

Тест ЗНО з математики. |

Результат

100% :)

Тестовий бал ?

56 із 56

Рейтинговий бал ?

200.0

Витрачено часу: 4 хвилини

[Ще раз](#) [Інший варіант](#) [Статистика](#)

Поділитися...

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

Якщо $m = n - 1$, то $7 - m =$

☐ А $n - 8$

☐ Б $6 - n$

☒ В $8 - n$

☐ Г $n - 6$

☐ Д $6 + n$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

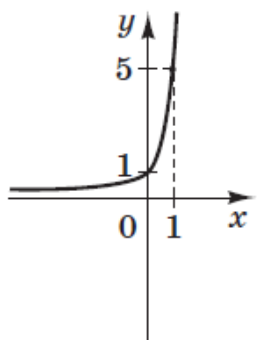
$$7 - m = 7 - (n - 1) = 7 - n + 1 = 8 - n$$

1

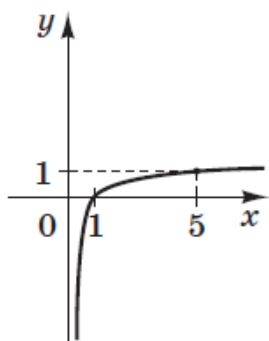
2

На якому рисунку зображено ескіз графіка функції $y = \frac{5}{x}$?

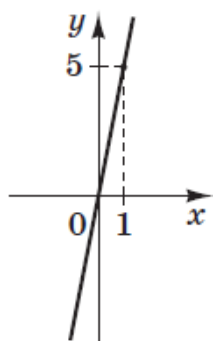
А



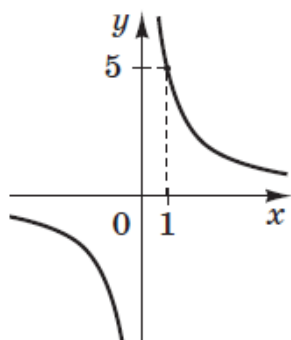
Б



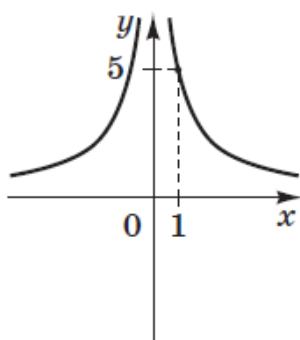
В



Г



Д



Ви відповіли правильно

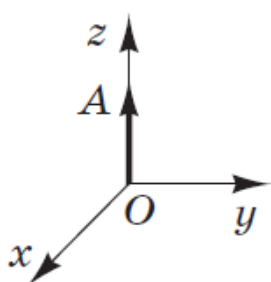
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Графік функції $y = \frac{k}{x}$ — гіпербола. Вона не перетинає координатних осей. За умовою задачі $k = 5 > 0$, отже, вітки гіперболи розташовані у I та III координатних чвертях.

3

Вектор $\vec{OA}$ лежить на осі z прямокутної декартової системи координат у просторі (див. рисунок), і його початок збігається з початком координат. Визначте координати вектора $\vec{OA}$, якщо його довжина дорівнює 3.



- ☐ А (1; 1; 1)
- ☐ Б (0; 3; 0)
- ☒ В (0; 0; 3)
- ☐ Г (3; 0; 0)
- ☐ Д (3; 3; 3)

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Оскільки початок вектора $\vec{OA}$ збігається з початком координат, то його координатами будуть координати точки A . Точка A належить осі аплікат, отже, $x = 0$, $y = 0$. Оскільки $|\vec{OA}| = 3$, то $z = 3$.

4

Укажіть рівняння, коренем якого є число 2.

☐ А $\frac{1}{x-2} = 0$

☐ Б $x^2 + 4 = 0$

☐ В $5x + 12 = 2$

☒ Г $\frac{3x-6}{x} = 0$

☐ Д $x + 2 = x$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Рівняння А, Б, Д коренів не мають, коренем рівняння В є число -2 .

5

Які з наведених тверджень є правильними?

I. Сума двох будь-яких вертикальних кутів дорівнює 180° .

II. Сума двох будь-яких суміжних кутів дорівнює 180° .

III. Сума будь-якого гострого кута та будь-якого тупого кута дорівнює 180° .

☐ А лише I

☒ Б лише II

☐ В лише I і III

☐ Г лише II і III

☐ Д I, II і III

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Очевидно, що умови I та III не є правильними.

6

Студент на першому курсі повинен вибрати одну з трьох іноземних мов, яку вивчатиме, та одну з п'яти спортивних секцій, що відвідуватиме. Скільки всього існує варіантів вибору студентом іноземної мови та спортивної секції?

- ☐ А 5
- ☐ Б 8
- ☐ В 10
- ☒ Г 15
- ☐ Д 28

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Очевидно, що з трьох іноземних мов одну можна вибрати 3-ма способами, а з п'яти спортивних секцій одну — 5-ма способами. Згідно з правилом добутку маємо $3 \cdot 5 = 15$ варіантів вибору студентом іноземної мови та спортивної секції.

7

Спростіть вираз $\frac{\sqrt[3]{64}}{64}$.

- ☒ А $\frac{1}{16}$
- ☐ Б $\frac{1}{4}$
- ☐ В $\frac{1}{3}$
- ☐ Г 4
- ☐ Д 16

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{\sqrt[3]{64}}{64} = \frac{\sqrt[3]{4^3}}{64} = \frac{4}{64} = \frac{1}{16}.$$

8

Арифметичну прогресію (a_n) задано формулою n -го члена $a_n = 4 - 8n$. Знайдіть різницю цієї прогресії.

- ☐ А 8
- ☐ Б 4
- ☐ В -2
- ☐ Г -4
- ☒ Д -8

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$a_1 = 4 - 8 \cdot 1 = -4 ,$$

$$a_2 = 4 - 8 \cdot 2 = -12 = a_1 + d ,$$

отже, $d = -12 - a_1 = -12 + 4 = -8$.

9

Точка C лежить на осі x прямокутної системи координат і знаходиться на відстані 5 від точки $A (-2; 4)$. Відрізок AC перетинає вісь y . Знайдіть координати точки C .

- ☒ А (1; 0)
- ☐ Б (0; 1)
- ☐ В (-5; 0)
- ☐ Г (0; 0)
- ☐ Д (3; 4)

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Оскільки точка C лежить на осі x , її ордината дорівнює нулю. Нехай абсциса точки C дорівнює x . Відстань між точками $A (-2; 4)$ та $C (x; 0)$:

$$\sqrt{(x - (-2))^2 + (0 - 4)^2} = 5 ,$$

$$(x + 2)^2 + 16 = 25 ,$$

$$(x + 2)^2 = 9 ,$$

$$\text{звідки } x + 2 = 3 \text{ або } x + 2 = -3 ,$$

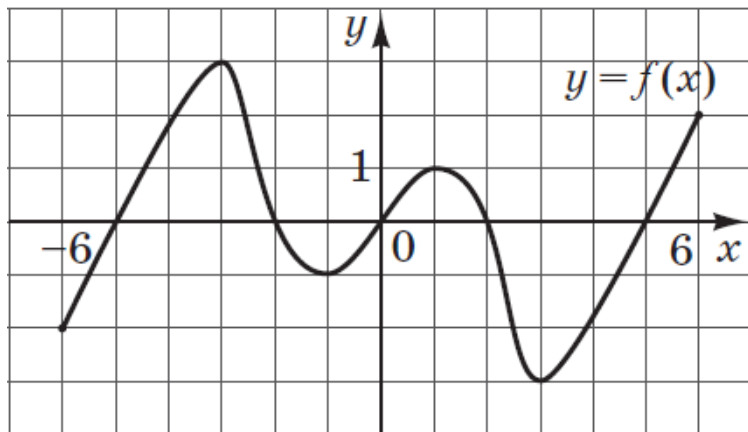
$$\text{тобто } x = 1 \text{ або } x = -5 .$$

При $x = -5$ відрізок AC не перетинатиме вісь y . Отже, точка C має координати (1; 0).

10

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-6; 6]$. Яку властивість має

функція $y = f(x)$?



- ☐ А функція є періодичною
- ☐ Б функція зростає на проміжку $[-6; 6]$
- ☐ В функція спадає на проміжку $[-6; 6]$
- ☐ Г функція є парною
- ☒ Д функція є непарною

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Графік функції симетричний відносно початку координат, отже, функція $f(x)$ непарна.

11

Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $\sqrt[3]{2x} = -3$?

- ☐ А $(-30; -20)$
- ☒ Б $(-20; -10)$
- ☐ В $(-10; 0)$
- ☐ Г $(0; 10)$
- ☐ Д $(10; 20)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\sqrt[3]{2x} = -3,$$

$$(\sqrt[3]{2x})^3 = (-3)^3,$$

$$2x = -27,$$

$$x = -13,5 \in (-20; -10) .$$

12

Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg}(3x) = \sqrt{3}$.

- ☐ А $x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- ☐ Б $x = \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- ☒ В $x = \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$
- ☐ Г $x = \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$
- ☐ Д $x = \frac{\pi}{9} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\operatorname{tg} 3x = \sqrt{3};$$

$$3x = \operatorname{arctg} \sqrt{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$3x = \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$x = \frac{1}{3} \left(\frac{\pi}{3} + \pi n \right), n \in \mathbb{Z};$$

$$x = \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3} .$$

13

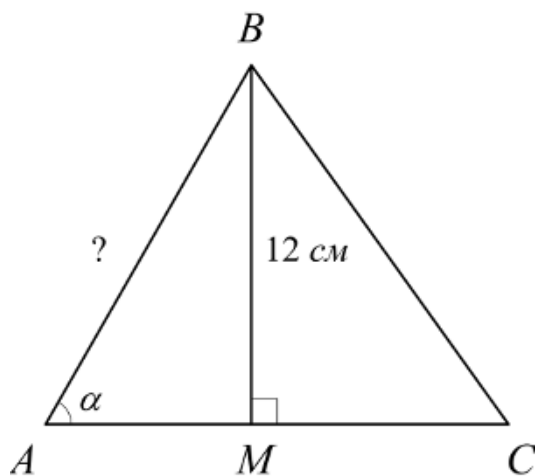
У гострокутному трикутнику ABC проведено висоту BM . Визначте довжину сторони AB , якщо $BM = 12$, $\angle A = \alpha$.

- ☐ А $\frac{12}{\cos \alpha}$
- ☐ Б $12 \cos \alpha$
- ☐ В $12 \operatorname{tg} \alpha$
- ☐ Г $12 \sin \alpha$
- ☒ Д $\frac{12}{\sin \alpha}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)



З метричних співвідношень у прямокутному трикутнику ABM :

$$AB = \frac{BM}{\sin \alpha} = \frac{12}{\sin \alpha}.$$

14

Відомо, що $\operatorname{ctg} \alpha < 0$, $\cos \alpha > 0$. Якого значення може набувати $\sin \alpha$?

☐ А -1

☒ Б $-\frac{1}{2}$

☐ В 0

☐ Г $\frac{1}{2}$

☐ Д 1

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Оскільки $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} < 0$, а $\cos \alpha > 0$, то $\sin \alpha < 0$, при цьому значення $\sin \alpha$ не може дорівнювати -1 , бо в такому випадку $\cos \alpha = 0$.

15

Якщо $a < -7$, то $\left| \frac{a^2 - 49}{a + 7} \right| =$

☒ А $7 - a$

☐ Б $a + 7$

☐ В $a - 7$

☐ Г 0

☐ Д $-7 - a$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

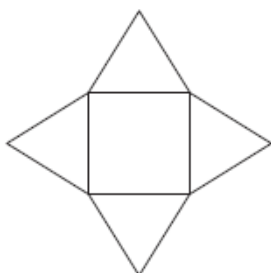
[Приховати пояснення](#)

При $a < -7$:

$$\left| \frac{a^2 - 49}{a + 7} \right| = \left| \frac{(a - 7)(a + 7)}{a + 7} \right| = |a - 7| = 7 - a .$$

16

На рисунку зображено розгортку піраміди, що складається з квадрата, сторона якого дорівнює 10 см , і чотирьох правильних трикутників. Визначте площу бічної поверхні цієї піраміди (у см^2).



☒ А $100\sqrt{3}$

☐ Б 100

☐ В $400\sqrt{3}$

☐ Г $100 \cdot (1 + \sqrt{3})$

☐ Д 200

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Площа бічної поверхні піраміди дорівнює площі чотирьох правильних трикутників зі стороною 10 см . Оскільки площа правильного трикутника зі стороною a обчислюється за формулою $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, то шукана площа бокової поверхні піраміди дорівнює $S_6 = 4 \cdot \frac{10^2 \sqrt{3}}{4} = 100\sqrt{3}\text{ см}^2$.

Розв'яжіть нерівність $(x + 4)^2 \leq 16$.

- ☐ А $(-\infty; 8]$
- ☐ Б $(-\infty; 0]$
- ☐ В $(-\infty; 4]$
- ☐ Г $[-8; 8]$
- ☒ Д $[-8; 0]$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

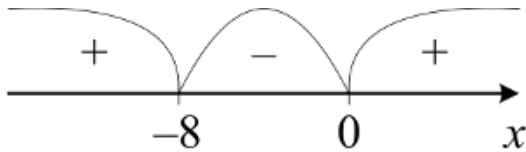
$$(x + 4)^2 \leq 16,$$

$$(x + 4)^2 - 4^2 \leq 0,$$

$$(x + 4 - 4)(x + 4 + 4) \leq 0,$$

$$x(x + 8) \leq 0.$$

Отже, $x \in [-8; 0]$.



Відрізок AB перетинає площину α в точці O . Проекції відрізків AO і BO на цю площину дорівнюють 5 см і 20 см відповідно. Знайдіть довжину відрізка AB , якщо $AO = 8$ см.

- ☐ А 10 см
- ☐ Б 22 см
- ☐ В 32 см
- ☒ Г 40 см
- ☐ Д 52 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

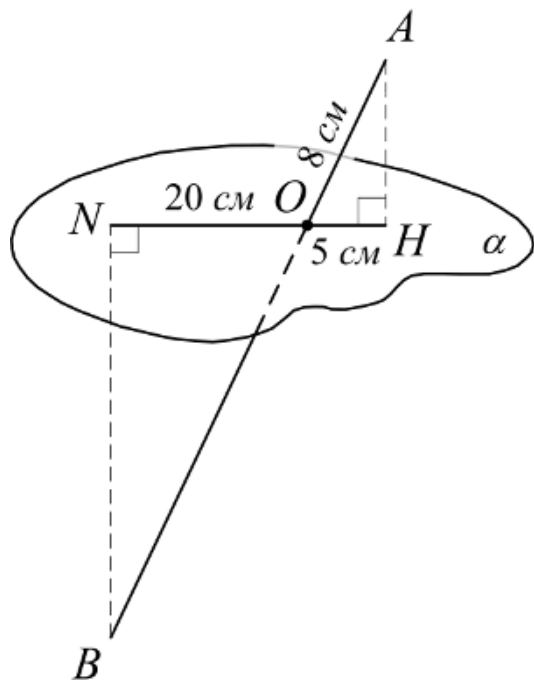
Опустимо перпендикуляри AH і BN на площину α .

Прямі AH і BN паралельні, отже, точки A, H, B, N належать одній, перпендикулярній до α , площині.

$\angle AOH = \angle BON$ як вертикальні, отже прямокутні трикутники AOH і BON подібні за першою ознакою.

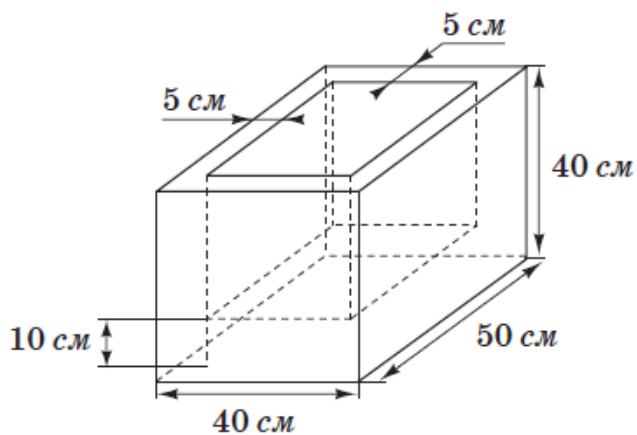
Тоді $\frac{OH}{ON} = \frac{AO}{OB}$, $\frac{5}{20} = \frac{8}{OB}$, звідки $OB = \frac{8 \cdot 20}{5} = 32$ см.

і $AB = AO + OB = 8 + 32 = 40$ см.



19

На площі міста встановили однакові бетонні ємності для квітів, виготовлені у формі прямокутних паралелепіпедів, виміри яких дорівнюють 40 см, 40 см і 50 см (див. рисунок). Товщина кожної з чотирьох бічних стінок становить 5 см, а товщина днища — 10 см. Який об'єм бетону (у m^3) було використано для виготовлення 10 таких ємностей? Утрацю бетону під час виготовлення знехтуйте.



- ☐ А 0,32 m^3
- ☐ Б 0,33 m^3
- ☐ В 0,36 m^3
- ☒ Г 0,44 m^3
- ☐ Д 0,8 m^3

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

Знайдемо витрачений на одну ємність об'єм бетону як різницю між зовнішнім і внутрішнім об'ємами ємності:

$$V_3 = 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,5 = 0,08 \text{ м}^3,$$

$$V_в = 0,4 \cdot 0,3 \cdot 0,3 = 0,036 \text{ м}^3,$$

$$V = V_3 - V_в = 0,08 - 0,036 = 0,044 \text{ м}^3.$$

Тоді на 10 ємностей витратили $10V = 0,44 \text{ м}^3$ бетону.

20

Укажіть рівняння дотичної, проведеної до графіка функції $y = f(x)$ у точці з абсцисою $x_0 = 1$, якщо $f(x_0) = 5$, $f'(x_0) = 2$.

☐ А $y = 1 + 2(x - 5)$

☐ Б $y = 5 + 2(x + 1)$

☐ В $y = 2 + 5(x - 1)$

☐ Г $y = 2 + 5(x + 1)$

☒ Д $y = 5 + 2(x - 1)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

Рівняння дотичної до графіка функції $y = f(x)$ у точці x_0 має вигляд:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0).$$

Підставивши відповідні значення, одержимо $y = 2(x - 1) + 5$.

21

До кожного виразу (1—4) доберіть тотожно йому рівний (А—Д), якщо $m > 2$, m — натуральне число.

1 $(m + 1)^2 - m^2 - 1$

2 $m \cos^2 \alpha + m \sin^2 \alpha$

3 $100^{\lg m}$

4 $\log_2 \sqrt[m]{2}$

А 0

Б m

В $2m$

Г m^2

Д $\frac{1}{m}$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☒	☐	☐
2	☐	☒	☐	☐	☐
	☐	☐	☐	☒	☐

3 ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

4 ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

Перетворимо кожен з виразів (1—4).

$$1. (m+1)^2 - m^2 - 1 = m^2 + 2m + 1 - m^2 - 1 = 2m$$

$$2. m \cos^2 \alpha + m \sin^2 \alpha = m(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = m$$

$$3. 100^{\lg m} = (10^2)^{\lg m} = 10^{2 \lg m} = 10^{\lg m^2} = m^2$$

$$4. \log_2 \sqrt[m]{2} = \log_2 2^{\frac{1}{m}} = \frac{1}{m}$$

22

Установіть відповідність між функцією (1—4) та кількістю спільних точок (А—Д) графіка цієї функції з графіком функції $y = \frac{x}{5}$.

Функція

Кількість спільних точок

1 $y = x + 5$

А жодної

2 $y = 5^x$

Б лише одна

3 $y = \sqrt{x}$

В лише дві

4 $y = \sin x$

Г лише три

Д більше трьох

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☒	☐	☐	☐
2	☒	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☒	☐	☐
4	☐	☐	☐	☒	☐

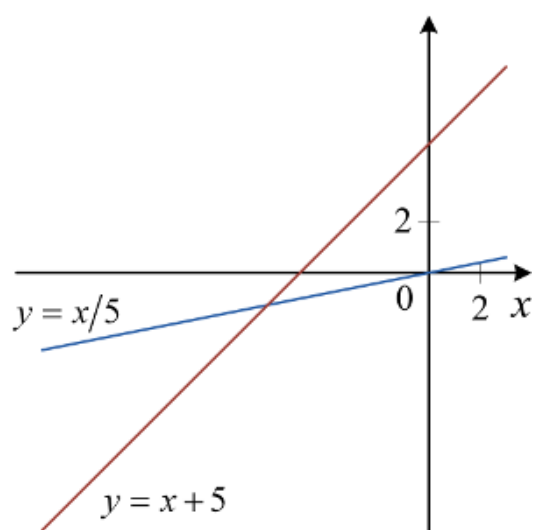
Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

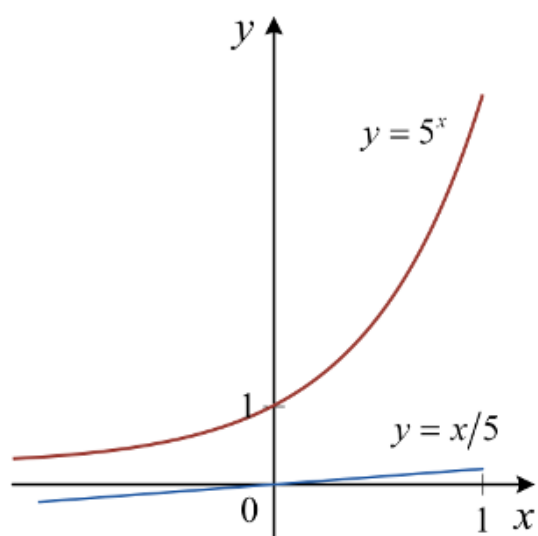
[Приховати пояснення](#)

Розв'яжемо завдання графічно. Кожну з функцій (1—4) зобразимо в одній координатній площині з функцією $y = \frac{x}{5}$:

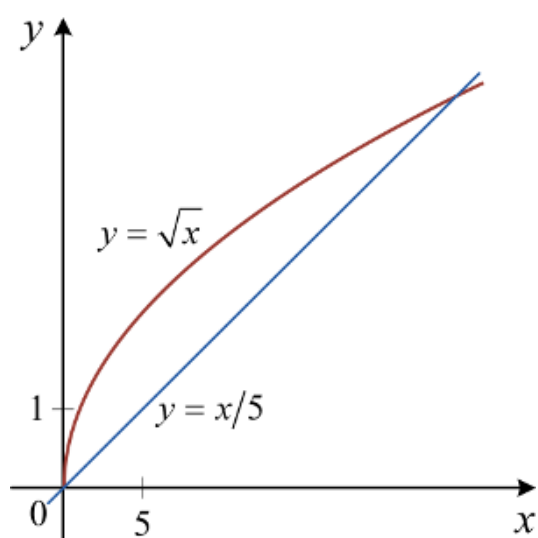
1.



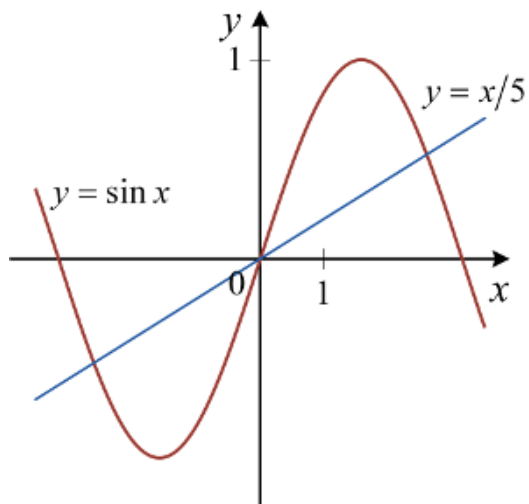
2.



3.

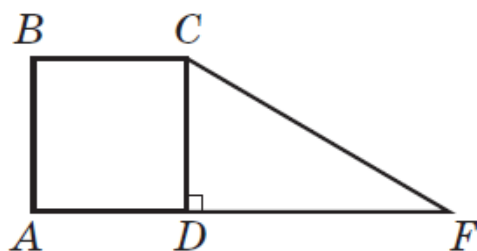


4.



23

На рисунку зображено квадрат $ABCD$ зі стороною 1 см та прямокутний трикутник CDF , гіпотенуза якого CF дорівнює $\sqrt{5}$ см. Фігури лежать в одній площині. Установіть відповідність між початком речення (1—4) та його закінченням (А—Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



Початок речення

Закінчення речення

- 1 Довжина катета FD трикутника CDF дорівнює
- 2 Довжина радіуса кола, описаного навколо квадрата $ABCD$, дорівнює
- 3 Відстань від точки F до прямої BC дорівнює
- 4 Відстань від точки F до прямої BD дорівнює

- А 1 см.
- Б $\frac{1}{\sqrt{2}}$ см.
- В $\sqrt{2}$ см.
- Г 2 см.
- Д $\sqrt{5}$ см.

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☒	☐
2	☐	☒	☐	☐	☐
3	☒	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☒	☐	☐

Ви відповіли правильно

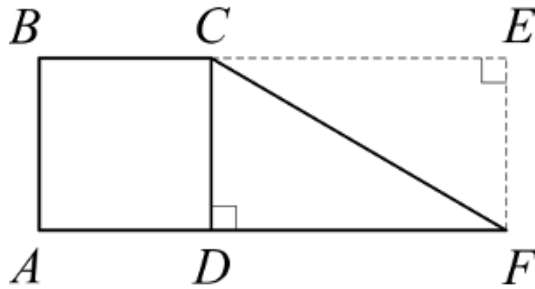
Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

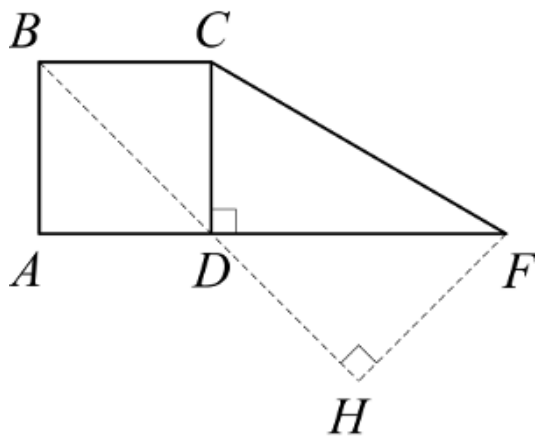
$$1. FD = \sqrt{CF^2 - CD^2} = \sqrt{5 - 1} = 2 \text{ см}$$

$$2. r = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{AB^2 + BC^2}}{2} = \frac{\sqrt{1+1}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ см}$$

3. Продовжимо сторону BC і проведемо $FE \perp BC$. Очевидно, що $EF = AB = 1 \text{ см}$.

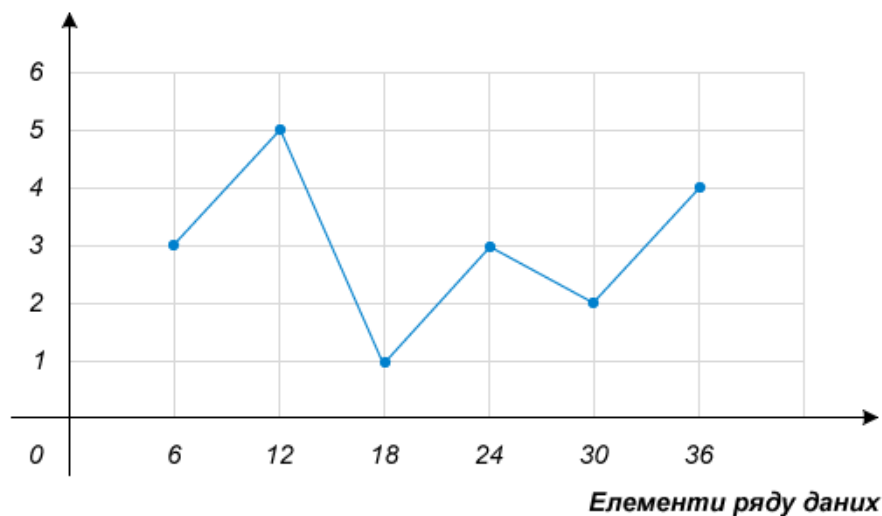


4. Продовжимо діагональ квадрата BD і проведемо $FH \perp BD$. Трикутники ABD і DFH подібні за першою ознакою, отже, $\frac{AB}{BD} = \frac{FH}{DF}$, $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{FH}{2}$, $FH = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.



На рисунку зображено полігон частот певного ряду даних, на якому по осі абсцис відмічені елементи цього ряду, а по осі ординат — їхні частоти. Установіть відповідність між характеристикою (1—4) цього ряду даних та її числовим значенням (А—Д).

Частоти елементів ряду даних



Характеристика ряду даних

Числове значення характеристики

- 1 кількість елементів
- 2 розмах
- 3 мода
- 4 медіана

- А 12
- Б 18
- В 21
- Г 30
- Д 36

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☒	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☒	☐
3	☒	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☒	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

- Додамо частоти усіх зазначених елементів: $3 + 5 + 1 + 3 + 2 + 4 = 18$.
- Найбільший елемент ряду даних дорівнює 36, а найменший — 6, отже, розмах дорівнює $36 - 6 = 30$.
- Очевидно, що найчастіше (5 разів) у ряду зустрічається число 12.
- Випишемо усі 18 елементів запропонованого ряду даних:

6; 6; 6; 12; 12; 12; 12; 12; 18; 24; 24; 24; 30; 30; 36; 36; 36; 36.

Оскільки кількість елементів парна і значення двох середніх, 9-го і 10-го, різні (18 і 24 відповідно), то медіана ряду дорівнює їх середньому арифметичному:

$$\frac{18 + 24}{2} = 21.$$

25

Початкова вартість сукні становила 144 грн. Унаслідок уцінення вартість цієї сукні було зменшено на 60 %.

- Обчисліть вартість сукні після уцінення (у грн).
- Скільки відсотків становить початкова вартість сукні від її вартості після уцінення?

Відповідь надайте у вигляді двох чисел, розділених крапкою з комою.

Ви відповіли правильно: 57,6; 250

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

- Вартість сукні була зменшена на $\frac{144 \cdot 60}{100} = 86,4$ грн, після уцінення сукня стала коштувати $144 - 86,4 = 57,6$ грн.

2. Початкова вартість сукні від її вартості після уцінення становить $\frac{144}{57,6} \cdot 100 \% = 250 \%$.

26

На стороні AD паралелограма $ABCD$ як на діаметрі побудовано півколо так, що воно дотикається до сторони BC в точці M . Довжина дуги MD дорівнює $6,5\pi$ см.

1. Обчисліть (у см) довжину радіуса цього півкола.
2. Обчисліть площу паралелограма $ABCD$ (у см^2).

Відповідь надайте у вигляді двох чисел, розділених крапкою з комою.

Ви відповіли правильно: 13; 338

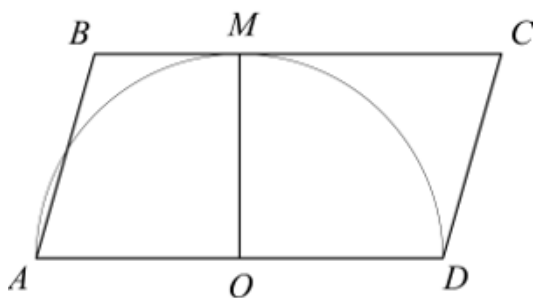
Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

1. Нехай O — центр півкола, $r = OA = OM = OD$ — його радіуси, $OM \perp BC$. Очевидно, що довжина дуги MD — чверть довжини кола. Тоді $\frac{l}{4} = \frac{2\pi r}{4} = 6,5\pi$, звідки

$$r = \frac{6,5\pi \cdot 4}{2\pi} = 13 \text{ см.}$$

2. Площа паралелограма $S = ah = AD \cdot MO = 2r \cdot r = 2r^2 = 2 \cdot 13^2 = 338 \text{ см}^2$.



27

Відомо, що $\frac{y-x}{2x} = \frac{3}{4}$, де $0 < x < y$. У скільки разів число y більше за число x ?

Ви відповіли правильно: 2,5

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{y-x}{2x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{y-x}{x} = \frac{1}{2} \left(\frac{y}{x} - 1 \right) = \frac{3}{4}, \text{ отже,}$$

$$\frac{y}{x} - 1 = \frac{3}{2},$$

$$\frac{y}{x} = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2} = 2,5.$$

28

Вартість P (у грн) поїздки таксі обчислюють за формулою:

$$P = \begin{cases} P_{\min} + 2,4 \cdot (S - 6) + 0,5t, & \text{якщо } S > 6, \\ P_{\min}, & \text{якщо } S \leq 6, \end{cases}$$

де S — відстань (у км), яку проїхало таксі під час поїздки, $P_{\min}$ — мінімальна вартість поїздки (у грн), t — час (у хв), протягом якого швидкість таксі не перевищувала 5 км/год. Користуючись формулою, обчисліть вартість поїздки (у грн) таксі, якщо $S = 10,5$ км, $P_{\min} = 28$ грн, $t = 12$ хв.

Ви відповіли правильно: 44,8

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Оскільки $S = 10,5 > 6$, то обрахунок вартості поїздки здійснюється за першим рівнянням формули.

Вартість дорівнює:

$$P = P_{\min} + 2,4 \cdot (S - 6) + 0,5t = 28 + 2,4 \cdot (10,5 - 6) + 0,5 \cdot 12 = 28 + 10,8 + 6 = 44,8 \quad \text{грн.}$$

29

Розв'яжіть рівняння $\log_{0,4}(5x^2 - 8) = \log_{0,4}(-3x)$.

Якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповіді. Якщо рівняння має кілька коренів, запишіть у відповіді їхню суму.

Ви відповіли правильно: -1,6

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{cases} 5x^2 - 8 = -3x, \\ -3x > 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x^2 + 3x - 8 = 0, \\ x < 0. \end{cases}$$

Очевидно, що один з коренів рівняння дорівнює 1, тоді за теоремою Вієта другий його корінь дорівнює $-\frac{8}{5} = -1,6$. Умову $x < 0$ задовольняє тільки другий корінь.

30

Розв'яжіть нерівність $\frac{10^x - 16 \cdot 5^x}{x + 2} \geq 0$.

У відповіді запишіть суму всіх цілих розв'язків нерівності на проміжку $[-3; 7]$.

Ви відповіли правильно: 19

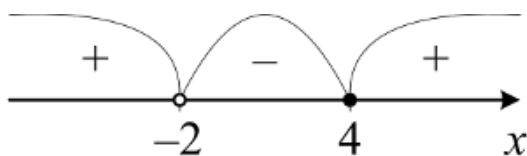
Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{2^x \cdot 5^x - 16 \cdot 5^x}{x + 2} \geq 0, \quad \frac{5^x(2^x - 16)}{x + 2} \geq 0.$$

Вираз $5^x > 0$ при всіх $x \in \mathbb{R}$.

Нерівність $\frac{2^x - 16}{x + 2} \geq 0$ розв'яжемо за допомогою узагальненого методу інтервалів.



$$x \in (-\infty; -2) \cup (4; +\infty).$$

Проміжку $[-3; 7]$ належать цілі розв'язки $-3; 4; 5; 6; 7$.

Їх сума дорівнює $-3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 19$.

31

Діагональ рівнобічної трапеції є бісектрисою її гострого кута і ділить середню лінію трапеції на відрізки довжиною 13 см і 23 см. Обчисліть (у см^2) площу трапеції.

Ви відповіли правильно: 864

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Нехай $ABCD$ — ця рівнобічна трапеція ($AD \parallel BC$, $AB = CD$), $\angle BAC = \angle CAD$, MN — середня лінія, $ME = 13$ см, $EN = 23$ см.

$$\text{Площа трапеції } S = \frac{AD + BC}{2} \cdot CH.$$

Оскільки ME — середня лінія у трикутнику ABC , то $BC = 2ME = 26$ см, аналогічно $AD = 46$ см.

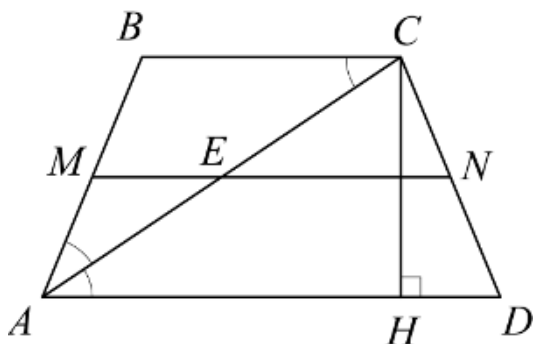
$\angle BAC = \angle CAD = \angle BCA$ як внутрішні нахрест лежачі, отже трикутник ABC рівнобедрений, $AB = BC = 26$ см.

Висоту CH знайдемо за теоремою Піфагора з прямокутного трикутника CDH :

$$CD = 26 \text{ см}, HD = \frac{AD - BC}{2} = \frac{46 - 26}{2} = 10 \text{ см},$$

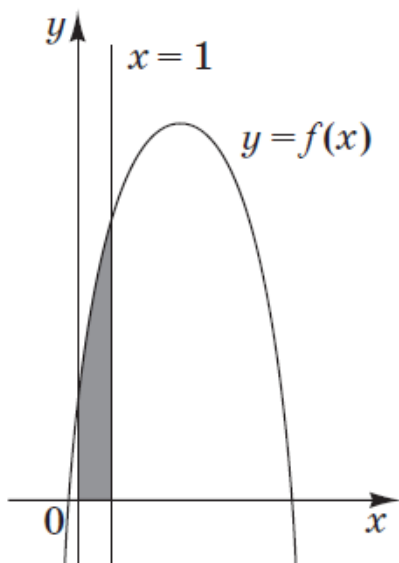
$$\text{таким чином } CH = \sqrt{CD^2 - HD^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{576} = 24 \text{ см}.$$

$$\text{Остаточно } S = \frac{AD + BC}{2} \cdot CH = \frac{46 + 26}{2} \cdot 24 = 864 \text{ см}^2.$$



32

На рисунку зображено ескіз графіка квадратичної функції $f(x) = ax^2 + \frac{2b}{3}x + 5$. Площа криволінійної трапеції, обмеженої лініями $y = f(x)$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$, дорівнює 21 кв. од. Обчисліть суму $a + b$.



Ви відповіли правильно: 48

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Знайдемо площу криволінійної трапеції як значення інтегралу:

$$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left(ax^2 + \frac{2b}{3}x + 5 \right) dx = \left(\frac{ax^3}{3} + \frac{2b}{3} \cdot \frac{x^2}{2} + 5x \right) \Big|_0^1 = \frac{a}{3} + \frac{b}{3} + 5. \text{ За умовою задачі } \frac{a}{3} + \frac{b}{3} + 5 = 21, \text{ отже, } \frac{1}{3}(a + b) = 16, a + b = 48.$$

33

Через точки A і B , що лежать на колах верхньої та нижньої основ циліндра і не належать одній твірній, проведено площину паралельно осі циліндра. Відстань від центра нижньої основи до цієї площини дорівнює 2 см , а площа утвореного перерізу — $60\sqrt{2} \text{ см}^2$. Визначте довжину відрізка AB (у см), якщо площа бічної поверхні циліндра дорівнює $20\sqrt{30}\pi \text{ см}^2$.

Ви відповіли правильно: 18

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Побудуємо переріз AA_1BB_1 , що проходить через точки A і B паралельно осі циліндра. Зрозуміло, що AA_1BB_1 — прямокутник. Відрізок AB — його діагональ.

Нехай радіус основи циліндра $B_1O = r$, його твірна $AB_1 = x$.

За теоремою Піфагора з трикутника B_1HO :

$$B_1H = \sqrt{B_1O^2 - OH^2} = \sqrt{r^2 - 4},$$

$$BB_1 = 2B_1H = 2\sqrt{r^2 - 4},$$

$$\text{площа перерізу } AA_1BB_1: S_n = AB_1 \cdot B_1B = 2x\sqrt{r^2 - 4} = 60\sqrt{2},$$

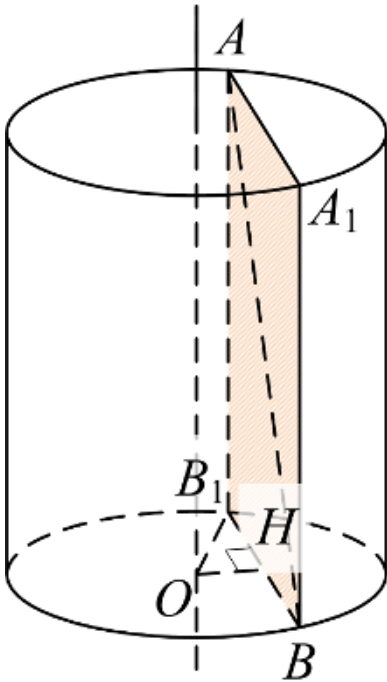
$$\text{звідки } r = \frac{\sqrt{1800 + 4x^2}}{x}, B_1B = 2\sqrt{r^2 - 4} = \frac{60\sqrt{2}}{x}.$$

Площа бічної поверхні циліндра:

$$S_6 = 2\pi r \cdot x = \frac{2\pi x \sqrt{1800 + 4x^2}}{x} = 2\pi \sqrt{1800 + 4x^2} = 20\pi \sqrt{30}, \text{ звідки } x = 10\sqrt{3} \text{ см.}$$

$$\text{Тоді } B_1B = \frac{60\sqrt{2}}{x} = \frac{60\sqrt{2}}{10\sqrt{3}} = 2\sqrt{6} \text{ см,}$$

$$\text{отже, } AB = \sqrt{AB_1^2 + B_1B^2} = \sqrt{300 + 24} = 18 \text{ см.}$$



34

Знайдіть усі *від'ємні* значення параметра a , при яких система рівнянь

$$\begin{cases} 2\sqrt{y^2 - 4y + 4} + 3|x| = 11 - y, \\ 25x^2 - 20ax = y^2 - 4a^2 \end{cases}$$

має один розв'язок. Якщо таке значення одне, то запишіть його у відповіді. Якщо таких значень кілька, то у відповіді запишіть їх суму.

Ви відповіли правильно: $-8,5$

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Перепишемо задану систему рівнянь у такому вигляді:

$$\begin{cases} 2|y - 2| + 3|x| = 11 - y, \\ (5x - 2a)^2 = y^2. \end{cases}$$

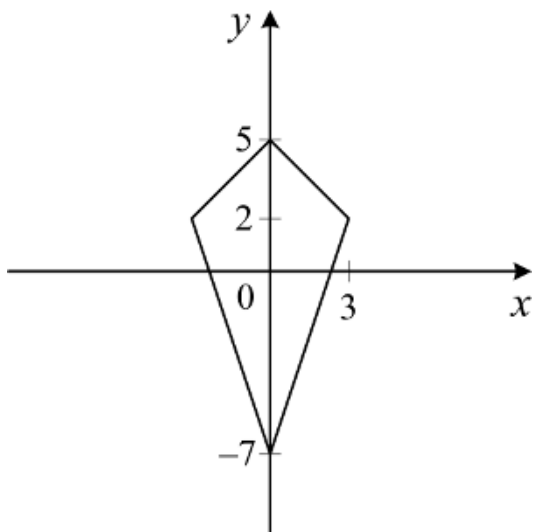
Побудуємо на координатній площині геометричне місце точок (ГМТ), які визначаються першим рівнянням системи: $2|y - 2| + 3|x| = 11 - y$.

При $y < 2$:

$$2(2 - y) + 3|x| = 11 - y, \text{ або } y = 3|x| - 7,$$

при $y \geq 2$:

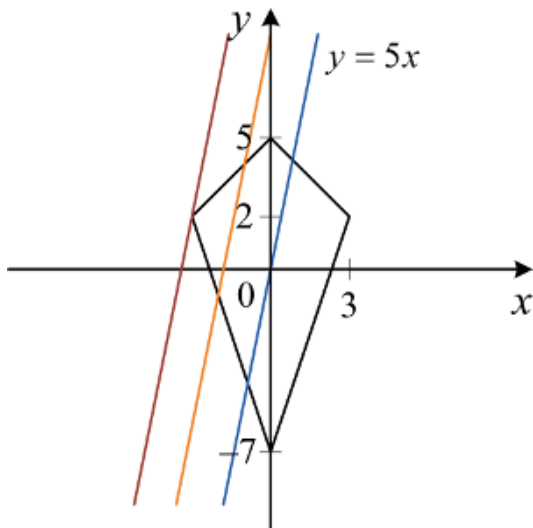
$$2(y - 2) + 3|x| = 11 - y, \text{ або } y = 5 - |x|:$$



Друге рівняння системи задає пару прямих $y = 5x - 2a$ та $y = -(5x - 2a) = 2a - 5x$.

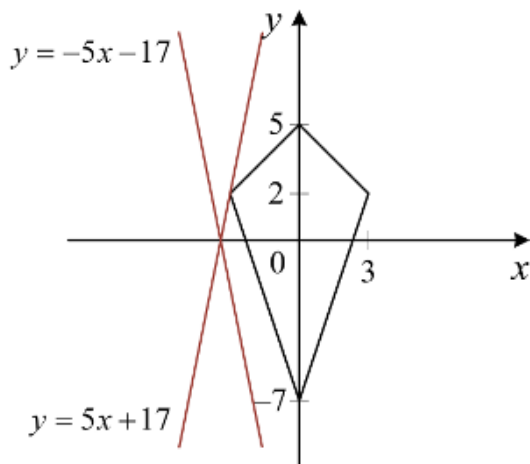
1. $y = 5x - 2a$.

При $a = 0$ маємо пряму $y = 5x$, яка перетинає побудоване ГМТ у двох точках, що відповідає двом розв'язкам системи. Оскільки $a < 0$, зсуватимемо пряму вгору, поки вона не буде перетинати ГМТ у одній точці, що відповідатиме єдиному розв'язку системи:



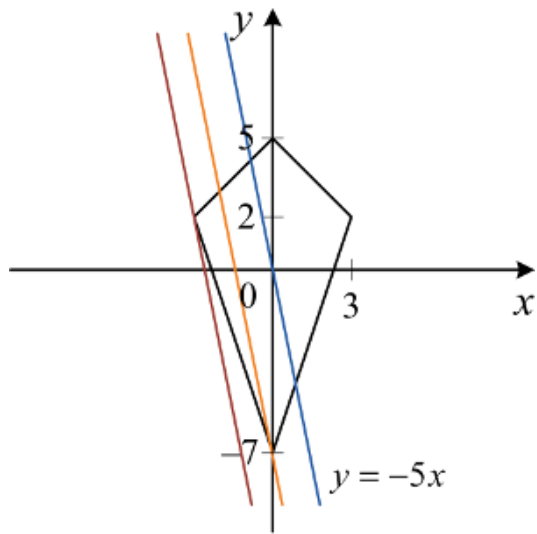
Підставивши координати точки перетину $(-3; 2)$ у рівняння прямої $y = 5x - 2a$, знайдемо значення a : $2 = -15 - 2a$, $a = -8,5$.

Впевнимось, що при знайденому значенні $a = -8,5$ інша пряма пари $y = 2a - 5x = -5x - 17$ не перетинає ГМТ:

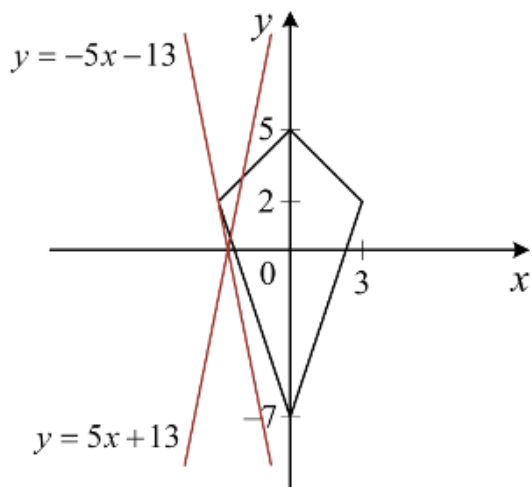


2. $y = 2a - 5x$.

Міркуючи аналогічно, знайдемо $a = -6,5$.



Але при цьому значенні параметра інша пряма пари $y = 5x - 2a = 5x + 13$ перетинає ГМТ ще у двох точках, отже, $a = -6,5$ не задовольняє умову задачі.



Отже, при $a < 0$ задана система має єдиний розв'язок тільки при $a = -8,5$.