname{ctg}^2 \alpha = \sin^2 \alpha \operatorname{ctg}^2 \alpha = \cancel{\sin^2 \alpha} \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\cancel{\sin^2 \alpha}} = \cos^2 \alpha.$$

17

Основою прямої призми є трикутник, довжини сторін якого відносяться як 2 : 3 : 4. Обчисліть площу бічної поверхні цієї призми, якщо площа найменшої бічної грані дорівнює 12 см^2 .

- ☐ А 42 см^2
- ☒ Б 54 см^2
- ☐ В 60 см^2
- ☐ Г 84 см^2
- ☐ Д 108 см^2

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Нехай сторони трикутника дорівнюють $2x$, $3x$, $4x$, бічне ребро призми — H . Бічні грані призми — прямокутники, площа найменшого з яких $2x \cdot H = 12$, $xH = 6 \text{ см}^2$. Площа бічної поверхні призми $S = (2x + 3x + 4x) \cdot H = 9xH = 54 \text{ см}^2$.

18

Розв'яжіть нерівність $x^3 \geq x^2$.

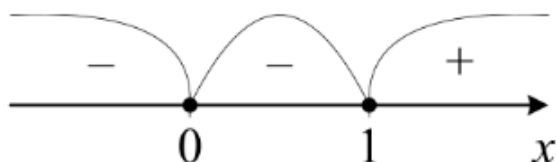
- ☐ А $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$
- ☐ Б $[0; 1]$
- ☐ В $[1; +\infty)$
- ☒ Г $\{0\} \cup [1; +\infty)$
- ☐ Д $[-1; +\infty)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

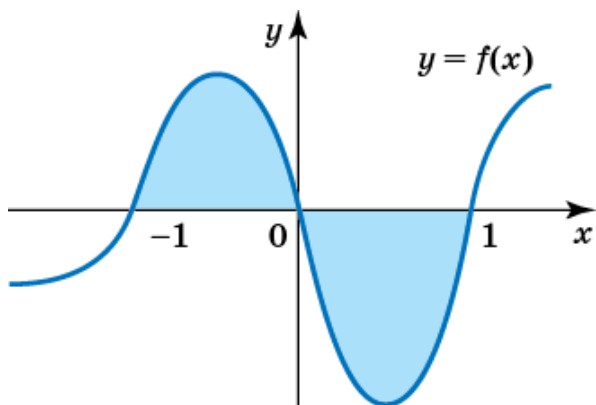
[Приховати пояснення](#)

$$\begin{aligned}
 x^3 &\geq x^2, \\
 x^3 - x^2 &\geq 0, \\
 x^2(x - 1) &\geq 0, \\
 x &\in \{0\} \cup [1; +\infty).
 \end{aligned}$$



19

На рисунку зображено графік неперервної функції $y = f(x)$. Укажіть формулу для обчислення площі зафарбованої фігури.



- ☐ А $\int_{-1}^1 f(x)dx$
- ☐ Б $2 \int_0^1 f(x)dx$
- ☐ В $\int_0^1 f(x)dx - \int_{-1}^0 f(x)dx$
- ☐ Г $2 \int_{-1}^0 f(x)dx$
- ☒ Д $\int_{-1}^0 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

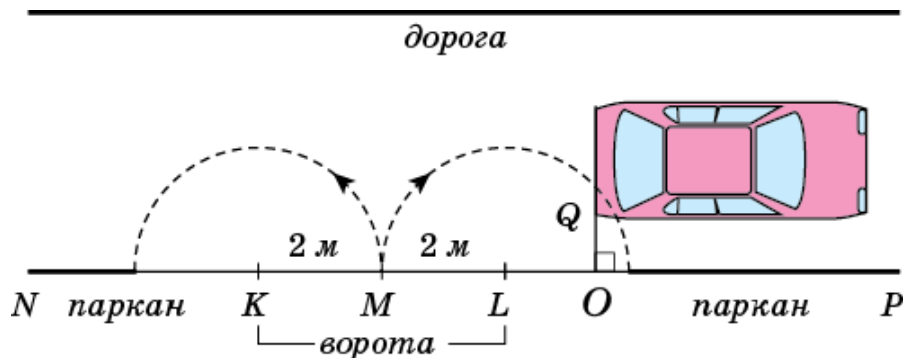
Очевидно, що функція не є непарною, отже, шукана площа:

$$S = \int_{-1}^0 f(x)dx + \int_0^1 (-f(x))dx = \int_{-1}^0 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx.$$

20

Автомобіль рухався дорогою паралельно паркану NP і зупинився біля закритих воріт KL так, як зображено на рисунку. Відомо, що розмах ступки воріт LM становить 2 м, $OQ = 1$ м. Укажіть найменшу з наведених довжину відрізка LO , при якій ступка LM не зачепить автомобіль за умови повного відкривання воріт.

Уважайте, що ворота перпендикулярні до площини дороги і мають прямокутну форму. Товщиною ступок знехтуйте.



- ☐ А 1,6 м
☐ Б 1,7 м
☒ В 1,8 м
☐ Г 1,9 м
☐ Д 2 м

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Для того, щоб ступка воріт не чіпляла автомобіль, відстань LQ має бути більшою за розмах ступки. З прямокутного трикутника LOQ : $LO^2 + OQ^2 = LQ^2 > LM^2 = 4$, звідки $LO^2 + 1 > 4$, $LO > \sqrt{3} \approx 1,73$ см. Найменше з наведених значення, більше за $\sqrt{3}$ см, — це 1,8 см.

21

До кожного початку речення (1—4), де $a > 0$, $b > 0$, доберіть його закінчення (А—Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

Закінчення речення

- ☐ 1 Якщо $\log_2 a = 2 \log_2 b$, то
☐ 2 Якщо $a^3 = 8b^3$, то
☐ 3 Якщо $\sqrt{a} = 2\sqrt{b}$, то
☐ 4 Якщо $2^a = 4 \cdot 2^b$, то

- ☐ А $a = 2b$.
☐ Б $a = 2 + b$.
☐ В $a = 4b$.
☐ Г $a = b^2$.
☐ Д $a = \sqrt{2b}$.

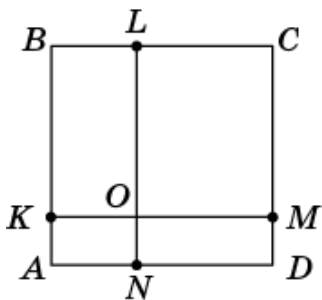
	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☒	☐
2	☒	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☒	☐	☐
4	☐	☒	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

1. $\log_2 a = 2 \log_2 b, \log_2 a = \log_2 b^2, a = b^2$.
2. $a^3 = 8b^3, a = 2b$.
3. $\sqrt{a} = 2\sqrt{b}, a = 4b$.
4. $2^a = 4 \cdot 2^b, 2^a = 2^2 \cdot 2^b, 2^a = 2^{2+b}, a = 2 + b$.

На сторонах квадрата $ABCD$ задано точки K, L, M і N так, що $KM \parallel AD, LN \parallel CD$ (див. рисунок). Відрізки KM і LN перетинаються в точці O . $OL = 8, OM = 6, ON = 2$. До кожного початку речення (1—4) доберіть його закінчення (А—Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



Початок речення

- 1 Довжина відрізка OK дорівнює
- 2 Радіус кола, описаного навколо прямокутника $OLCM$, дорівнює
- 3 Довжина середньої лінії трапеції $OBCM$ дорівнює
- 4 Довжина відрізка AP , де P — точка перетину бісектриси кута NOM зі стороною AD , дорівнює

Закінчення речення

- А 4.
- Б 5.
- В 6.
- Г 8.
- Д 10.

	А	Б	В	Г	Д
1	☒	☐	☐	☐	☐
2	☐	☒	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☒	☐
4	☐	☐	☒	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

1. $KM = LN = OL + ON = 8 + 2 = 10, OK = KM - OM = 10 - 6 = 4$.
2. Діаметр кола $OC = \sqrt{OL^2 + OM^2} = \sqrt{64 + 36} = 10$, отже, радіус кола дорівнює 5.

3. $BC = KM = 10$, отже, середня лінія трапеції дорівнює $\frac{BC + OM}{2} = \frac{10 + 6}{2} = 8$.
4. Оскільки $\angle NOM$ прямий, то трикутник NOP рівнобедрений і $NO = NP = 2$.
 $AP = AN + NP = KO + NP = 4 + 2 = 6$.

23

Установіть відповідність між твердженням (1—4) та функцією (А—Д), для якої це твердження є правильним.

Твердження

Функція

- 1 графік функції проходить через точку $(0; 1)$
- 2 найменшого значення функція набуває в точці $x = -2$
- 3 областю визначення функції є множина $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$
- 4 графік функції симетричний відносно осі y

- А $y = \frac{2}{x-2}$
- Б $y = (x+2)^2$
- В $y = 3^x$
- Г $y = |x|$
- Д $y = x^3$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☒	☐	☐
2	☐	☒	☐	☐	☐
3	☒	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☒	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1. Графік функції $y = 3^x$ проходить через точку $(0; 1)$.
2. Найменшого значення в точці $x = -2$ набуває функція $y = (x+2)^2$.
3. Задана множина є областю визначення функції $y = \frac{2}{x-2}$.
4. Відносно осі y симетричний графік функції $y = |x|$.

24

У шкільній олімпіаді з географії взяли участь 20 учнів десятих класів. Бали, набрані учасниками олімпіади, утворили певний ряд даних, на основі якого склали його статистичний розподіл частот:

Бал	5	7	9	10	12	15	16	18
Частота бала	3	4	2	1	5	3	1	1

За цим статистичним розподілом частот установіть відповідність між характеристикою ряду даних (1—4) та її числовим значенням (А—Д).

Характеристика ряду даних

Числове значення характеристики

- 1 розмах
2 мода
3 медіана
4 середнє значення

- А 10,5
Б 11
В 11,5
Г 12
Д 13

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☒
2	☐	☐	☐	☒	☐
3	☐	☒	☐	☐	☐
4	☒	☐	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1. Різниця між найбільшим і найменшим значеннями ряду дорівнює $18 - 5 = 13$.
2. Найчастіше у ряду зустрічається число 12.
3. Оскільки кількість балів 20 — парне число, то медіаною буде середнє значення 10-го і 11-го членів ряду, впорядкованого за зростанням: $\frac{10 + 12}{2} = 11$.
4. Середнє значення дорівнює $\frac{3 \cdot 5 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 9 + 1 \cdot 10 + 5 \cdot 12 + 3 \cdot 15 + 1 \cdot 16 + 1 \cdot 18}{20} = \frac{210}{20} = 10,5$.

25

У ромбі $ABCD$ з вершини тупого кута D до сторони BC проведено перпендикуляр DK .
 $BK = 4$ см, $KC = 6$ см.

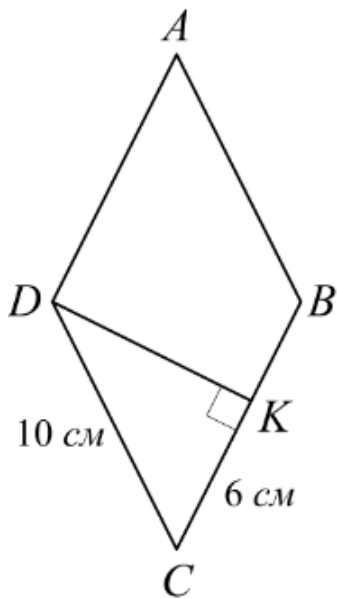
Визначте довжину перпендикуляра DK (у см).

Ви відповіли правильно: 8

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$CD = BC = BK + KC = 4 + 6 = 10$ см. З прямокутного трикутника CDK :
 $DK = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ см.



26

Текст до цього завдання дивіться в питанні [25](#).
Обчисліть площу ромба $ABCD$ (y см^2).

Ви відповіли правильно: 80

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$S_{ABCD} = DK \cdot BC = 8 \cdot 10 = 80 \text{ см}^2.$$

27

Якщо додатні числа x і y задовольняють умову $\frac{x}{y} = \frac{1}{4}$, то:

$$\frac{x+y}{y} =$$

Ви відповіли правильно: 1,25

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{x+y}{y} = \frac{x}{y} + 1 = \frac{1}{4} + 1 = 1,25.$$

28

Текст до цього завдання дивіться в питанні [27](#).
 $\log_2 x - \log_2 y =$

Ви відповіли правильно: -2

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\log_2 x - \log_2 y = \log_2 \frac{x}{y} = \log_2 \frac{1}{4} = \log_2 2^{-2} = -2.$$

29

Визначте вартість (у грн) спожитої за місяць користувачем пільгової категорії електроенергії (див. фрагмент квитанції).

Пільга (%), ліміт (кВт · год) <i>25% при нормі 75 кВт · год</i>				
Поточні показання, кВт · год	Попередні показання, кВт · год	Спожито, кВт · год	Тариф, грн	Сума до сплати, грн
<i>6275</i>	<i>6160</i>	<i>115</i>	<i>0,28</i>	<i>?</i>

Урахуйте те, що тариф (вартість однієї кВт · год) становить 0,28 грн. Надана цьому користувачеві пільга полягає в тому, що за 75 кВт · год зі спожитих за місяць користувач сплачує на 25 % менше від їхньої вартості за тарифом.

Ви відповіли правильно: 26,95

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Зі спожитих 115 кВт · год електроенергії $115 - 75 = 40$ кВт · год сплачуються за звичайним тарифом і пільгових 75 кВт · год сплачуються за тарифом $\frac{3}{4} \cdot 0,28 = 0,21$ грн. Отже, сума до сплати становитиме $40 \cdot 0,28 + 75 \cdot 0,21 = 11,2 + 15,75 = 26,95$ грн.

30

Графік функції $y = \sqrt{2x^2 + x + 1}$ проходить через точку $(x_0; 4)$, де $x_0 > 0$. Обчисліть x_0 .

Ви відповіли правильно: 2,5

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Підставимо координати точки у рівняння функції:

$$4 = \sqrt{2x_0^2 + x_0 + 1},$$

$$2x_0^2 + x_0 + 1 = 16,$$

$$2x_0^2 + x_0 - 15 = 0.$$

Дискримінант цього квадратного рівняння $D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 15 = 121$, корені $x_0 = \frac{-1 \pm 11}{4}$.

Оскільки $x_0 > 0$, то $x_0 = \frac{-1 + 11}{4} = 2,5$.

Обчисліть значення виразу $2 \sin \alpha \cos \alpha$, якщо $\sin \alpha + \cos \alpha = 1,2$.

Ви відповіли правильно: 0,44

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{aligned}\sin \alpha + \cos \alpha &= 1,2, \\ (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 &= 1,44, \\ \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha &= 1,44, \\ (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha &= 1,44, \\ 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha &= 1,44, \\ 2 \sin \alpha \cos \alpha &= 0,44.\end{aligned}$$

Розв'яжіть нерівність $x^2 + 2^{\log_2(-2x)} - 15 < 0$. У відповіді запишіть суму всіх цілих розв'язків цієї нерівності.

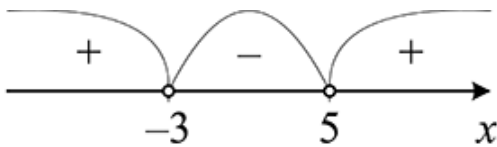
Ви відповіли правильно: -3

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

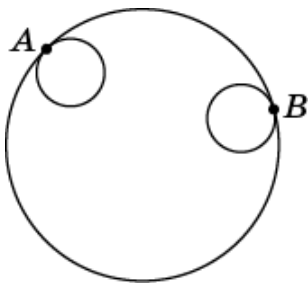
$$\begin{aligned}x^2 + 2^{\log_2(-2x)} - 15 &< 0, \\ \begin{cases} x^2 - 2x - 15 < 0, \\ x < 0, \end{cases} &\quad \begin{cases} (x+3)(x-5) < 0, \\ x < 0, \end{cases} &\quad \begin{cases} x \in (-3; 5), \\ x < 0, \end{cases} &\quad x \in (-3; 0).\end{aligned}$$

Цілі розв'язки нерівності — числа -2 та -1 , їх сума дорівнює -3 .



Два кола, радіус кожного з яких дорівнює 2 см, дотикаються зсередини до кола радіусом 8 см у точках A і B відповідно (див. рисунок). Визначте відстань (у см) між центрами цих рівних кіл, якщо $AB = 10$ см.

Уважайте, що всі кола лежать в одній площині.



Ви відповіли правильно: 7,5

Бали: 2 із 2

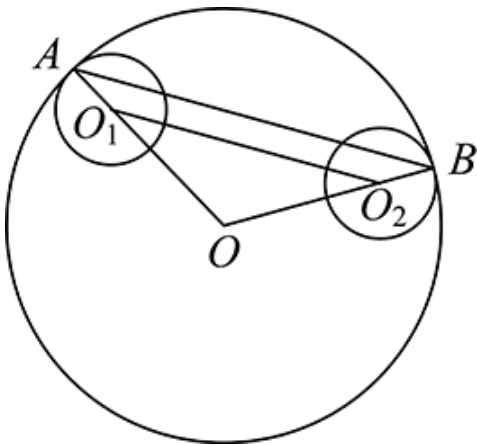
[Приховати пояснення](#)

Нехай O_1 і O_2 — центри маленьких кіл. $O_1O_2 \parallel AB$, трикутники OAB і OO_1O_2 подібні:

$$\frac{OO_1}{OA} = \frac{O_1O_2}{AB},$$

$$\frac{8-2}{8} = \frac{O_1O_2}{10},$$

$$O_1O_2 = \frac{6 \cdot 10}{8} = 7,5 \text{ см.}$$



34

Усі вершини трапеції $ABCD$ належать графіку функції $y = 36 - x^2$, побудованому в прямокутній декартовій системі координат. Більша основа AD лежить на осі x . Яку найбільшу площу може мати трапеція $ABCD$?

Ви відповіли правильно: 256

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Нехай точка C має координати $(x; 36 - x^2)$. Тоді $BC = 2x$, висота $CH = 36 - x^2$. Площа трапеції:

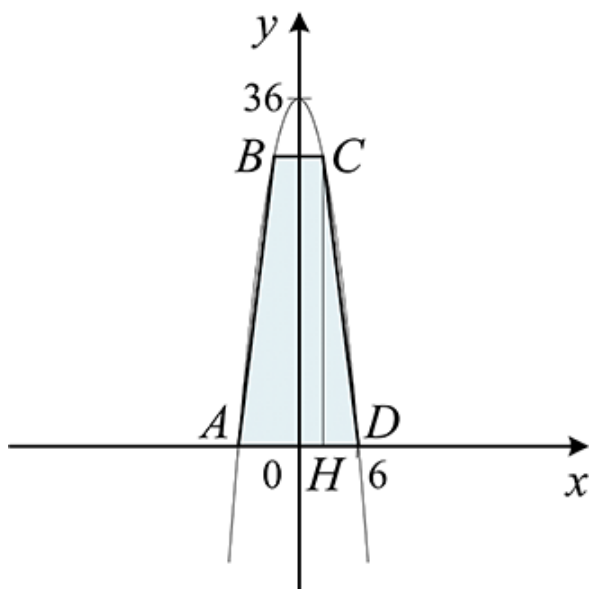
$$S_{ABCD} = \frac{2x + 12}{2} \cdot (36 - x^2) = (x + 6)^2(6 - x).$$

Знайдемо максимум функції $S(x) = (6 + x)^2(6 - x)$.

$S'(x) = 2(6+x)(6-x) - (6+x)^2 = (6+x)(12-2x-6-x) = (6+x)(6-3x) = 0$
критичні точки $x = -6$ і $x = 2$.

x	$x < -6$	$x = -6$	$-6 < x < 2$	$x = 2$	$x > 2$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$\searrow$	min	$\nearrow$	max	$\searrow$

Отже, максимального значення функція $S(x)$ набуває у точці $x_0 = 2$. Найбільша площа дорівнює $S(2) = (2+6)^2(6-2) = 64 \cdot 4 = 256$.



35

У конус вписано піраміду, основою якої є прямокутний трикутник. Бічна грань, що містить один з катетів основи, утворює з площиною основи кут 60° . Знайдіть об'єм піраміди (у см^3), якщо твірна конуса дорівнює 9 см і нахилена до площини основи під кутом 45° .

Ви відповіли правильно: 81

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Нехай ABC — прямокутний трикутник у основі піраміди $\angle C = 90^\circ$ см, $SA = 9$ см, $\angle SHO = 60^\circ$, $\angle SAO = 45^\circ$. Прямокутний трикутник ASO — рівнобедрений,

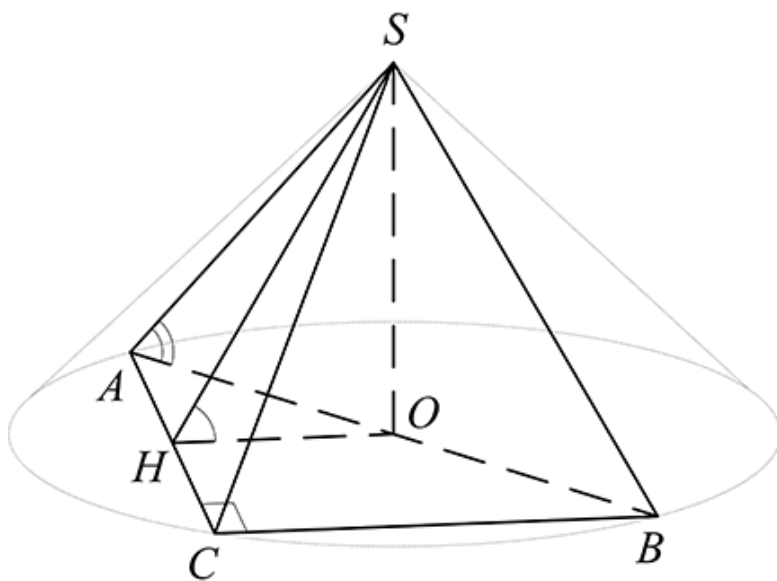
$$AO = SO = \frac{AS}{\sqrt{2}} = \frac{9}{\sqrt{2}} \text{ см. З трикутника } SHO:$$

$$HO = SO \operatorname{ctg} 60^\circ = \frac{9}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \text{ см.}$$

$$\text{Так як } OH \text{ — середня лінія трикутника } ABC, \text{ то катет } BC = 2HO = 2 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{6} \text{ см.}$$

$$\text{Гіпотенуза } AB = 2AO = 9\sqrt{2} \text{ см, отже, інший катет } AC = \sqrt{(9\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{6})^2} = 6\sqrt{3} \text{ см.}$$

$$\text{Об'єм піраміди } V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{6} \cdot \frac{9}{12} \text{ см}^3.$$



36

Знайдіть *найбільше* значення параметра a , при якому система рівнянь

$$\begin{cases} (2a - 1) \sin x + \cos x = 2, \\ a \sin x + (2a - 1) \cos x = a + 1 \end{cases} \text{ має безліч розв'язків.}$$

Ви відповіли правильно: 1,5

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{aligned} & \begin{cases} (2a - 1) \sin x + \cos x = 2, \\ a \sin x + (2a - 1) \cos x = a + 1, \end{cases} \\ & \begin{cases} \cos x = 2 - (2a - 1) \sin x, \\ a \sin x + (2a - 1)(2 - (2a - 1) \sin x) = a + 1, \end{cases} \\ & \begin{cases} \cos x = 2 - (2a - 1) \sin x, \\ (a - (2a - 1)^2) \sin x = a + 1 - 2(2a - 1), \end{cases} \\ & \begin{cases} \cos x = 2 - (2a - 1) \sin x, \\ (4a^2 - 5a + 1) \sin x = 3a - 3, \end{cases} \\ & \begin{cases} \cos x = 2 - (2a - 1) \sin x, \\ (a - 1)(4a - 1) \sin x = 3(a - 1). \end{cases} \end{aligned}$$

Зауважимо, що при $a = \frac{1}{4}$ друге рівняння системи не має розв'язків; при $a = 1$ друге рівняння системи перетворюється на тотожність, а перше перетворюється на $\sin x + \cos x = 2$, що не має розв'язків.

$$\begin{cases} \cos x = 2 - (2a - 1) \sin x, \\ \sin x = \frac{3}{4a - 1}, \end{cases} \quad \begin{cases} \cos x = \frac{2a + 1}{4a - 1}, \\ \sin x = \frac{3}{4a - 1}. \end{cases}$$

Для того, щоб система мала розв'язки, має виконуватись основна тригонометрична тотожність $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$:

$$\left(\frac{3}{4a-1}\right)^2 + \left(\frac{2a+1}{4a-1}\right)^2 = 1,$$

$$9 + 4a^2 + 4a + 1 = 16a^2 - 8a + 1,$$

$$4a^2 - 4a - 3 = 0,$$

$$(2a-3)(2a+1) = 0.$$

Отже, система має розв'язки при $a = -0,5$ і при $a = 1,5$, з яких найбільше значення $a = 1,5$.