

Тест ЗНО з математики.

Результат

100% :)

Тестовий бал ?

60 із 60

Рейтинговий бал ?

196.0...200.0

Витрачено часу: 83 дні 23 години

[Ще раз](#) [Інший варіант](#) [Статистика](#)

Поділитися...

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38		

$2(5x + 6) =$

- ☒ А $10x + 12$
- ☐ Б $10x + 6$
- ☐ В $7x + 8$
- ☐ Г $7x + 12$
- ☐ Д $5x + 8$

1

Ви відповіли правильно

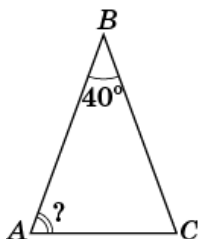
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$2 \cdot (5x + 6) = 2 \cdot 5x + 2 \cdot 6 = 10x + 12$.

На рисунку зображено рівнобедрений трикутник ABC ($AB = BC$). Визначте градусну міру кута BAC , якщо $\angle B = 40^\circ$

2



- ☐ А 80°
- ☒ Б 70°
- ☐ В 60°
- ☐ Г 50°
- ☐ Д 40°

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Сума кутів трикутника — 180° . Кути при основі рівнобедреного трикутника рівні.

$$\text{Тому } \angle A = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$$

3

Розв'яжіть нерівність $0,2x - 54 < 0$.

- ☐ А $(-\infty; 27)$
- ☐ Б $(270; +\infty)$
- ☐ В $(-\infty; 2,7)$
- ☒ Г $(-\infty; 270)$
- ☐ Д $(10,8; +\infty)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$0,2x - 54 < 0;$$

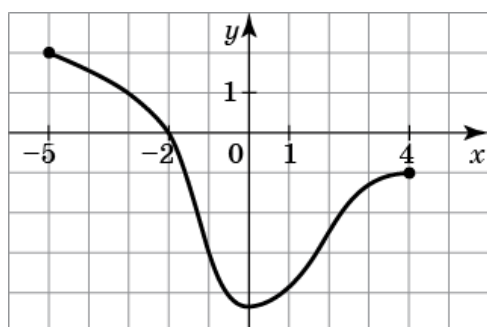
$$0,2x < 54;$$

$$x < \frac{54}{0,2} = \frac{540}{2} = 270;$$

$$x < 270.$$

4

Графік функції, визначеної на проміжку $[-5; 4]$, проходить через одну з наведених точок (див. рисунок). Укажіть цю точку.



- ☐ А $(-5; -2)$
- ☐ Б $(1; -3)$
- ☐ В $(-1; 4)$
- ☒ Г $(-3; 1)$
- ☐ Д $(0; -2)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Перевірка показує, що точка з координатами $(-3; 1)$ належить заданому графіку.

5

Сергій і Петро збирали яблука. Сергій зібрав яблук у 5 разів більше, ніж Петро. Яку частину всіх яблук зібрав Петро?

- ☐ А $\frac{1}{5}$
- ☒ Б $\frac{1}{6}$
- ☐ В $\frac{1}{2}$
- ☐ Г $\frac{5}{6}$
- ☐ Д $\frac{4}{5}$

Ви відповіли правильно

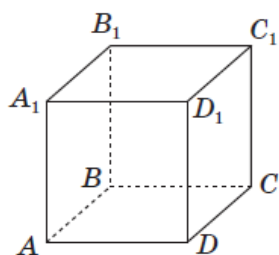
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Нехай Петро зібрав x кілограмів яблук (це одна частина). Тоді Сергій зібрав $5x$ кілограмів яблук (це 5 частин). Всього яблук $6x$ кілограмів (це 6 частин). Тому Петро зібрав $\frac{1}{6}$ всіх яблук.

6

На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Яка з наведених прямих паралельна площині $(AA_1 B_1)$?



- ☐ А BC
- ☐ Б BD
- ☒ В C_1D
- ☐ Г CB_1
- ☐ Д A_1B

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Пряма C_1D паралельна прямій B_1A . Пряма B_1A лежить в площині AA_1B_1 . Тому пряма C_1D паралельна площині AA_1B_1 за ознакою.

7

Розв'яжіть рівняння $4^x = 8$.

- ☐ А $\frac{1}{2}$
- ☐ Б $\frac{2}{3}$
- ☒ В $\frac{3}{2}$
- ☐ Г 2
- ☐ Д 32

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$4^x = 8;$$

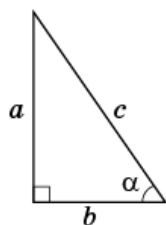
$$2^{2x} = 2^3;$$

$$2x = 3;$$

$$x = \frac{3}{2}.$$

8

На рисунку зображено прямокутний трикутник з катетами a і b , гіпотенузою c та гострим кутом α . Укажіть правильну рівність.



- ☐ А $\cos \alpha = \frac{a}{b}$
- ☐ Б $\cos \alpha = \frac{c}{b}$
- ☐ В $\cos \alpha = \frac{a}{c}$
- ☐ Г $\cos \alpha = \frac{c}{a}$
- ☒ Д $\cos \alpha = \frac{b}{c}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

В даному трикутнику c — гіпотенуза, b — катет, прилеглий до кута α . Косинус кута — відношення прилеглого катета до гіпотенузи. Тому $\cos \alpha = \frac{b}{c}$.

9

Випущено партію з 300 лотерейних білетів. Імовірність того, що намання вибраний білет із цієї партії буде виграшним, дорівнює 0,2. Визначте кількість білетів *без виграшу* серед цих 300 білетів.

- ☐ А 6
- ☐ Б 60
- ☐ В 294
- ☐ Г 150
- ☒ Д 240

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Імовірність того, що намання вибраний білет буде виграшним — відношення кількості виграшних білетів до кількості усіх білетів.

$$0,2 = \frac{2}{10} = \frac{60}{300}.$$

Отже, виграшних — 60 білетів. Тому білетів без виграшу — 240.

10

Спростіть вираз $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$.

- ☒ А $\cos^2 \alpha$
- ☐ Б $\sin^2 \alpha$
- ☐ В $\operatorname{tg}^2 \alpha$
- ☐ Г $\operatorname{ctg}^2 \alpha$
- ☐ Д 1

Ви відповіли правильно

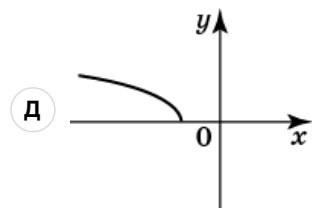
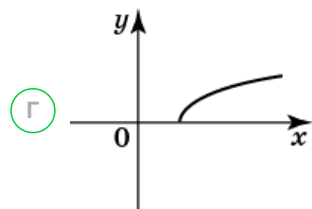
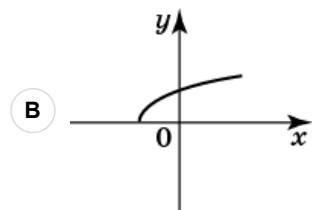
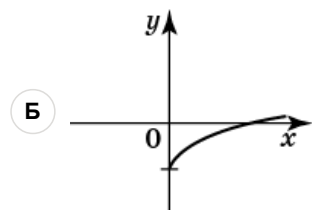
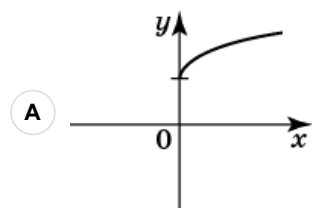
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \cos^2 \alpha .$$

11

На якому рисунку зображено ескіз графіка функції $y = \sqrt{x - 2}$?

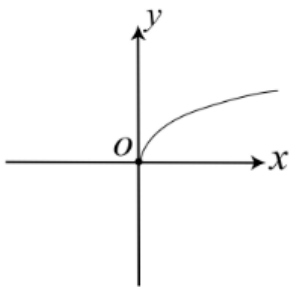


Ви відповіли правильно

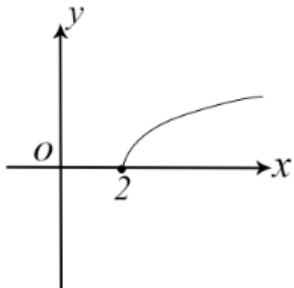
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Графік функції $y = \sqrt{x}$ подано на малюнку:



Щоб з нього одержати графік функції $y = \sqrt{x-2}$, треба його змістити праворуч на 2 одиниці вздовж осі Ox :



На діагоналі AC квадрата $ABCD$ задано точку, відстань від якої до сторін AB і BC дорівнює 2 см і 6 см відповідно. Визначте периметр квадрата $ABCD$.

12

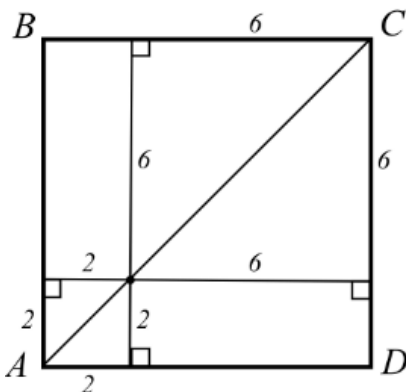
- ☐ А 16 см
- ☐ Б 24 см
- ☒ В 32 см
- ☐ Г 48 см
- ☐ Д 64 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Відстань від точки до прямої — довжина перпендикуляра, опущеного з точки на пряму.



$$P_{ABCD} = (2 + 6) \cdot 4 = 32 \text{ (см)}$$

Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 3\sqrt{x} = 12, \\ x - 2y = 26. \end{cases}$ Для одержаного розв'язку $(x_0; y_0)$ системи обчисліть суму $x_0 + y_0$.

13

- ☒ А 11
- ☐ Б 21
- ☐ В -7
- ☐ Г -10
- ☐ Д -14

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{cases} 3\sqrt{x} = 12; \\ x - 2y = 26. \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{x} = 4; \\ x - 2y = 26. \end{cases} \quad \begin{cases} x = 16; \\ x - 2y = 26. \end{cases} \quad \begin{cases} x = 16; \\ 16 - 2y = 26 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 16; \\ 2y = -10. \end{cases} \quad \begin{cases} x = 16; \\ y = -5. \end{cases}$$

$$x_0 + y_0 = 16 - 5 = 11.$$

14

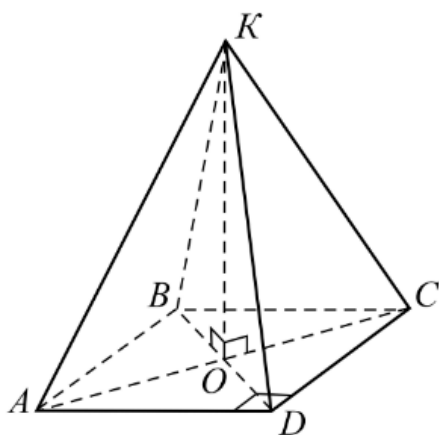
Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 3 см, а сторона її основи — 12 см. Знайдіть довжину бічного ребра піраміди.

- ☐ А 6 см
- ☐ Б $3\sqrt{5}$ см
- ☐ В $5\sqrt{3}$ см
- ☒ Г 9 см
- ☐ Д 15 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)



Основа правильної чотирикутної піраміди — квадрат. Якщо сторона квадрата — 12 см, то його діагональ — $12\sqrt{2}$ см. Діагоналі квадрата точкою перетину діляться навпіл, тому $OC = 6\sqrt{2}$ см. З трикутника KOC ($\angle O = 90^\circ$) за теоремою Піфагора:

$$KC^2 = OK^2 + OC^2 = 3^2 + (6\sqrt{2})^2 = 81;$$

$$KC = 9 \text{ см.}$$

15

Яку властивість із наведених має функція $y = 2x - 9$?

- ☐ А є парною
- ☐ Б є непарною
- ☐ В є періодичною
- ☐ Г є спадною
- ☒ Д є зростаючою

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Задане рівняння — рівняння прямої. Додатний коефіцієнт 2 вказує на те, що функція зростаюча.

16

Розв'яжіть рівняння $\frac{|x|}{10} = 2$.

- ☐ А $-5; 5$
- ☒ Б $-20; 20$
- ☐ В 20
- ☐ Г 5
- ☐ Д $-0,2; 0,2$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{|x|}{10} = 2;$$

$$|x| = 20;$$

$$x = \pm 20.$$

17

Лист заліза, що має форму прямокутника $ABCD$ ($AB = 50$ см), згортають таким чином, щоб отримати циліндричну трубу (див. рисунки 1 і 2). Краї AB і CD зварюють між собою без накладання одного краю на інший. Обчисліть площу бічної поверхні отриманого циліндра (труби), якщо діаметр його основи дорівнює 20 см. Виберіть відповідь, найближчу до точної. Товщиною листа заліза та швом від зварювання знехтуйте.

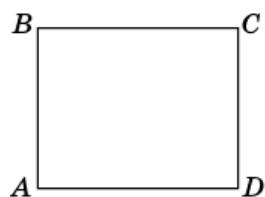


Рис. 1



Рис. 2

☐ А 1570 см^2

☒ Б 3150 см^2

☐ В 5240 см^2

☐ Г 6300 см^2

☐ Д 1000 см^2

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Площа бічної поверхні даного циліндра — це площа прямокутника $ABCD$. Довжина кола основи циліндра $\pi d = 20\pi$ (см) — це довжина сторони AD прямокутника $ABCD$.

Тоді:

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD = 50 \cdot 20\pi = 1000\pi \approx 3140 \text{ (см}^2\text{)} .$$

18

Укажіть проміжок, якому належить число $\log_5 4$.

☒ А $(0; 1)$

☐ Б $(1; 2)$

☐ В $(2; 3)$

☐ Г $(3; 4)$

☐ Д $(4; 5)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$0 < \log_6 4 < \log_4 4 = 1 .$$

Тому $\log_6 4 \in (0; 1)$.

19

Укажіть рівняння прямої, яка може бути дотичною до графіка функції $y = f(x)$ у точці з абсцисою $x_0 = 2$, якщо $f'(2) = -3$.

☐ А $y = -\frac{3}{2}x + 1$

☐ Б $y = 3x - 2$

☐ В $y = 2x + 3$

☐ Г $y = \frac{3}{2}x - 1$

☒ Д $y = -3x + 2$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

$f'(x_0)$ — кутовий коефіцієнт в рівнянні дотичної, проведеної до графіка функції $y = f(x)$ в точці x_0 .

За умовою: $f'(x_0) = f'(2) = -3$.

Тому рівняння $y = -3x + 2$ може бути рівнянням дотичної до графіка функції $y = f(x)$ в точці $x_0 = 2$.

20

Розв'яжіть нерівність $\frac{(x-6)(x+2)^2}{x-3} \leq 0$.

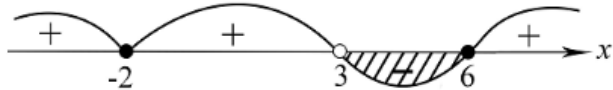
- ☒ А $\{-2\} \cup (3; 6]$
- ☐ Б $(-\infty; -2] \cup (3; 6]$
- ☐ В $[-2; 6]$
- ☐ Г $(-\infty; 6]$
- ☐ Д $(-\infty; 3) \cup (3; 6]$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

$$\frac{(x-6)(x+2)^2}{x-3} \leq 0.$$

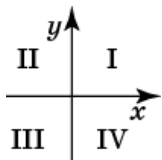
Скористаємося методом інтервалів:



Отже, $x \in \{-2\} \cup (3; 6]$.

21

Установіть відповідність між функцією (1—4) та координатними чвертями (А—Д), у яких розміщений графік цієї функції (координатні чверті показано на рисунку).



Функція

- 1 $y = -x^2 - 1$
- 2 $y = x + 1$
- 3 $y = -\frac{1}{x}$
- 4 $y = \cos x$

Координатні чверті

- А II та IV
- Б III та IV
- В I, II та III
- Г I, III та IV
- Д I, II, III та IV

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☒	☐	☐	☐
2	☐	☐	☒	☐	☐
3	☒	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☒

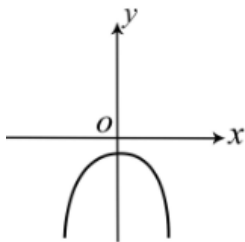
Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

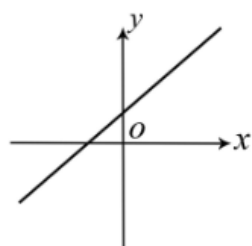
[Приховати пояснення](#)

Ескізи графіків заданих функцій:

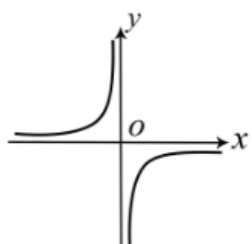
$$y = -x^2 - 1$$



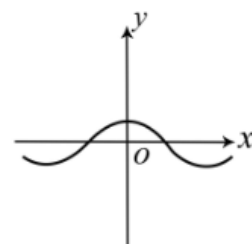
$$y = x + 1$$



$$y = -\frac{1}{x}$$



$$y = \cos x$$



Установіть відповідність між твердженням про дріб (1—4) та дробом (А—Д), для якого це твердження є правильним.

Твердження про дріб

- 1 є скоротним
- 2 є неправильним
- 3 менший за 0,5
- 4 є оберненим до дробу $1\frac{2}{5}$

Дріб

- А $\frac{5}{7}$
- Б $\frac{13}{27}$
- В $\frac{41}{10}$
- Г $\frac{7}{10}$
- Д $\frac{34}{51}$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☒
2	☐	☐	☒	☐	☐
3	☐	☒	☐	☐	☐
4	☒	☐	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

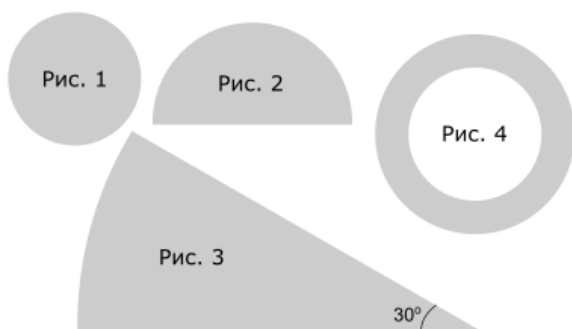
Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

- 1) $\frac{34}{51} = \frac{2}{3}$;
- 2) неправильним є дріб, у якого чисельник більший або рівний знаменника;
- 3) $\frac{13}{27} = \frac{26}{54} < \frac{27}{54} = \frac{1}{2}$;
- 4) $1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}$; оберненим дробом є $\frac{5}{7}$.

23

Установіть відповідність між геометричною фігурою (1—4) та її площею (А—Д).



Геометрична фігура

- 1 круг радіуса 4 см (рис. 1)
- 2 півкруг радіуса 6 см (рис. 2)
- 3 сектор радіуса 12 см з градусною мірою центрального кута 30° (рис. 3)
- 4 кільце, обмежене колами радіусів 4 см і 6 см (рис. 4)

Площа геометричної фігури

- А $12\pi \text{ см}^2$
- Б $16\pi \text{ см}^2$
- В $18\pi \text{ см}^2$
- Г $20\pi \text{ см}^2$
- Д $24\pi \text{ см}^2$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☒	☐	☐	☐
2	☐	☐	☒	☐	☐
3	☒	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☒	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

$$1) S_{\text{круга}} = \pi r^2 = 16\pi \text{ см}^2 ;$$

$$2) S_{\text{півкруга}} = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{36\pi}{2} = 18\pi \text{ см}^2 ;$$

$$3) S_{\text{сектора}} = \frac{\pi r^2 n^\circ}{360^\circ} = \frac{144\pi \cdot 30^\circ}{360^\circ} = 12\pi \text{ см}^2 .$$

$$4) S_{\text{кільця}} = 36\pi - 16\pi = 20\pi \text{ см}^2 .$$

24

У прямокутній декартовій системі координат у просторі $x y z$ задано точки $A(2; 0; 0)$ і $B(-4; 2; 6)$. До кожного початку речення (1—4) доберіть його закінчення (А—Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

Закінчення речення

1 Серединою відрізка AB є точка

А $(-1; 1; 3)$.

2 Вектор $\vec{AB}$ має координати

Б $(0; 2; 0)$.

3 Проекцією точки B на площину xz є точка

В $(-4; 0; 6)$.

4 Проекцією точки B на вісь y є точка

Г $(-6; 2; 6)$.

Д $(-2; 2; 6)$.

	А	Б	В	Г	Д
1	☒	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☒	☐
3	☐	☐	☒	☐	☐
4	☐	☒	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1. Координати середини відрізка AB — точки $M(x_M, y_M, z_M)$:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 - 4}{2} = -1;$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{0 + 2}{2} = 1;$$

$$z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{0 + 6}{2} = 3.$$

Отже, $M(-1; 1; 3)$.

2. Координата вектора $\vec{AB}$ ($x_{\vec{AB}}; y_{\vec{AB}}; z_{\vec{AB}}$) :

$$x_{\overrightarrow{AB}} = x_B - x_A = -4 - 2 = -6;$$

$$y_{\overrightarrow{AB}} = y_B - y_A = 2 - 0 = 2;$$

$$z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A = 6 - 0 = 6.$$

Отже, $\overrightarrow{AB}(-6; 2; 6)$.

3. Точка на площині XZ має координати $(x; 0; z)$, тому це точка $(-4; 0; 6)$.

4. Точка на осі Oy має координати $(0; y; 0)$, тому це точка $(0; 2; 0)$.

25

У магазині в продажу є лише музичні диски, диски з науково-популярними фільмами та диски з художніми фільмами. Кількість дисків із науково-популярними фільмами в п'ять разів більша за кількість музичних дисків і вдвічі менша за кількість дисків із художніми фільмами. Загальна кількість дисків у цьому магазині дорівнює 192.

Скільки відсотків становить кількість музичних дисків від загальної кількості всіх дисків у магазині?

Ви відповіли правильно: 6,25

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Нехай x — кількість музичних дисків. Тоді кількість науково-популярних дисків — $5x$, а кількість художніх дисків — $10x$. Загальна кількість дисків дорівнює $x + 5x + 10x = 16x$, а за умовою це 192 диски. Тобто

$$16x = 192;$$

$$x = 12.$$

Отже, всього музичних дисків — 12. Відсоток, який вони становлять від кількості усіх дисків:

$$\frac{12}{192} \cdot 100\% = \frac{1}{16} \cdot 100\% = 0,0625 \cdot 100\% = 6,25\%.$$

26

Текст до цього завдання дивіться в питанні 25.

Визначте кількість дисків із науково-популярними фільмами в цьому магазині.

Ви відповіли правильно: 60

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Нехай x — кількість музичних дисків. Тоді кількість науково-популярних дисків — $5x$, а кількість художніх дисків — $10x$. Загальна кількість дисків дорівнює $x + 5x + 10x = 16x$, а за умовою це 192 диски. Тобто

$$16x = 192;$$

$$x = 12.$$

Отже, всього музичних дисків — 12, визначимо кількість науково-популярних дисків:

$$5x = 5 \cdot 12 = 60.$$

27

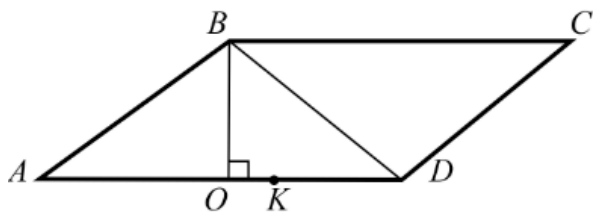
З вершини тупого кута B паралелограма $ABCD$ опущено перпендикуляр BO на сторону AD . Коло з центром у точці A проходить через вершину B та перетинає сторону AD в точці K . Відомо, що $AK = 6$ см, $KD = 4$ см, $AO = 5$ см.

Визначте периметр паралелограма $ABCD$ (у см).

Ви відповіли правильно: 32

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)



$AB = AK$ як радіуси кола з центром в точці A .

$AB = AK = 6$ см ; $AD = AK + KD = 6 + 4 = 10$ см ;

$P_{ABCD} = 2 \cdot (AB + AD) = 2 \cdot (6 + 10) = 2 \cdot 16 = 32$ (см) .

28

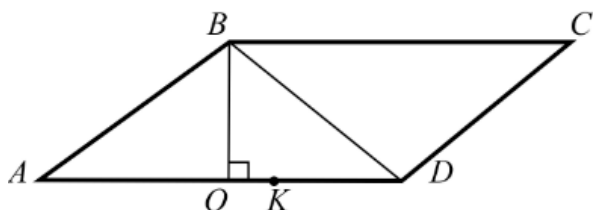
Текст до цього завдання дивіться в питанні 27.

Обчисліть довжину діагоналі BD (у см).

Ви відповіли правильно: 6

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)



$OK = AK - AO = 6 - 5 = 1$ (см) . $OD = OK + KD = 1 + 4 = 5$ (см) .

Бачимо, що в трикутнику ABD висота BO є медіаною ($AO = OD = 5$ см), тобто трикутник ABD — рівнобедрений.
 $AB = BD = 6$ см .

29

Плавець під час першого тренування подолав дистанцію у 450 м. Кожного наступного тренування він пропливав на 50 м більше, ніж попереднього, поки не досягнув результату 1000 м за одне тренування. Після цього під час кожного відвідування басейну плавець пропливав 1000 м. Скільки всього кілометрів плавець проплив за перші 10 тижнів тренувань, якщо він тренувався тричі кожного тижня?

Ви відповіли правильно: 26,7

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

1. Дізнаємося, скільки тренувань провів спортсмен, поки досяг результату 1000 м:

$$\frac{1000 - 450}{50} + 1 = 11 + 1 = 12 .$$

2. Дізнаємося, яку відстань проплив спортсмен за перших 12 тренувань. Розглянемо арифметичну прогресію, членами якої є результати перших 12 тренувань. Тоді:

$$a_1 = 450 \text{ м}; a_{12} = 1000 \text{ м} .$$

Знайдемо суму всіх членів цієї прогресії — це і буде шукана відстань:

$$S_{12} = \frac{a_1 + a_{12}}{2} \cdot 12 = \frac{450 + 1000}{2} \cdot 12 = \frac{1450}{2} \cdot 12 = 725 \cdot 12 = 8700 \text{ (м)} = 8,7 \text{ (км)} .$$

3. 12 тренувань — це 4 тижні.

За 6 тижнів, що залишилися, спортсмен провів $6 \cdot 3 = 18$ тренувань, значить, проплив $18 \cdot 1000 = 18\,000$ (м) = 18 (км) .

4. Разом за 10 тижнів спортсмен проплив $8,7 + 18 = 26,7$ кілометрів.

Розв'яжіть рівняння $\log_5^2 x + \log_5 x = 2$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповіді, якщо рівняння має кілька коренів, то у відповіді запишіть їхню суму. Якщо рівняння не має коренів, запишіть у відповіді число 100.

Ви відповіли правильно: 5,04

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

ОДЗ рівняння: $x > 0$. Нехай $\log_5 x = a$. Тоді маємо рівняння:

$$a^2 + a - 2 = 0,$$

коренями якого є числа $a_1 = -2$; $a_2 = 1$. Значить:

$$\begin{cases} \log_5 x = -2; \\ \log_5 x = 1. \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{25}; \\ x = 5 \end{cases}$$

Сума коренів рівняння:

$$\frac{1}{25} + 5 = \frac{1 + 5 \cdot 25}{25} = \frac{126}{25} = 5 \frac{1}{25} = 5,04.$$

Обчисліть значення виразу $\frac{10a+b}{b^2-4a^2} + \frac{4a+2b}{b^2+4ab+4a^2}$ при $a = 0,25$, $b = 4,5$.

Ви відповіли правильно: 0,75

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{aligned} \frac{10a+b}{b^2-4a^2} + \frac{4a+2b}{b^2+4ab+4a^2} &= \frac{10a+b}{b^2-4a^2} + \frac{2 \cdot (2a+b)}{(b+2a)^2} = \frac{10a+b}{(b-2a)(b+2a)} + \frac{2}{b+2a} = \frac{10a+b+2 \cdot (b-2a)}{(b-2a)(b+2a)} = \\ &= \frac{10a+b+2b-4a}{(b-2a)(b+2a)} = \frac{6a+3b}{(b-2a)(b+2a)} = \frac{3 \cdot (2a+b)}{(b-2a)(b+2a)} = \frac{3}{b-2a}. \end{aligned}$$

Якщо $a = 0,25$; $b = 4,5$:

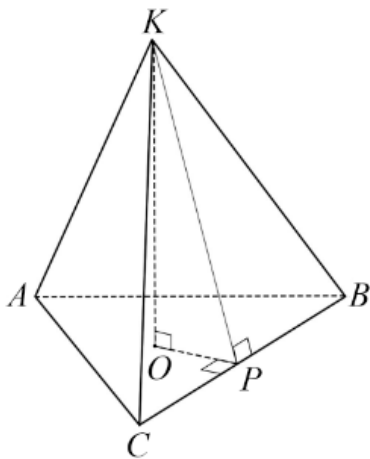
$$\frac{3}{b-2a} = \frac{3}{4,5-2 \cdot 0,25} = \frac{3}{4,5-0,5} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

Навколо конуса описано трикутну піраміду, площа основи якої дорівнює $50\sqrt{3}$, а периметр основи — 50. Визначте об'єм V цього конуса, якщо довжина його твірної дорівнює 4. У відповіді запишіть значення $\frac{V}{\pi}$.

Ви відповіли правильно: 8

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)



На даному малюнку:

KO — висота піраміди і вписаного в неї конуса;

OP — радіус кола, вписаного в основу піраміди, тобто радіус основи конуса;

KP — твірна конуса.

Площа основи піраміди обчислюється за формулою площі трикутника $S = pr$, де p — півпериметр трикутника, r — радіус вписаного в цей трикутник кола.

$$\text{Тоді } r = \frac{S}{p} = \frac{50\sqrt{3}}{25} = 2\sqrt{3} = OP.$$

З прямокутного трикутника KOP ($\angle O = 90^\circ$) з теореми Піфагора маємо:

$$KO = \sqrt{KP^2 - OP^2} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2.$$

Об'єм конуса:

$$V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} S_{\text{основи конуса}} \cdot KO = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot KO = \frac{1}{3} \pi \cdot (2\sqrt{3})^2 \cdot 2 = 8\pi.$$

$$\frac{V}{\pi} = \frac{8\pi}{\pi} = 8.$$

33

Обчисліть значення виразу $\frac{1}{70} \cdot 2^{3 \log_2 7}$.

Ви відповіли правильно: 4,9

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{1}{70} \cdot 2^{3 \log_2 7} = \frac{1}{70} \cdot 7^3 = \frac{7^3}{7 \cdot 10} = \frac{7^2}{10} = \frac{49}{10} = 4,9.$$

34

У школі є два одинадцятих класи. В 11-А класі навчається 12 хлопців та 8 дівчат, а в 11-Б — 9 хлопців та 15 дівчат. З учнів цих двох класів потрібно обрати двох ведучих для проведення святкового вечора, причому хлопець має бути з 11-А класу, а дівчина — з 11-Б. Скільки всього існує варіантів вибору таких пар ведучих?

Ви відповіли правильно: 180

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Ведучого-хлопця можна вибрати 12 способами, бо в 11-А класі 12 хлопців. Ведучу-дівчину можна вибрати 15 способами, бо в 11-Б класі 15 дівчат. Кількість способів, якими можна обрати пару ведучих, знайдемо за правилом добутку:

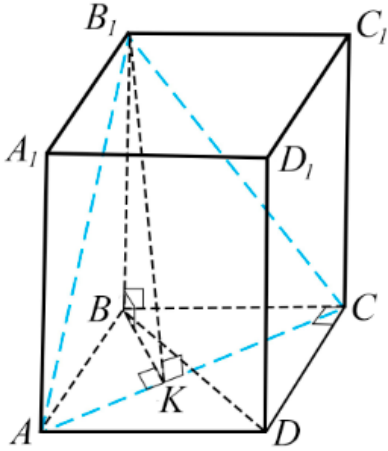
$$12 \cdot 15 = 180.$$

Основою прямої чотирикутної призми $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ є прямокутник зі сторонами 4 см і $4\sqrt{3}$ см. Площина, що проходить через вершини A , B_1 і C призми, утворює з площиною її основи кут 60° . Визначте висоту призми (y см).

Ви відповіли правильно: 6

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)



$\angle B_1KB$ — кут між площинами ABC і AB_1C за означенням кута між площинами. $\angle B_1KB = 60^\circ$ за умовою. Площа прямокутника $ABCD$:

$$S_{ABCD} = AD \cdot DC = 4\sqrt{3} \cdot 4 = 16\sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)};$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot S_{ABCD} = 8\sqrt{3} \text{ см}^2.$$

$\triangle ABC$ — ортогональна проекція $\triangle AB_1C$ на площину нижньої основи. Тому

$$S_{ABC} = S_{AB_1C} \cdot \cos 60^\circ = \frac{S_{AB_1C}}{2}.$$

$$S_{AB_1C} = 2S_{ABC} = 2 \cdot 8\sqrt{3} = 16\sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}.$$

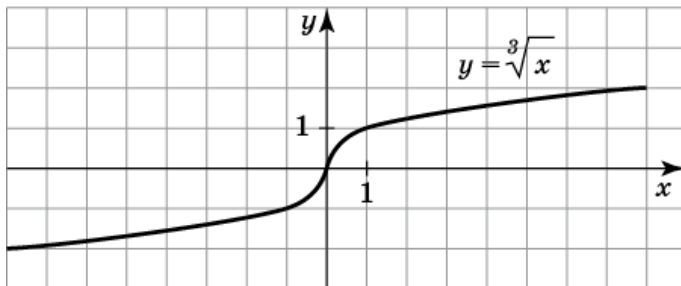
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BK \cdot AC = \frac{1}{2} BK \cdot 8 = 4BK = 8\sqrt{3}. \text{ Звідки } BK = 2\sqrt{3} \text{ см.}$$

$$S_{AB_1C} = \frac{1}{2} B_1K \cdot AC = \frac{1}{2} B_1K \cdot 8 = 4B_1K = 16\sqrt{3}. \text{ Звідки } B_1K = 4\sqrt{3} \text{ см.}$$

Бічні ребра прямої призми є її висотами. Трикутник B_1BK — прямокутний ($\angle B = 90^\circ$). Скориставшись теоремою Піфагора, маємо:

$$BB_1 = \sqrt{B_1K^2 - BK^2} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{48 - 12} = \sqrt{36} = 6 \text{ (см)} \text{ — висота заданої призми.}$$

Визначте додатне значення параметра a , за якого площа фігури, обмеженої лініями $y = \sqrt[3]{x}$ (див. рисунок), $y = 0$ та $x = a$, дорівнює 192 кв. од.



Ви відповіли правильно: 64

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Площа фігури, обмежена заданими лініями при $a > 0$, обчислюється за допомогою визначеного інтеграла:

$$S = \int_0^a \sqrt[3]{x} dx = \int_0^a x^{\frac{1}{3}} dx = 192.$$

$$\text{Звідки маємо: } \frac{3}{4} a^{\frac{4}{3}} = 192.$$

$$\text{Тоді } a = 64.$$

37

Зверніть увагу, що це завдання подано для ознайомлення із текстом тесту. У ньому вимагається повна обґрунтована відповідь. Під час онлайн-тестування оцінюється лише числова відповідь.

У прямокутному трикутнику ABC точка M є серединою гіпотенузи AB , довжина якої дорівнює 26 см. Точка O віддалена від вершин B і C на 15 см, а від сторони BC — на $10\sqrt{2}$ см. З точки O на катет BC опущено перпендикуляр OK , точка K належить відрізку OM .

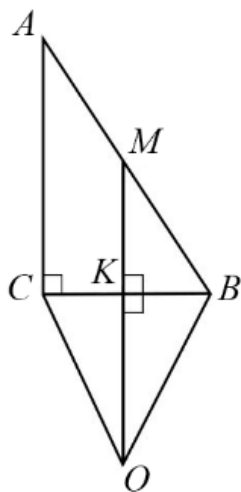
1. Доведіть, що чотирикутник $KMAC$ є трапецією.
2. Визначте площу трапеції $KMAC$. Відповідь запишіть у см^2 .

Ви відповіли правильно: 90

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Трикутник ABC — прямокутний.



В ньому за умовою: $\angle C = 90^\circ$; $AB = 26$ см; точка M — середина AB . Тоді $AM = MB = 13$ см.

За умовою точка O рівновіддалена від точок B і C на 15 см, тобто, $OC = OB = 15$ см.

За умовою OK — перпендикуляр, опущений з точки O на CB , тобто, $OK \perp CB$.

$$OK = 10\sqrt{2} \text{ см.}$$

OKB — прямокутний ($\angle K = 90^\circ$). В ньому за теоремою Піфагора $OB^2 = OK^2 + KB^2$.

Тоді $OK^2 = OB^2 - KB^2$. Звідки

$$KB = \sqrt{15^2 - (10\sqrt{2})^2} = \sqrt{225 - 200} = \sqrt{25} = 5 \text{ (см)}.$$

$\triangle OCB$ — рівнобедрений за означенням, тому за властивістю висоти рівнобедреного трикутника, проведеної до основи, OK є медіаною. Отже, $CK = KB = 5$ см.

Оскільки точка K — середина відрізка CB , то пряма OK ділить відрізок AB навпіл (з теореми Фалеса), тобто проходить через точку M . Отже, точки O, K, M лежать на одній прямій.

За умовою точка K належить відрізкам OM і CB , тому точки O і M належать різним півплощинам відносно прямої CB .

$\triangle BKM$ — прямокутний ($\angle K = 90^\circ$). В ньому за теоремою Піфагора $MB^2 = KM^2 + KB^2$. Тоді

$$KM^2 = MB^2 - KB^2. \text{ Звідки}$$

$$KM = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \text{ (см)}.$$

KM — середня лінія $\triangle ABC$ за означенням. Тоді за властивістю середньої лінії трикутника маємо:

$KM \parallel AC$, $KM = 0,5AC$. Звідки $AC = 24$ см.

Розглянемо чотирикутник $AMKC$. В ньому сторони KM і AC паралельні; сторони AM і CK непаралельні, бо лежать на непаралельних прямих AB і CB . Отже, чотирикутник $AMKC$ — трапеція за означенням (що і треба було довести). KM і AC — основи трапеції. Крім того, вона прямокутна ($CK \perp AC$ за умовою). Тому CK — її висота.

За формулою площі трапеції:

$$S_{AMKC} = \frac{KM + AC}{2} \cdot CK = \frac{12 + 24}{2} \cdot 5 = 90 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Зверніть увагу, що це завдання подано для ознайомлення із текстом тесту. У ньому вимагається повна обґрунтована відповідь. Під час онлайн-тестування оцінюється лише відповідь.

При яких значеннях параметра a рівняння $\frac{(x^2 - 2(a+1)x + 6a - 3)(\tan \pi x - 1)}{\sqrt[4]{49x^2 - 84ax + 36a^2}} = 0$ на проміжку $[0; 1]$ має рівно два різні корені?

- ☐ А $a \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$
- ☐ Б $a \in \left\{\frac{5}{8}; \frac{3}{4}; \frac{7}{8}\right\}$
- ☒ В $a \in \left[\frac{1}{2}; \frac{5}{8}\right) \cup \left(\frac{5}{8}; \frac{3}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4}; \frac{7}{8}\right) \cup \left(\frac{7}{8}; 1\right]$
- ☐ Г $a \in \left[\frac{1}{2}; \frac{5}{8}\right) \cup \left(\frac{5}{8}; \frac{7}{8}\right) \cup \left(\frac{7}{8}; 1\right]$
- ☐ Д таких значень не існує

Ви відповіли правильно

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

1. Знайдемо область допустимих значень змінної x цього рівняння:

$$\begin{cases} \pi x \neq \frac{\pi}{2} + \pi l, l \in \mathbb{Z}; \\ 49x^2 - 84ax + 36a^2 > 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq \frac{1}{2} + l, l \in \mathbb{Z}; \\ (7x - 6a)^2 > 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq \frac{1}{2} + l, l \in \mathbb{Z}; \\ 7x - 6a \neq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq \frac{1}{2} + l, l \in \mathbb{Z}; \\ 7x \neq 6a. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq \frac{1}{2} + l, l \in \mathbb{Z}; \\ x \neq \frac{6a}{7}. \end{cases}$$

Оскільки ми беремо до уваги корені рівняння з проміжку $[0; 1]$, то

$$\begin{cases} x \neq \frac{1}{2}; \\ x \neq \frac{6a}{7}. \end{cases}$$

Розв'яжемо задане рівняння для всіх значень змінної x , таких, що $x \neq \frac{1}{2}$, $x \neq \frac{6a}{7}$.

$$(x^2 - 2(a+1)x + 6a - 3)(\operatorname{tg} \pi x - 1) = 0 ;$$

$$\begin{cases} x^2 - 2(a+1)x + 6a - 3 = 0; \\ \operatorname{tg} \pi x - 1 = 0. \end{cases}$$

2. Розглянемо рівняння $\operatorname{tg} \pi x - 1 = 0$.

$$\operatorname{tg} \pi x = 1;$$

$$\pi x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$x = \frac{1}{4} + n, n \in \mathbb{Z};$$

на проміжку $[0; 1]$ маємо корінь $\frac{1}{4}$.

Із врахуванням ОДЗ:

$$\frac{1}{4} \neq \frac{6a}{7};$$

$$a \neq \frac{7}{24}.$$

Отже, при $a \neq \frac{7}{24}$ рівняння $\operatorname{tg} \pi x - 1 = 0$ на проміжку $[0; 1]$ має корінь $x = \frac{1}{4}$.

3. Розглянемо рівняння $x^2 - 2(a+1)x + 6a - 3 = 0$.

Знайдемо його дискримінант:

$$D = 4(a+1)^2 - 4(6a-3) = 4a^2 + 8a + 4 - 24a + 12 = 4a^2 - 16a + 16 = 4(a^2 - 4a + 4) = 4(a-2)^2 \geq 0.$$

Знайдемо корені рівняння:

$$x = \frac{2(a+1) \pm 2(a-2)}{2} = (a+1) \pm (a-2);$$

звідки

$$\begin{cases} x = a+1 + a-2 = 2a-1; \\ x = a+1 - a+2 = 3. \end{cases}$$

Корінь $x = 3$ не належить проміжку $[0; 1]$. Розглянемо корінь $x = 2a-1$. Знайдемо, за яких умов цей корінь:

- належить проміжку $[0; 1]$;
- у відповідності до ОДЗ не дорівнює $\frac{1}{2}$;
- у відповідності до ОДЗ не дорівнює $\frac{6a}{7}$.

Маємо:

$$\begin{cases} 0 \leq 2a-1 \leq 1; \\ 2a-1 \neq \frac{1}{2} \\ 2a-1 \neq \frac{6a}{7}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 \leq 2a \leq 2; \\ 2a \neq \frac{3}{2} \\ \frac{14a-6a}{7} \neq 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \leq a \leq 1; \\ a \neq \frac{3}{4} \\ a \neq \frac{7}{8}. \end{cases}$$

Тобто, при $a \in \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4}; \frac{7}{8}\right) \cup \left(\frac{7}{8}; 1\right]$ рівняння $x^2 - 2(a+1)x + 6a - 3 = 0$ на проміжку $[0; 1]$ має корінь $x = 2a-1$.

4. За умовою необхідно, щоб на заданому проміжку було рівно два корені. Тому визначимо, при яких значеннях параметра a одержані корені $x = \frac{1}{4}$, $x = 2a - 1$ збігаються:

$$\frac{1}{4} = 2a - 1;$$

$$2a = \frac{5}{4};$$

$$a = \frac{5}{8}.$$

Отже, **при** $a \neq \frac{5}{8}$ на заданому проміжку одержані два корені не збіжються.

5. Виходячи з пунктів 1–4 і врахувавши, що $\frac{7}{24} < \frac{1}{2}$, маємо:

задане рівняння матиме рівно два корені на проміжку $[0; 1]$ при $a \in \left[\frac{1}{2}; \frac{5}{8}\right) \cup \left(\frac{5}{8}; \frac{3}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4}; \frac{7}{8}\right) \cup \left(\frac{7}{8}; 1\right]$.