

Тест ЗНО з математики.

Результат

100% :)

Тестовий бал ?

48 із 48

Рейтинговий бал ?

200.0

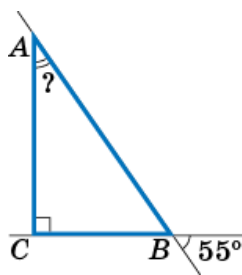
Витрачено часу: 3 хвилини

[Ще раз](#) [Інший варіант](#) [Статистика](#)

Поділитися...

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32

Катет CB і гіпотенуза AB прямокутного трикутника ABC лежать на прямих, що перетинаються під кутом 55° (див. рисунок). Визначте градусну міру $\angle CAB$.



- ☐ А 15°
- ☐ Б 25°
- ☒ В 35°
- ☐ Г 45°
- ☐ Д 55°

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$\angle ABC = 55^\circ$, бо він вертикальний із заданим на малюнку кутом мірою 55° . Сума кутів трикутника дорівнює 180° , тому $\angle CAB + \angle ACB + \angle ABC = 180^\circ$. Тоді
 $\angle CAB = 180^\circ - \angle ACB - \angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$.

Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $0,5(x - 4) = 1,5$.

- ☐ А $(-\infty; -4]$
- ☐ Б $(-4; 0]$
- ☐ В $(0; 4]$
- ☒ Г $(4; 8]$
- ☐ Д $(8; +\infty)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$0,5(x - 4) = 1,5. \quad 0,5x - 2 = 1,5. \quad 0,5x = 1,5 + 2. \quad 0,5x = 3,5. \quad x = \frac{3,5}{0,5}. \quad x = 7.$$

Одержаний корінь належить проміжку $(4; 8]$.

3

Два фахівці розробили макет рекламного оголошення. За роботу вони отримали 3000 грн і розподілили гроші таким чином: перший отримав четверту частину зароблених грошей, а другий - решту. Скільки гривень отримав за цю роботу другий фахівець?

- ☐ А 600 грн
- ☐ Б 750 грн
- ☐ В 1800 грн
- ☒ Г 2250 грн
- ☐ Д 2400 грн

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Знайдемо четверту частину від 3000 грн:

$$\frac{3000}{4} = 750 \text{ (грн)}.$$

Тоді другий фахівець отримав $3000 - 750 = 2250$ (грн).

4

У просторі задано пряму a і точку M , яка *не* належить цій прямій. Скільки всього прямих, що перетинають пряму a , можна провести перпендикулярно до неї через точку M ?

- ☐ А жодної
- ☒ Б одну
- ☐ В дві
- ☐ Г три
- ☐ Д безліч

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Через пряму a і точку M можна провести площину і до того ж тільки одну. В цій площині через точку M можна провести пряму, перпендикулярну до прямої a , і до того ж тільки одну.

5

Розв'яжіть нерівність $6^x < \frac{1}{36}$.

- ☐ А $(-2; +\infty)$
- ☐ Б $(-\infty; \frac{1}{6})$
- ☒ В $(-\infty; -2)$
- ☐ Г $(\frac{1}{6}; +\infty)$
- ☐ Д $(-\infty; \frac{1}{2})$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$6^x < \frac{1}{36}.$$

$$6^x < 6^{-2}.$$

$$x < -2.$$

$$\text{Отже, } x \in (-\infty; -2).$$

6

Розкладіть на множники вираз $25x^2 - 1$.

- ☐ А $(25x - 1)(x + 1)$
- ☐ Б $(5x - 1)^2$
- ☒ В $(5x - 1)(5x + 1)$
- ☐ Г $5(x - 1)(x + 1)$
- ☐ Д $25(x - 1)(x + 1)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$25x^2 - 1 = 5^2 \cdot x^2 - 1 = (5x)^2 - 1^2 = (5x - 1)(5x + 1).$$

Якому проміжку належить значення виразу $\sin 415^\circ$?

- ☐ А $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$
- ☐ Б $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$
- ☐ В $\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
- ☒ Г $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
- ☐ Д $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

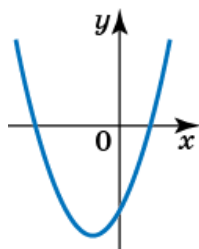
[Приховати пояснення](#)

$$\sin 415^\circ = \sin (55^\circ + 360^\circ) = \sin 55^\circ.$$

$$\sin 45^\circ < \sin 55^\circ < \sin 60^\circ.$$

$$\text{Отже, } \frac{\sqrt{2}}{2} < \sin 55^\circ < \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

На рисунку зображено ескіз графіка функції $y = x^2 + 2x - 3$. На якому з проміжків ця функція спадає?



- ☐ А $(-\infty; 1]$
- ☒ Б $(-\infty; -1]$
- ☐ В $[-1; +\infty)$
- ☐ Г $[-3; -1]$
- ☐ Д $[1; +\infty)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Знайдемо абсцису вершини зображеної на рисунку параболи.

$$x_{\text{вершини}} = \frac{-2}{2} = -1.$$

Тоді функція $y = x^2 + 2x - 3$ спадає на проміжку $(-\infty; -1]$.

Кожну грань кубика пофарбували або в синій, або в жовтий колір. Імовірність того, що при підкиданні кубика випаде синя грань, дорівнює $\frac{1}{3}$. Скільки всього граней кубика пофарбували в *жовтий* колір?

- ☐ А п'ять
- ☒ Б чотири
- ☐ В три
- ☐ Г дві
- ☐ Д одну

Ви відповіли правильно

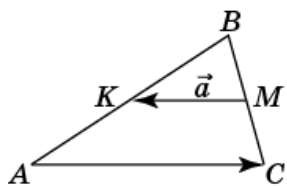
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}.$$

В кубики 6 граней, отже, в синій колір пофарбували 2 грані. Значить, в жовтий колір — 4 грані.

На рисунку зображено трикутник ABC , точки K і M - середини сторін AB і BC відповідно. Укажіть правильну рівність, якщо $\overrightarrow{MK} = \vec{a}$.



- ☐ А $\overrightarrow{AC} = 2\vec{a}$
- ☐ Б $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{a}$
- ☐ В $\overrightarrow{AC} = -\vec{a}$
- ☐ Г $\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}\vec{a}$
- ☒ Д $\overrightarrow{AC} = -2\vec{a}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

KM — середня лінія $\triangle ABC$, тому $AC = 2 \text{ км}$.

Вектори $\vec{a}$ і $\overrightarrow{AC}$ протилежно направлені. Значить, $\overrightarrow{AC} = -2\vec{a}$.

Укажіть рівняння прямої, що проходить через точку $O(0; 0)$.

☒ А $y = -2x$

☐ Б $y = x + 2$

☐ В $y = x - 2$

☐ Г $y = 2 - x$

☐ Д $y = -2$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Рівняння прямої, яка проходить через початок координат, має вигляд $y = kx$, де k — кутовий коефіцієнт прямої.
Цій умові відповідає рівняння $y = -2x$.

12

Визначте об'єм конуса, висота якого дорівнює 4 см, а діаметр основи - 6 см.

☒ А $12\pi \text{ см}^3$

☐ Б $18\pi \text{ см}^3$

☐ В $24\pi \text{ см}^3$

☐ Г $36\pi \text{ см}^3$

☐ Д $72\pi \text{ см}^3$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Об'єм конуса $V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} S_{\text{основи}} \cdot h_{\text{конуса}}$, де $S_{\text{основи}}$ — площа основи конуса, $h_{\text{конуса}}$ — висота конуса.

$S_{\text{основи}} = \frac{\pi d^2}{4}$, де d — діаметр основи конуса.

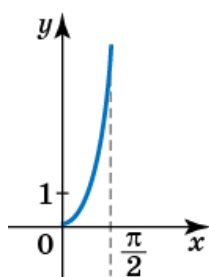
За умовою $d = 6 \text{ см}$, $h = 4 \text{ см}$.

Тоді

$$V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi \cdot 6^2}{4} \cdot 4 = \frac{36\pi}{3} = 12\pi (\text{см}^3).$$

13

На рисунку зображено фрагмент графіка однієї з наведених функцій на проміжку $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$



☐ А $y = \operatorname{ctg} x$

☐ Б $y = 2^x$

☐ В $y = x^2$

☐ Г $y = \frac{\pi}{2}x$

☒ Д $y = \operatorname{tg} x$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Як видно з малюнка,

- точка $(0; 0)$ належить зображеному фрагменту графіка функції;
- пряма $y = \frac{\pi}{2}$ є асимптотою графіка функції, фрагмент якого зображено;
- на проміжку $[0; \frac{\pi}{2})$ функція монотонно зростає.

Отже, йдеться про функцію $y = \operatorname{tg} x$.

14

Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 3y + 2^x = -13, \\ 2^x - y = 15. \end{cases}$ Якщо $(x_0; y_0)$ - розв'язок цієї системи, то $x_0 + y_0 =$

☒ А -4

☐ Б -3

☐ В 1

☐ Г 5

☐ Д 15

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{cases} 3y + 2^x = -13; \\ 2^x - y = 15. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^x = -13 - 3y; \\ 2^x - y = 15. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^x = -13 - 3y; \\ -13 - 3y - y = 15. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^x = -13 - 3y; \\ -4y = 28. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^x = -13 - 3y; \\ y = -7. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^x = -13 - 3 \cdot (-7); \\ y = -7. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^x = -13 + 21; \\ y = -7. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^x = 8; \\ y = -7. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^x = 2^3; \\ y = -7. \end{cases}$$

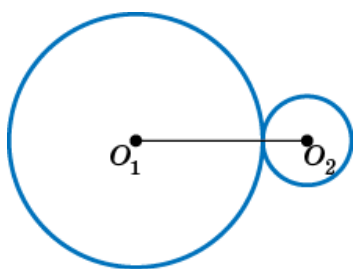
$$\begin{cases} x = 3; \\ y = -7. \end{cases}$$

Отже, $(3; -7)$ — розв'язок заданої системи.

$$3 + (-7) = -4.$$

15

Кола з центрами в точках O_1 та O_2 дотикаються зовні (див. рисунок). Радіус більшого кола в 3 рази перевищує радіус меншого кола. Обчисліть довжину відрізка O_1O_2 , якщо довжина меншого кола дорівнює 10π см. Уважайте, що кола лежать в одній площині.



- ☐ А 10 см
- ☐ Б 24 см
- ☐ В 30 см
- ☐ Г 15 см
- ☒ Д 20 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Довжина кола дорівнює $2\pi r$, де r — радіус кола. Знайдемо радіус r меншого кола.

$2\pi r = 10\pi$, тоді $r = 5$ см. Знайдемо радіус R більшого кола.

$R = 3r = 3 \cdot 5 = 15$ (см).

Тоді $O_1O_2 = R + r = 15 + 5 = 20$ (см).

16

$$\log_{5^{-2}} 5^{\frac{1}{2}} =$$

- ☐ А 0,25
- ☐ Б -1
- ☐ В 0,5
- ☐ Г -2
- ☒ Д -0,25

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\log_{5^{-2}} 5^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \log_5 5^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \log_5 5 = -\frac{1}{4} = -0,25.$$

17

Розв'яжіть рівняння $\frac{4}{|x|} = 3$.

- ☐ А $\frac{3}{4}$
- ☐ Б $-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}$
- ☐ В $\frac{4}{3}$
- ☐ Г -12; 12
- ☒ Д $-\frac{4}{3}; \frac{4}{3}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{4}{|x|} = 3, \text{ звідки } |x| = \frac{4}{3}.$$

Тоді $x = \pm \frac{4}{3}$. Отже, $-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}$ — корені даного рівняння.

18

Розв'яжіть нерівність $(x + 4)(x - 8) > 3(x - 8)$.

- ☒ А $(-\infty; -1) \cup (8; +\infty)$
- ☐ Б $(-1; 8)$
- ☐ В $(-1; 8) \cup (8; +\infty)$
- ☐ Г $(-1; +\infty)$
- ☐ Д $(8; +\infty)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$(x+4)(x-8) > 3(x-8). \quad (x+4)(x-8) - 3(x-8) > 0. \quad (x-8)(x+4-3) > 0. \quad (x-8)(x+1) > 0.$$



$$x \in (-\infty; -1) \cup (8; +\infty).$$

19

Якщо $y = (4x - 1)^3$, то $y' =$

- ☐ А $3(4x - 1)^2$
- ☐ Б $3(4x - 1)$
- ☐ В $\frac{(4x - 1)^4}{16}$
- ☒ Г $12(4x - 1)^2$
- ☐ Д $\frac{3}{4}(4x - 1)^2$

Ви відповіли правильно

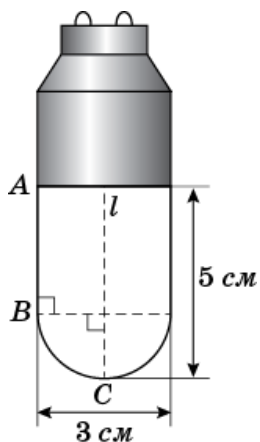
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$y = (4x - 1)^3. \quad y' = 3(4x - 1)^2 \cdot (4x - 1)' = 3(4x - 1)^2 \cdot 4 = 12(4x - 1)^2.$$

20

На рисунку зображено осьовий переріз світлодіодної лампи. Активна поверхня цієї лампи, через яку відбувається випромінювання світла, є тілом обертання, утвореним обертанням відрізка AB та чверті кола BC навколо осі l . Використовуючи зазначені на рисунку дані, обчисліть площу активної поверхні світлодіодної лампи. Виберіть відповідь, найближчу до точної.



- ☐ А 39 см^2
- ☐ Б 42 см^2
- ☐ В 45 см^2
- ☒ Г 48 см^2
- ☐ Д 51 см^2

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Площа активної поверхні світлодіодної лампи складається з площі бічної поверхні циліндра, висота якого $AB = 5 - 1,5 = 3,5$ (см), а радіус 1,5 см, і площі півсфери, радіус якої 1,5 см.

$$S_{\text{лампи}} = S_{\text{бічна циліндра}} + S_{\text{півсфери}} = 2\pi \cdot 1,5 \cdot 3,5 + 2\pi \cdot (1,5)^2 = 10,5\pi + 2\pi \cdot 2,25 = 10,5\pi + 4,5\pi = 15\pi \text{ (см}^2\text{)}.$$

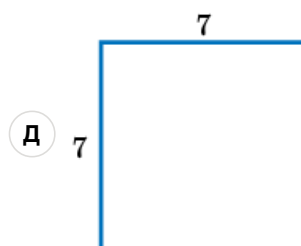
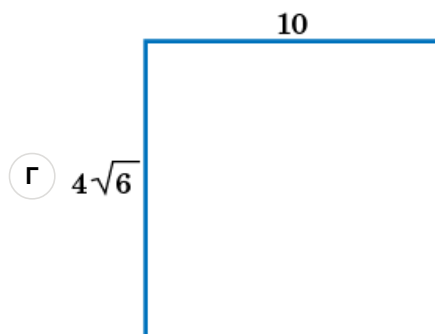
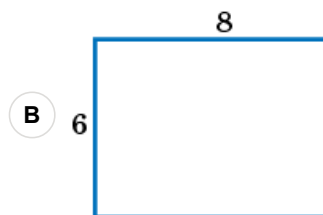
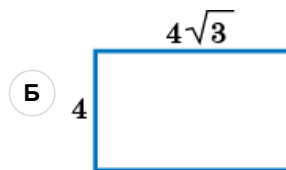
$$15\pi \approx 15 \cdot 3,14 = 47,1 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Найближче значення до 47,1 (см²) із поданих у таблиці є 48 (см²).

21

Установіть відповідність між твердженням (1-4) та зображенням на рисунку прямокутником (А-Д), для якого це твердження є правильним.

- 1 площа прямокутника дорівнює 48
- 2 периметр прямокутника дорівнює 14
- 3 кут між діагоналями прямокутника дорівнює 60°
- 4 діагональ прямокутника дорівнює 14



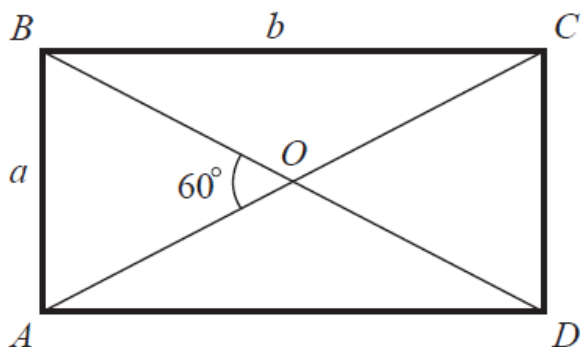
	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☒	☐	☐
2	☒	☐	☐	☐	☐
3	☐	☒	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☒	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

Розглянемо довільний прямокутник $ABCD$, в якому $AB = a$, AB — менша сторона, $BC = b$, $AC = BD = d$.



Точка O — точка перетину діагоналей.

$$OA = OB = OC = OD = \frac{d}{2}.$$

Площа прямокутника $S_{ABCD} = ab$.

Периметр прямокутника $P_{ABCD} = 2(a + b)$.

Якщо кут між діагоналями 60° , то $\triangle ABO$ — рівносторонній, тобто $a = \frac{d}{2}$.

Діагональ прямокутника d обчислимо за теоремою Піфагора:

$$d^2 = a^2 + b^2.$$

Складемо таблицю.

Прямокутники					
	А	Б	В	Г	Д
Площа	10	$16\sqrt{3}$	48	$40\sqrt{6}$	49
Периметр	14	$8(1 + \sqrt{3})$	28	$4(5 + 2\sqrt{6})$	28
Діагональ	$\sqrt{29}$	8	10	14	$7\sqrt{2}$
Половина діагоналі	$\frac{\sqrt{29}}{2}$	4	5	7	$\frac{7\sqrt{2}}{2}$

З останнього рядка бачимо, що половина діагоналі 4 рівна стороні прямокутника Б. Отже, саме в ньому кут між діагоналями 60° .

22

Установіть відповідність між запитанням (1—4) та правильною відповіддю на нього (А-Д).

Запитання

Відповідь на запитання

- | | | | |
|---|---|---|----|
| 1 | Яке число є квадратом натурального числа? | А | 8 |
| 2 | Яке число є простим? | Б | 16 |
| 3 | Яке число є дільником 8? | В | 17 |
| 4 | Яке число кратне 7? | Г | 27 |
| | | Д | 56 |

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☒	☐	☐	☐
2	☐	☐	☒	☐	☐
3	☒	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☒

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

- 1) $4^2 = 16$.
- 2) Число 17 ділиться тільки на 17 і 1, тому воно просте.
- 3) 8 ділиться на 8. Тобто 8 є дільником восьми.
- 4) 56 ділиться на 7, тобто 56 кратне 7.

23

До кожного початку речення (1-4) доберіть його закінчення (А-Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

- 1 Функція $y = x^3$
- 2 Функція $y = (x + 2)^2 - 3$
- 3 Функція $y = \log_{0,5} x$
- 4 Функція $y = \sqrt{x - 4}$

Закінчення речення

- А набуває від'ємного значення в точці $x = 8$.
- Б не визначена в точці $x = 1$.
- В має екстремум у точці $x = -2$.
- Г набуває додатного значення в точці $x = -3$.
- Д є непарною.

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☒
2	☐	☐	☒	☐	☐
3	☒	☐	☐	☐	☐
4	☐	☒	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

- 1) Функція $y = x^3$ визначена на множині дійсних чисел R . Для неї виконується рівність $f(-x) = -f(x)$. Справді, $(-x)^3 = -x^3$. Отже, ця функція непарна.
- 2) Функція $y = (x + 2)^2 - 3$ визначена на множині дійсних чисел R . Її графіком є парабола з вершиною в точці $(-2; -3)$. Отже, при $x = -2$ функція $y = (x + 2)^2 - 3$ має екстремум.
- 3) $\log_{0,5} 8 = \log_{\frac{1}{2}} 8 = -\log_2 2^3 = -3 \log_2 2 = -3$, тобто при $x = 8$ функція $y = \log_{0,5} x$ набуває від'ємних значень.
- 4) Областю допустимих значень функції $y = \sqrt{(x - 4)}$ є проміжок $[4; +\infty)$, тобто при $x = 1$ ця функція не визначена.

24

У прямокутній декартовій системі координат xyz у просторі задано точки: $O(0; 0; 0)$ - початок координат, $C(-2; 6; 0)$. До кожного початку речення (1-4) доберіть його закінчення (А-Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

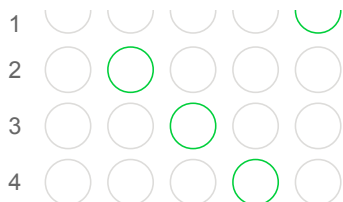
Початок речення

- 1 Точка $(4; 0; 0)$
- 2 Точка $(0; -3; 5)$
- 3 Точка $(-1; 3; 0)$
- 4 Точка $(2; -6; 0)$

Закінчення речення

- А є симетричною точці C відносно координатної площини xz .
- Б лежить у координатній площині yz .
- В є серединою відрізка OC .
- Г є симетричною точці C відносно початку координат.
- Д лежить на координатній осі x .

А	Б	В	Г	Д
☐	☐	☐	☐	☒



Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

А) Точка, симетрична точці $C(-2; 6; 0)$ відносно координатної площини XZ , має координати $(-2; -6; 0)$.

Б) Точка, що лежить в координатній площині YZ , має координати $(0; y; z)$. Це точка $(0; -3; 5)$.

В) Координати середини відрізка OC знайдемо за формулами:

$$X_{\text{середини}} = \frac{x_0 + x_C}{2} = \frac{0 - 2}{2} = -1; \quad Y_{\text{середини}} = \frac{y_0 + y_C}{2} = \frac{0 + 6}{2} = 3; \quad Z_{\text{середини}} = \frac{z_0 + z_C}{2} = \frac{0 + 0}{2} = 0.$$

Тоді серединою відрізка OC є точка $(-1; 3; 0)$.

Г) Точка, симетрична точці $C(-2; 6; 0)$ відносно початку координат, має координати $(2; -6; 0)$.

Д) Точка, що лежить на осі X , має координати $(x; 0; 0)$. Це точка $(4; 0; 0)$.

25

Мобільний телефон у магазині коштує 2260 грн. Покупець не має можливості заплатити всю суму повністю, тому купує цей телефон у розстрочку. За умовою договору він має сплачувати 10 % від його ціни кожен місяць протягом 12 місяців з моменту купівлі.

Визначте щомісячний платіж за куплений у розстрочку телефон (у грн).

Ви відповіли правильно: 226

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Знайдемо 10% від 2260 грн:

$2260 \cdot 0,1 = 226$ (грн) — це щомісячна платня.

26

Текст до цього завдання дивіться в питанні 25.

Знайдіть суму 12 щомісячних платежів. На скільки гривень ця сума перевищує заявлену магазином ціну телефону (2260 грн) на момент купівлі.

Ви відповіли правильно: 452

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

За 12 місяців буде сплачено

$$12 \cdot 226 = 2712 \text{ (грн);}$$

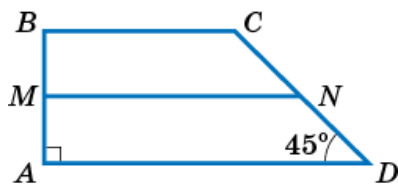
$$2712 - 2260 = 452 \text{ (грн).}$$

Значить, сплачено на 452 грн більше від заявленої магазином ціни.

27

У прямокутній трапеції $ABCD$ проведено середню лінію MN (див. рисунок).

$BC = 9$ см, $MN = 13$ см, $\angle ADC = 45^\circ$.



Визначте довжину сторони AD (у см).

Ви відповіли правильно: 17

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$MN = \frac{BC + AD}{2}, \text{ тобто}$$

$$13 = \frac{9 + AD}{2}, \quad 9 + AD = 26, \quad AD = 17 \text{ см.}$$

28

Текст до цього завдання дивіться в питанні 27.

Визначте довжину сторони AB (у см).

Ви відповіли правильно: 8

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

1) Проведемо з точки C висоту CK трапеції.

$CK \perp AD$, $AB \perp AD$, значить, $CK \parallel AB$ як два перпендикуляри до однієї прямої. Тоді $ABCK$ — прямокутник за означенням.

2) $KD = AD - BC = 17 - 9 = 8$ (см).

3) Розглянемо $\triangle CKD$ ($\angle K = 90^\circ$). Сума кутів трикутника дорівнює 180° , тому $\angle KCD = 45^\circ$.

Тоді $\triangle CKD$ — рівнобедрений за ознакою рівнобедреного трикутника. $KD = CK = 8$ см.

4) $CK = AB$ як протилежні сторони прямокутника $ABCK$. Тоді $AB = 8$ см.

29

В інструкції з медичного застосування настою лікарської рослини зазначено, що його рекомендовано приймати щоденно упродовж 20 діб. Протягом першої доби пацієнт має випити 370 мл настою, а кожної наступної доби - на одну й ту саму кількість настою менше, ніж попередньої. Останньої доби прийом має становити 85 мл цього лікарського засобу. Яку кількість настою (у мл) вип'є пацієнт за ці 20 діб, якщо дотримуватиметься інструкції?

Ви відповіли правильно: 4550

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Розглянемо арифметичну прогресію a_n , яка складається з 20-ти членів. Порядковий номер члена цієї прогресії є порядковим номером доби.

Члени прогресії — це кількість настою, яку пацієнт випиває протягом відповідних діб. Отже,

$$a_1 = 370, \quad a_{20} = 85, \quad n = 20.$$

Кількість настою, яку пацієнт вип'є за 20 діб — це сума усіх членів цієї прогресії.

$$S_{20} = \frac{a_1 + a_{20}}{2} \cdot n = \frac{370 + 85}{2} \cdot 20 = 455 \cdot 10 = 4550 \text{ (мл)}.$$

30

Розв'яжіть рівняння $\log_4 x \cdot \left(\log_4 x + \log_4 \frac{1}{16} \right) = 3$. Якщо рівняння має єдиний корінь, то запишіть його у відповіді, якщо рівняння має кілька коренів, то запишіть у відповіді їхню суму. Якщо рівняння не має коренів, запишіть у відповіді число 100.

Ви відповіли правильно: 64,25

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\log_4 x \cdot \left(\log_4 x + \log_4 \frac{1}{16} \right) = 3.$$

Областю допустимих значень змінної x є проміжок $(0; +\infty)$.

$$\log_4 x \cdot (\log_4 x + \log_4 4^{-2}) = 3; \log_4 x \cdot (\log_4 x - 2 \log_4 4) = 3; \log_4 x \cdot (\log_4 x - 2) = 3;$$

$$\log_4^2 x - 2 \log_4 x - 3 = 0.$$

Нехай $\log_4 x = a$. Тоді рівняння набере вигляду $a^2 - 2a - 3 = 0$; коренями одержаного рівняння є числа -1 ; 3 .

Тоді $\log_4 x = -1$, або $\log_4 x = 3$. Звідки $x = \frac{1}{4}$ або $x = 64$.

Сума коренів заданою в умові рівняння: $64 + \frac{1}{4} = 64\frac{1}{4} = 64,25$.

31

Обчисліть значення виразу $\frac{a^2 - 6ab + 9b^2}{a^2 + 4ab} : \frac{5a - 15b}{a + 4b}$ при $a = 0,1$, $b = 3,7$.

Ви відповіли правильно: -22

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{a^2 - 6ab + 9b^2}{a^2 + 4ab} \div \frac{5a - 15b}{a + 4b} = \frac{(a - 3b)^2}{a(a + 4b)} \cdot \frac{a + 4b}{5(a - 3b)} = \frac{a - 3b}{5a}.$$

Якщо $a = 0,1$, $b = 3,7$, то

$$\frac{a - 3b}{5a} = \frac{0,1 - 3 \cdot 3,7}{5 \cdot 0,1} = \frac{0,1 - 11,1}{0,5} = -\frac{11}{0,5} = -22.$$

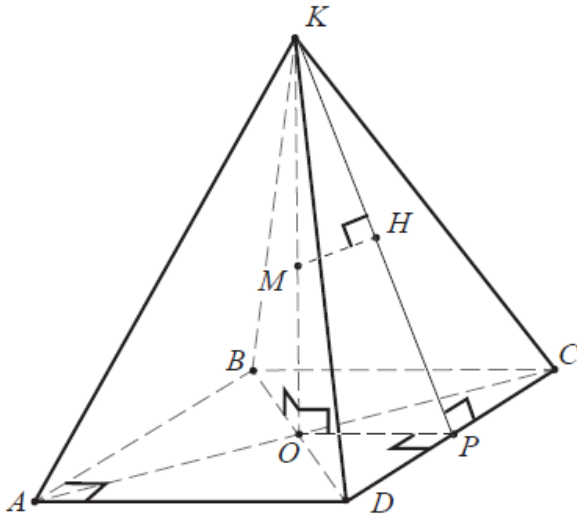
32

Бічна грань правильної чотирикутної піраміди нахилена до площини основи під кутом 60° . Визначте об'єм (у см^3) цієї піраміди, якщо радіус вписаної в неї кулі дорівнює 3 см.

Ви відповіли правильно: 324

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)



1) $KABCD$ — правильна чотирикутна піраміда. KO — її висота.

Значить, $ABCD$ — квадрат, а точка O — точка перетину діагоналей квадрата $ABCD$.

2) Проведемо в $\triangle KDC$ висоту KP : $KP \perp DC$.

Тоді маємо:

KO — перпендикуляр до площини основи, KP — похила, OP — її проекція на площину основи. Отже, за теоремою про три перпендикуляри, $OP \perp DC$.

Тоді $\angle KPO$ — кут між площиною KDC і площиною основи. За умовою $\angle KPO = 60^\circ$.

3) Покажемо, що площини KOP і KDC перпендикулярні. Справді, $DC \perp OP$, $DC \perp KP$, тому $DC \perp (KOP)$ за ознакою перпендикулярності прямої і площини. А площина KDC проходить через пряму DC — перпендикуляр до площини KOP . Отже, площини KDC і KOP перпендикулярні за ознакою перпендикулярності площин.

4) В $\triangle KOP$ на стороні KO виберемо точку M , рівновіддалену від сторони KP і точки O . Нехай точка H — основа перпендикуляра, опущеного з точки M на сторону KP .

Тоді $MH \perp KP$, $MH = MO$.

Маємо:

$MH \perp KP$, KP — лінія перетину перпендикулярних площин KOP і KDC , $MH \in (KOP)$. Тоді $MH \perp (KDC)$.

Отже, MH — відстань від точки M до площини KDC за означенням відстані від точки до площини.

5) Оскільки піраміда правильна, то відстань від точки M до граней KAD , KAB , KBC рівна MH . Крім того, $MH = MO$, MO — перпендикуляр до основи піраміди.

Маємо, що точка M рівновіддалена від усіх граней піраміди. Тобто, вона є центром вписаної в піраміду сфери, а MH і MO — радіуси цієї сфери. За умовою $MO = MH = 3$ см. Тоді висота піраміди $KO = KM + MO = 6 + 3 = 9$ см.

6) Об'єм піраміди $V_{\text{піраміди}} = \frac{1}{3} S_{\text{основи}} \cdot h_{\text{піраміди}} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot KO$.

Знайдемо площу основи S_{ABCD} . Для цього спершу розглянемо $\triangle KOP$ ($\angle O = 90^\circ$). В ньому $\angle KPO = 60^\circ$, тоді з теореми про суму кутів трикутника одержимо, що $\angle PKO = 30^\circ$.

В $\triangle KHM$ ($\angle H = 90^\circ$) MH — катет навпроти кута 30° . Тоді за властивістю катета навпроти кута 30° $KM = 2MH = 2 \cdot 3 = 6$ см.

За теоремою Піфагора:

$$KM^2 = MH^2 + KH^2,$$

$$6^2 = 3^2 + KH^2,$$

$$KH^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27.$$

$$KH = 3\sqrt{3} \text{ см.}$$

$\triangle KHM \sim \triangle KOP$ як прямокутні зі спільним кутом 30° . Тоді $\frac{KH}{KO} = \frac{MH}{OP}$; $\frac{3\sqrt{3}}{9} = \frac{3}{OP}$, звідки маємо:

$$OP = \frac{9 \cdot 3}{3\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}} \text{ (см)}.$$

$$OP = \frac{1}{2}AD, \text{ тому } AD = 2OP = 2 \cdot \frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{18}{\sqrt{3}} \text{ (см)}.$$

$$S_{ABCD} = AD^2 = \left(\frac{18}{\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{18^2}{3} = 18 \cdot 6 = 108 \text{ (см)}^2.$$

$$\text{Тоді } V_{\text{піраміди}} = \frac{1}{3} \cdot 108 \cdot 9 = 108 \cdot 3 = 324 \text{ (см)}^3.$$