

Тест ЗНО з математики.

Результат

100% :)

Тестовий бал ?

56 із 56

Рейтинговий бал ?

200.0

Витрачено часу: 3 хвилини

[Ще раз](#) [Інший варіант](#) [Статистика](#)

Поділитися...

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

Укажіть запис числа 0,351 у стандартному вигляді.

1

А $3,51 \cdot 10^{-1}$

Б $3,51 \cdot 10^1$

В $3,51 \cdot 10^{-2}$

Г $3,51 \cdot 10^2$

Д $3,51 \cdot 10^{-3}$

Ви відповіли правильно

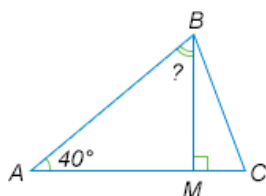
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Очевидно, що $0,351 = \frac{3,51}{10} = 3,51 \cdot 10^{-1}$.

2

У трикутнику ABC проведено висоту BM (див. рисунок). Визначте градусну міру кута MBA , якщо $\angle A = 40^\circ$.



- ☐ А 20°
- ☐ Б 45°
- ☒ В 50°
- ☐ Г 60°
- ☐ Д 90°

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Розглянемо прямокутний трикутник AMB ($\angle M = 90^\circ$): $\angle MBA = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$.

3

Розв'яжіть рівняння $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 2$.

- ☐ А 1,2
- ☐ Б 5
- ☐ В 12
- ☒ Г 2,4
- ☐ Д 0,4

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 2, \frac{3x + 2x}{6} = 2, 5x = 12, x = 2,4.$$

4

Яка з наведених послідовностей є геометричною прогресією, знаменник якої $q < 0$?

- ☐ А $-25; 20; -15; 10$
- ☐ Б $-80; -40; -20; -10$
- ☐ В $30; 10; -10; -30$
- ☒ Г $10; -20; 40; -80$
- ☐ Д $-15; -30; -45; -60$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

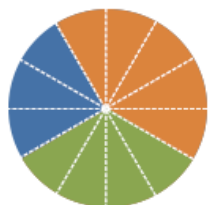
[Приховати пояснення](#)

Оскільки знаменник геометричної прогресії $q < 0$, то ця прогресія знакозмінна — отже, шукана відповідь А або Г. Але

послідовність A не є геометричною прогресією: $\frac{20}{-25} = -\frac{4}{5} \neq -\frac{3}{4} = \frac{-15}{20}$.

5

На круговій діаграмі (круг поділено пунктирними лініями на рівні сектори) показано розподіл кількості столів, які продано магазином протягом місяця (див. рисунок). Загальна кількість проданих столів за цей період становила 108. Скільки було серед них журнальних столів?



- письмові столи
- журнальні столи
- кухонні столи

- ☐ А 9
- ☐ Б 18
- ☒ В 27
- ☐ Г 36
- ☐ Д 54

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Кількість журнальних столів на діаграмі відповідає 3 секторам з 12, тобто дорівнює $\frac{3}{12} \cdot 108 = 27$.

6

Якщо число b становить 47 % від додатного числа a , то $b =$

- ☐ А $\frac{47}{100 \cdot a}$.
- ☐ Б $\frac{100}{47 \cdot a}$.
- ☐ В $\frac{a}{47 \cdot 100}$.
- ☐ Г $\frac{a}{47} \cdot 100$.
- ☒ Д $\frac{a}{100} \cdot 47$.

Ви відповіли правильно

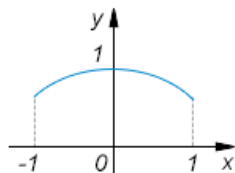
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

47 % відповідає $\frac{47}{100}$ числа.

7

На рисунку зображено фрагмент графіка однієї з наведених функцій на відрізку $[-1; 1]$. Укажіть цю функцію.



- ☐ А $y = -x^2$
- ☐ Б $y = \sin x$
- ☐ В $y = \operatorname{tg} x$
- ☒ Г $y = \cos x$
- ☐ Д $y = x^2$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

З графіка випливає, що значення функції в точці 0 дорівнює 1. Серед всіх наведених функцій це може бути тільки $y = \cos x$.

8

Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $3^x \cdot 4^x = \frac{1}{144}$.

- ☐ А $[-25; -5)$
- ☒ Б $[-5; -1)$
- ☐ В $[-1; 1)$
- ☐ Г $[1; 5)$
- ☐ Д $[5; 25)$

Ви відповіли правильно

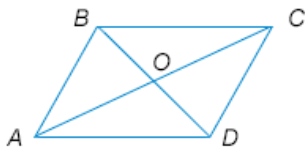
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$3^x \cdot 4^x = \frac{1}{144}, (3 \cdot 4)^x = (12^2)^{-1}, 12^x = 12^{-2}, x = -2 \in [-5; -1).$$

9

На рисунку зображено паралелограм $ABCD$, діагоналі якого перетинаються в точці O . Укажіть пару колінеарних векторів.



- ☐ А $\vec{AB}$ і $\vec{BC}$
- ☐ Б $\vec{AC}$ і $\vec{BD}$
- ☐ В $\vec{AO}$ і $\vec{OD}$
- ☒ Г $\vec{BO}$ і $\vec{BD}$
- ☐ Д $\vec{BC}$ і $\vec{BD}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Серед усіх наведених пар векторів немає таких, що лежать на паралельних прямих, проте пара $\vec{BO}$ і $\vec{BD}$ лежить на одній прямій.

10

Коло задано рівнянням $x^2 + y^2 = 9$. Визначте координати точки, яка належить колу, обмеженому цим колом.

- ☐ А $(\sqrt{2}; 5)$
- ☐ Б $(1; 3)$
- ☐ В $(4; 5)$
- ☐ Г $(3; 2)$
- ☒ Д $(2; \sqrt{3})$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Для координат точок, які належать указаному колу, виконується нерівність $x^2 + y^2 \leq 9$. Серед усіх наведених точок тільки координати точки $(2; \sqrt{3})$ задовольняють цю нерівність: $2^2 + (\sqrt{3})^2 = 4 + 3 = 7 \leq 9$.

11

Укажіть правильну нерівність, якщо $a = \sin 120^\circ$, $b = \cos 120^\circ$.

- ☐ А $0 < a < b$
- ☐ Б $a < 0 < b$
- ☐ В $a < b < 0$
- ☒ Г $b < 0 < a$
- ☐ Д $0 < b < a$

Ви відповіли правильно

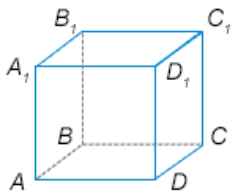
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Так як $a = \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $b = \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$, то $b < 0 < a$.

12

На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, ребро якого дорівнює 1 см. Обчисліть відстань від точки A до прямої $B_1 C_1$.



- ☐ А 1 см
- ☐ Б 2 см
- ☒ В $\sqrt{2}$ см
- ☐ Г 3 см
- ☐ Д 1,5 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Відстань від точки A до прямої $B_1 C_1$ — довжина перпендикуляра, проведеного з точки до прямої. Оскільки $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб, грані якого перпендикулярні, то перпендикуляром з точки A до $B_1 C_1$ буде діагональ грані AB_1 . Оскільки $AA_1 B_1 B$ — квадрат зі стороною 1 см, то $AB_1 = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ см.

13

Знайдіть усі значення x , при яких значення виразу $2 - 5x$ належить проміжку $(-3; 6)$.

- ☐ А $-1 < x < 0,8$
- ☒ Б $-0,8 < x < 1$
- ☐ В $0 < x < 9$
- ☐ Г $-1,6 < x < 0,2$
- ☐ Д $-0,2 < x < 1,6$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$-3 < 2 - 5x < 6$, $-5 < -5x < 4$, $-4 < 5x < 5$, $-0,8 < x < 1$.

Функція $y = f(x)$ зростає на проміжку $(-\infty; +\infty)$. Яке з наведених чисел може бути значенням цієї функції в точці $x = 8$, якщо $f(1) = -2$, $f(9) = 5$?

- ☐ А -8
- ☐ Б -3
- ☐ В -2
- ☒ Г 3
- ☐ Д 8

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

В умові сказано, що $x_1 = 1$, $f(x_1) = -2$, $x_2 = 9$, $f(x_2) = 5$.

Отже, оскільки функція f зростає на R , а точка $x = 8$ лежить між x_1 та x_2 , то і значення функції в цій точці лежить між $f(x_1)$ та $f(x_2)$: $-2 < f(8) < 5$, тобто $f(8) = 3$.

Довжина кола основи циліндра дорівнює 18π см. Визначте площу бічної поверхні цього циліндра, якщо його висота дорівнює 7 см.

- ☒ А $126\pi \text{ см}^2$
- ☐ Б $207\pi \text{ см}^2$
- ☐ В $252\pi \text{ см}^2$
- ☐ Г $288\pi \text{ см}^2$
- ☐ Д $567\pi \text{ см}^2$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Площа бічної поверхні циліндра обчислюється за формулою $S = 2\pi r \cdot h$, де r — радіус основи циліндра, а h — його висота. Оскільки довжина кола основи циліндра $l = 2\pi r = 18\pi$ см, то шукана площа бічної поверхні дорівнює $S = 18\pi \cdot 7 = 126\pi \text{ см}^2$.

$$|2 - \sqrt{5}| + |2 + \sqrt{5}| =$$

- ☐ А 4
- ☒ Б $2\sqrt{5}$
- ☐ В $4 + 2\sqrt{5}$
- ☐ Г $4 - 2\sqrt{5}$
- ☐ Д $2\sqrt{5} - 4$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Оскільки $2 < \sqrt{5}$, то $|2 - \sqrt{5}| = \sqrt{5} - 2$.

Так як $2 + \sqrt{5} > 0$, то $|2 + \sqrt{5}| = 2 + \sqrt{5}$. Тоді $|2 - \sqrt{5}| + |2 + \sqrt{5}| = \sqrt{5} - 2 + 2 + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$.

17

Точка M **не** належить площині α . Які з наведених тверджень є правильними?

- I. Через точку M можна провести лише одну площину, паралельну площині α .
- II. Через точку M можна провести лише одну площину, перпендикулярну до площини α .
- III. Через точку M можна провести лише одну площину, що перетинає площину α під кутом 45° .

- ☒ А лише I
- ☐ Б лише II
- ☐ В лише I і III
- ☐ Г лише II і III
- ☐ Д I, II і III

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Оскільки через точку поза цією площиною можна провести площину, паралельну їй, і до того ж тільки одну, то твердження I правильне.

Оскільки через задану точку, що не належить площині, можна провести одну і тільки одну пряму, перпендикулярну до цієї площини, а через цю пряму можна провести безліч різних площин, то твердження II хибне.

Оскільки через точку поза даною площиною можна провести до цієї площини безліч прямих під кутом 45° , а через кожну з них — площину, яка утворюватиме із цією площиною кут 45° , то твердження III хибне.

18

Знайдіть похідну функції $y = x^7 \ln x$.

- ☐ А $y' = 7x^5$
- ☒ Б $y' = 7x^6 \ln x + x^6$
- ☐ В $y' = x^6 \ln x + x^6$
- ☐ Г $y' = 7x^6 \ln x$
- ☐ Д $y' = 7x \ln x + x^6$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

За теоремою про похідну добутку маємо: $y'(x^7)' \cdot \ln x + x^7 \cdot (\ln x)' = 7x^6 \ln x + \frac{x^7}{x} = 7x^6 \ln x + x^6$.

19

Об'єм конуса дорівнює 64 см^3 . Через середину висоти цього конуса паралельно його основі проведено площину. Утворений переріз є основою меншого конуса, вершина якого збігається з вершиною заданого. Знайдіть об'єм меншого конуса.

- ☐ А 32 см^3
- ☐ Б 16 см^3
- ☐ В 12 см^3
- ☒ Г 8 см^3
- ☐ Д 4 см^3

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Об'єм більшого конуса $V_1 = \frac{1}{3} \pi r^2 H$, де r — радіус основи конуса, H — його висота, об'єм меншого конуса $V_2 = \frac{1}{3} \pi r^2 h$, де r — радіус основи конуса, h — його висота. Оскільки менший конус утворено перерізом, паралельним основі більшого конуса, проведеним через середину висоти, то

$$h = \frac{1}{2} H, \quad r = \frac{1}{2} R, \quad V_2 = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{R}{2} \right)^2 \cdot \left(\frac{H}{2} \right) = \frac{1}{8} \left(\frac{1}{3} \pi R^2 H \right) = \frac{1}{8} V_1 = 8 \text{ см}^3.$$

20

Розв'яжіть нерівність $3 + \log_2 x \geq 0$.

- ☒ А $\left[\frac{1}{8}; +\infty \right)$
- ☐ Б $\left(0; \frac{1}{8} \right]$
- ☐ В $\left(-\infty; \frac{1}{8} \right]$
- ☐ Г $[8; +\infty)$
- ☐ Д $[-6; +\infty)$

Ви відповіли правильно

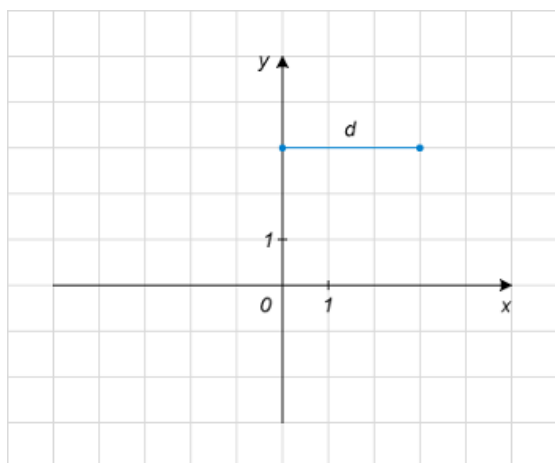
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\log_2 x \geq -3, \quad x \geq \frac{1}{8}.$$

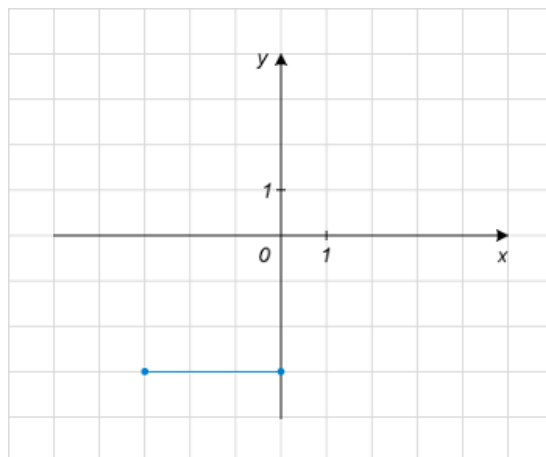
21

На рисунку зображено відрізок d на координатній площині xy . Установіть відповідність між відрізком (1—4) та рисунком (А—Д), на якому він зображений.

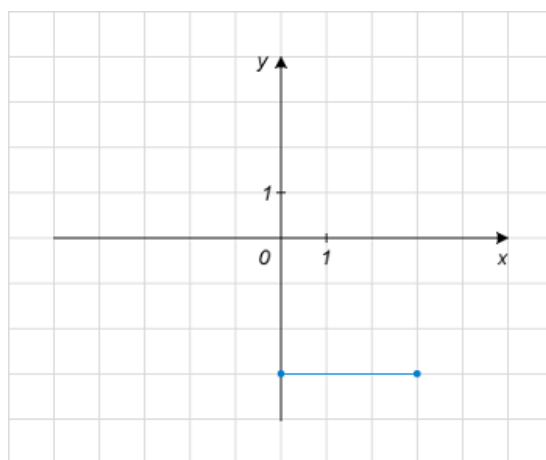


- 1 відрізок, симетричний відрізку d відносно осі x
- 2 відрізок, симетричний відрізку d відносно осі y
- 3 відрізок, симетричний відрізку d відносно точки O
- 4 відрізок, у який переходить відрізок d внаслідок повороту навколо точки O на кут 90° проти руху годинникової стрілки

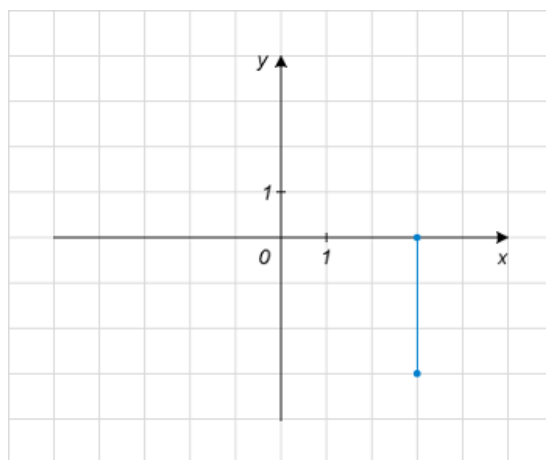
А



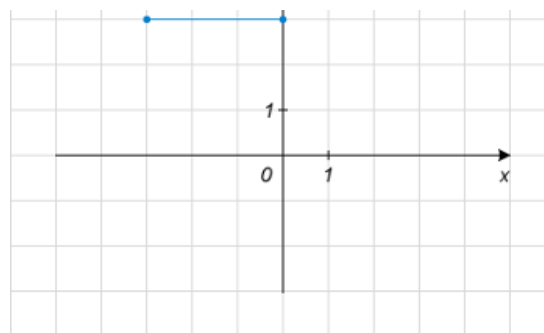
Б



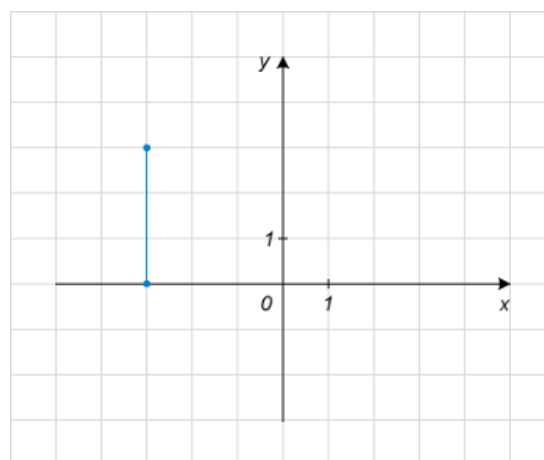
В



Г



Д



	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☒	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☒	☐
3	☒	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☒

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1. При симетрії відносно осі x абсциси відповідних точок рівні, а ординати протилежні, отже, лівий кінець $(0; 3)$ відрізка d перейде у точку $(0; -3)$, а правий кінець $(3; 3)$ — у точку $(3; -3)$.
2. При симетрії відносно осі y ординати відповідних точок рівні, а абсциси протилежні, отже, лівий кінець $(0; 3)$ відрізка d залишиться на місці, а правий кінець $(3; 3)$ перейде у точку $(-3; 3)$.
3. При симетрії відносно початку координат обидві координати відповідних точок протилежні, отже, лівий кінець $(0; 3)$ відрізка d перейде у точку $(0; -3)$, а правий кінець $(3; 3)$ — у точку $(-3; -3)$.
4. При повороті навколо точки O на кут 90° проти руху годинникової стрілки будь-яка точка M рухається у зазначеному напрямку дугою кола з центром O і радіусом OM , отже, лівий кінець $(0; 3)$ відрізка d перейде у точку $(-3; 0)$, а правий кінець $(3; 3)$ — у точку $(-3; 3)$.

Установіть відповідність між заданим виразом (1—4) та виразом, що йому тотожно дорівнює (А—Д), якщо $a \neq 0$; $a \neq 1$; $a \neq -1$.

1 $\frac{a}{a+1} \cdot \frac{a^2-1}{a}$

2 $a^2 + \frac{a^3-1}{1-a}$

3 $\frac{1-a}{a} : \frac{a^2-1}{a}$

4 $\frac{a-2}{a-1} - 1$

А $a-1$

Б $-a-1$

В $-\frac{1}{a+1}$

Г $-\frac{1}{a-1}$

Д $a+1$

	А	Б	В	Г	Д
1	☒	☐	☐	☐	☐
2	☐	☒	☐	☐	☐
3	☐	☐	☒	☐	☐
4	☐	☐	☐	☒	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1. $\frac{a}{a+1} \cdot \frac{a^2-1}{a} = \frac{a}{a+1} \cdot \frac{(a-1)(a+1)}{a} = a-1.$

2. $a^2 + \frac{a^3-1}{1-a} = a^2 + \frac{(a-1)(a^2+a+1)}{-(a-1)} = a^2 - a^2 - a - 1 = -a-1.$

3. $\frac{1-a}{a} : \frac{a^2-1}{a} = \frac{1-a}{a} \cdot \frac{a}{a^2-1} = \frac{-(a-1)}{a} \cdot \frac{a}{(a-1)(a+1)} = -\frac{1}{a+1}.$

4. $\frac{a-2}{a-1} - 1 = \frac{a-2-(a-1)}{a-1} = \frac{a-2-a+1}{a-1} = -\frac{1}{a-1}.$

23

З усіх натуральних чисел, більших за 9 і менших за 20, навмання вибирають одне число. Установіть відповідність між подією (1—4) та ймовірністю її появи (А—Д).

Подія

Ймовірність появи події

1 вибране число буде простим

А 0

2 вибране число буде двоцифровим

Б 0,2

3 вибране число буде дільником числа 5

В 0,3

4 сума цифр вибраного числа буде ділитися на 3

Г 0,4

Д 1

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☒	☐
2	☐	☐	☐	☐	☒
3	☒	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☒	☐	☐

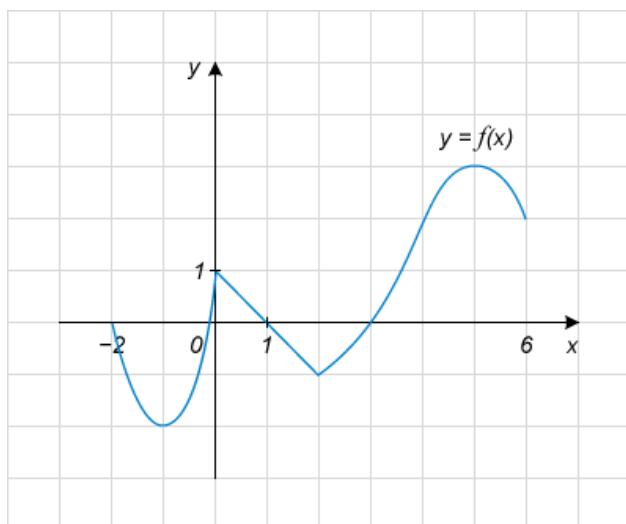
Приховати пояснення

Перерахуємо натуральні числа, більші за 9 і менші за 20. Це — 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 і 19. Кількість дорівнює 10.

1. Серед перерахованих чисел є чотири прості — 11, 13, 17 і 19, отже, ймовірність цієї події дорівнює $\frac{4}{10}$.
2. Усі перераховані числа є двоцифровими, отже, ймовірність цієї події дорівнює $\frac{10}{10}$, тобто 1.
3. Серед перерахованих чисел немає дільників числа 5, отже, ймовірність цієї події дорівнює 0.
4. Серед перерахованих чисел тільки у 12, 15 і 18 сума цифр ділиться на 3, отже, ймовірність цієї події дорівнює $\frac{3}{10}$.

24

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на відрізку $[-2; 6]$. Установіть відповідність між твердженням (1—4) та рівнянням прямої (А—Д), для якої це твердження є правильним.



Твердження

- 1 пряма не перетинає графік функції $y = f(x)$
- 2 пряма є дотичною, проведеною до графіка функції $y = f(x)$ у точці з абсцисою $x = 5$
- 3 пряма перетинає графік функції $y = f(x)$ у точці з абсцисою $x = 3$
- 4 пряма має з графіком функції $y = f(x)$ не менше трьох спільних точок на відрізку $[0; 2]$

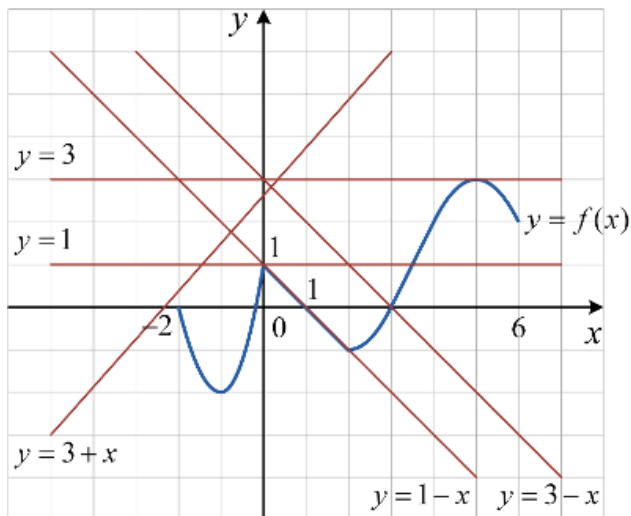
Рівняння прямої

- А $y = 3 + x$
- Б $y = 1$
- В $y = 1 - x$
- Г $y = 3$
- Д $y = 3 - x$

	А	Б	В	Г	Д
1	☒	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☒	☐
3	☐	☐	☐	☐	☒
4	☐	☐	☒	☐	☐

[Приховати пояснення](#)

Зобразимо на тій самій координатній площині графіки прямих А–Д, подальше установлення відповідності є очевидним.



25

Довжина маршруту велосипедиста дорівнює 81 км. Першу частину цього маршруту він проїхав зі сталою швидкістю за 3 години. Другу частину маршруту довжиною 36 км велосипедист проїхав зі сталою швидкістю 18 км/год.

1. Скільки часу (у год) витратив велосипедист на другу частину маршруту?
2. Якою була середня швидкість велосипедиста (у км/год) протягом усього маршруту?

Відповідь надайте у вигляді двох чисел, розділених крапкою з комою.

Ви відповіли правильно: 2; 16,2

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$1. t_2 = \frac{S_2}{v_2} = \frac{36}{18} = 2 \text{ год.}$$

$$2. v = \frac{S}{t} = \frac{81}{3 + 2} = \frac{81}{5} = 16,2 \text{ км/год.}$$

26

Площа ромба дорівнює $10,8 \text{ см}^2$, а площа круга, вписаного в цей ромб, — $2,25\pi \text{ см}^2$.

1. Визначте довжину радіуса круга, вписаного в ромб (у см).
2. Обчисліть довжину сторони ромба (у см).

Відповідь надайте у вигляді двох чисел, розділених крапкою з комою.

Ви відповіли правильно: 1,5; 3,6

Бали: 2 із 2

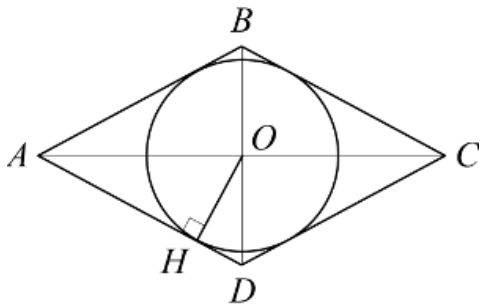
[Приховати пояснення](#)

1. Якщо радіус круга, вписаного у ромб, дорівнює r , то площа круга $S_e = \pi r^2 = 2,25\pi$, отже, $r^2 = 2,25$, $r = 1,5 \text{ см}$.

2. Проведемо діагоналі ромба AC та BD і розглянемо трикутник AOD . Його площа дорівнює

$$S_{AOD} = \frac{1}{2} AD \cdot OH = \frac{1}{2} AD \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4} AD. \quad \text{З іншого боку, його площа дорівнює чверті площі ромба:}$$

$$S_{AOD} = \frac{S_q}{4} = \frac{10,8}{4} = \frac{27}{10}. \quad \text{Отже, } \frac{3}{4} AD = \frac{27}{10}, \text{ звідки } AD = \frac{27}{10} : \frac{3}{4} = \frac{27}{10} \cdot \frac{4}{3} = \frac{18}{5} = 3,6 \text{ см.}$$



27

Обчисліть $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 5 \operatorname{ctg} x \sin x dx$.

Ви відповіли правильно: 2,5

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Оскільки $5 \operatorname{ctg} x \cdot \sin x = \frac{5 \cos x}{\sin x} \cdot \sin x = 5 \cos x$ при $x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2} \right]$, то

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 5 \operatorname{ctg} x \cdot \sin x dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 5 \cos x dx = 5 \sin x \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = 5 \sin \frac{\pi}{2} - 5 \sin \frac{\pi}{6} = 5 - \frac{5}{2} = \frac{5}{2} = 2,5.$$

28

Розв'яжіть нерівність $(18 + 2x)^2(x^2 + 8x + 15) \leq 0$. У відповіді запишіть суму всіх цілих її розв'язків.

Ви відповіли правильно: -21

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Оскільки $(18 + 2x)^2 \geq 0$, задана нерівність рівносильна сукупності:

$$\begin{cases} x^2 + 8x + 15 \leq 0, \\ 18 + 2x = 0, \\ (x + 3)(x + 5) \leq 0, \\ x = -9, \\ -5 \leq 0 \leq -3, \\ x = -9. \end{cases}$$

Таким чином, цілі розв'язки цієї нерівності — числа -9 , -5 , -4 та -3 , їх сума дорівнює $-9 + (-5) + (-4) + (-3) = -21$

29

Обчисліть значення виразу $(\sqrt[6]{27} - \sqrt[4]{100}) \cdot (\sqrt[6]{27} + \sqrt[4]{100})$.

Ви відповіли правильно: -7

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$(\sqrt[6]{27} - \sqrt[4]{100})(\sqrt[6]{27} + \sqrt[4]{100}) = (\sqrt[6]{27})^2 - (\sqrt[4]{100})^2 = \sqrt[3]{27} - \sqrt{100} = \sqrt[3]{3^3} - \sqrt{10^2} = 3 - 10 = -7.$$

30

Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} \sqrt{y - 7x + 33} = x, \\ 4x - y = 5. \end{cases}$$

Якщо система має єдиний розв'язок $(x_0; y_0)$, то у відповіді запишіть добуток $x_0 \cdot y_0$. Якщо система має два розв'язки $(x_1; y_1)$ та $(x_2; y_2)$, то у відповіді запишіть *найбільший* з добутків $x_1 \cdot y_1$ та $x_2 \cdot y_2$.

Ви відповіли правильно: 44

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

З другого рівняння системи $y = 4x - 5$. Тоді з першого рівняння системи:

$$\sqrt{(4x - 5) - 7x + 33} = x, \sqrt{28 - 3x} = x,$$

$$\begin{cases} 28 - 3x = x^2, \\ x \geq 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 28 = 0, \\ x \geq 0, \end{cases}$$

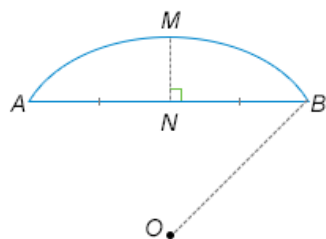
$$\begin{cases} x_1 = -7, \\ x_2 = 4, \\ x \geq 0, \end{cases}$$

звідки $x = 4$.

З другого рівняння системи отримаємо $y = 4x - 5 = 4 \cdot 4 - 5 = 11$. Добуток знайдених коренів дорівнює $4 \cdot 11 = 44$.

31

На рисунку схематично зображено опуклий міст, що має форму дуги AMB кола з центром у точці O . MN — серединний перпендикуляр до AB , $MN = 3$ м. Визначте довжину радіуса OB (у м), якщо довжина відрізка AB дорівнює 12 м.



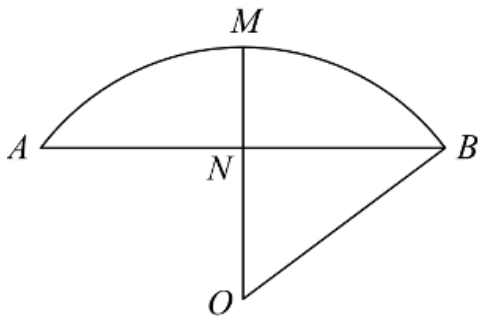
Ви відповіли правильно: 7,5

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Сполучимо точки O та N . Нехай радіус $OB = r$. Оскільки $OM = OB = r$, а за умовою $MN = 3$, то $ON = OM - MN = r - 3$. З прямокутного трикутника ONB :

$$OB^2 = ON^2 + BN^2, r^2 = (r - 3)^2 + 6^2, r^2 = r^2 - 6r + 9 + 36, 6r = 45, r = 7,5 \text{ см.}$$



32

Областю визначення періодичної функції $y = f(x)$ із періодом $T = 9$ є множина всіх дійсних чисел. На проміжку $(-5; 4]$ цю функцію задано формулою $f(x) = 19 - x^3$. Обчисліть значення $f(5)$.

Ви відповіли правильно: 83

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Для періодичної функції виконується рівність $f(x + kT) = f(x)$, де $k \in \mathbb{Z}$, отже,
 $f(5) = f(5 - 9) = f(-4) = 19 - (-4)^3 = 19 + 64 = 83$.

33

Основою піраміди $SABCD$ є трапеція $ABCD$ ($BC \parallel AD$). Бічна грань SBC , площа якої дорівнює $24,4 \text{ см}^2$, перпендикулярна до площини основи піраміди. Точка M — середина ребра SB . Площина (MAD) перетинає ребро SC в точці N . Визначте довжину відрізка MN (у см), якщо об'єм піраміди дорівнює 152 см^3 , а площа її основи — 57 см^2 .

Ви відповіли правильно: 3,05

Бали: 2 із 2

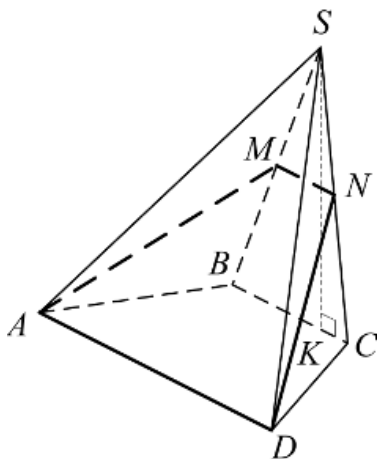
[Приховати пояснення](#)

Оскільки $BC \parallel AD$, то $BC \parallel AMND$, $BC \parallel MN$, а так як M — середина ребра SB , то MN — середня лінія трикутника SBC .

Оскільки грань SBC перпендикулярна до площини основи, то висотою піраміди буде висота цієї грані SK .

Об'єм піраміди $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SK$. За умовою задачі $152 = \frac{1}{3} \cdot 57 \cdot SK$, звідки $SK = \frac{152}{19} = 8 \text{ см}$.

$S_{SBC} = \frac{1}{2} BC \cdot SK = \frac{1}{2} BC \cdot 8 = 4BC = 24,4$, звідки $BC = 6,1 \text{ см}$. Отже, $MN = \frac{BC}{2} = \frac{6,1}{2} = 3,05 \text{ см}$.



34

Знайдіть *найменше* значення параметра a , при якому рівняння $2^{\sin^2(2\pi x + \frac{5\pi}{4})} = \frac{4}{(x-a)^2 - 6(x-a) + 13}$ має додатний корінь.

Ви відповіли правильно: $-2,625$

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Оцінімо значення лівої та правої частин рівняння.

Оскільки $0 \leq \sin^2\left(2\pi x + \frac{5\pi}{4}\right) \leq 1$, то $1 \leq 2^{\sin^2\left(2\pi x + \frac{5\pi}{4}\right)} \leq 2$.

Знаменник правої частини
 $(x-a)^2 - 6(x-a) + 13 = (x-a)^2 - 2 \cdot 3 \cdot (x-a) + 3^2 + 4 = (x-a-3)^2 + 4 \geq 4$, отже,
 $0 < \frac{4}{(x-a)^2 - 6(x-a) + 13} \leq 1$.

Таким чином, якщо ліва і права частини збігаються, то це можливо лише у тому випадку, коли вони одночасно дорівнюють 1. Тобто наше рівняння рівносильне системі:

$$\begin{cases} \sin^2\left(2\pi x + \frac{5\pi}{4}\right) = 0, \\ (x-a-3)^2 + 4 = 4, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\pi x + \frac{5\pi}{4} = \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \\ x-a-3 = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{4n-5}{8}, \quad n \in \mathbb{Z}, \\ x = a+3. \end{cases}$$

З другого рівняння системи зрозуміло, що найменшому додатному кореню відповідатиме найменше значення параметра a . З першого рівняння системи найменший додатний корінь $x = \frac{3}{8}$ при $n = 2$. Тоді

$$\frac{3}{8} = a+3, \quad a = \frac{3}{8} - 3 = -2\frac{5}{8} = -2,625.$$

