

Тест ЗНО з математики.

Результат

100% :)

Тестовий бал ?

60 із 60

Рейтинговий бал ?

196.0...200.0

Витрачено часу: 4 хвилини

[Ще раз](#) [Інший варіант](#) [Статистика](#)

Поділитися...

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

37

38

1

Виразіть у відсотках число $\frac{1}{5}$.

А 2 %

Б 20 %

В 50 %

Г 0,2 %

Д 1,5 %

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{1}{5} = \frac{20}{100}.$$

2

Відрізок, довжина якого дорівнює 60 см, розділений точками на чотири рівні відрізки. Визначте відстань між серединами отриманих крайніх відрізків.

- ☐ А 36 см
- ☐ Б 40 см
- ☒ В 45 см
- ☐ Г 48 см
- ☐ Д 50 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Сумарна відстань від початку до середини крайнього лівого отриманого відрізка і від середини крайнього правого отриманого відрізка до кінця дорівнює цілій довжині отриманого відрізка

$$\frac{60}{4} = 15 \text{ см.}$$

Отже, шукана відстань дорівнює $60 - 15 = 45 \text{ см.}$

3

Обчисліть добуток коренів рівняння $x^2 + 6x - 55 = 0$.

- ☒ А -55
- ☐ Б 55
- ☐ В -6
- ☐ Г 6
- ☐ Д -49

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Упевнюємося в тому, що рівняння має корені: $D = 6^2 - 4 \cdot (-55) > 0$. Тоді за теоремою Вієта їх добуток дорівнює вільному члену -55 .

4

$$\frac{3x^2y}{9xy^3} =$$

☐ А $27x^3y^4$

☐ Б $\frac{x^3y^4}{3}$

☐ В $\frac{3x}{y^2}$

☐ Г $\frac{x^3}{3y^4}$

☒ Д $\frac{x}{3y^2}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{3x^2y}{9xy^3} = \frac{x}{3y^2}.$$

5

Яка з наведених точок належить графіку функції $y = \frac{5+x}{x-2}$?

☐ А (2; 7)

☐ Б (1; 6)

☐ В (−3; 0, 4)

☐ Г (0; 2, 5)

☒ Д (4; 4, 5)

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

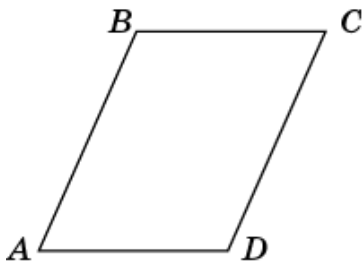
Рівність досягається тільки при підставленні у рівняння функції $y = \frac{5+x}{x-2}$ координат точки (4; 4,5).

6

На рисунку зображено паралелограм $ABCD$. Які з наведених тверджень є правильними?

I. $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

II. $\angle B + \angle D = 180^\circ$ III. $\angle B - \angle A > 0^\circ$



- ☐ А лише I
- ☐ Б лише I і II
- ☐ В лише II
- ☒ Г лише I і III
- ☐ Д I, II і III

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Твердження I істинне, оскільки сума внутрішніх кутів чотирикутника дорівнює 360° . Твердження II хибне, оскільки обидва кути — тупі, отже, їх сума більша за 180° . Твердження III — правильне, оскільки кут B — тупий, а кут A — гострий.

7

Розв'яжіть рівняння $\log_3 x = -1$.

- ☒ А $\frac{1}{3}$
- ☐ Б 3
- ☐ В -1
- ☐ Г -3
- ☐ Д $-\frac{1}{3}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\log_3 x = -1, x = 3^{-1} = \frac{1}{3}.$$

8

Визначте площу сфери, діаметр якої дорівнює 12 см.

- ☐ А $36\pi \text{ см}^2$
- ☐ Б $72\pi \text{ см}^2$
- ☒ В $144\pi \text{ см}^2$
- ☐ Г $288\pi \text{ см}^2$
- ☐ Д $576\pi \text{ см}^2$

Ви відповіли правильно

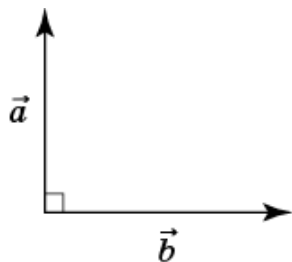
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Радіус сфери $R = \frac{12}{2} = 6 \text{ см}$, отже, площа сфери $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 6^2 = 144\pi \text{ см}^2$.

9

Довжини перпендикулярних векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ (див. рисунок) дорівнюють 6 і 8 відповідно. Знайдіть довжину вектора $\vec{a} + \vec{b}$.



- ☐ А 2
- ☐ Б 6
- ☐ В 8
- ☒ Г 10
- ☐ Д 14

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

За правилом паралелограма $\vec{a} + \vec{b}$ — вектор, початок якого збігається з початками $\vec{a}$ і $\vec{b}$, а довжина дорівнює довжині діагоналі прямокутника, утвореного цими перпендикулярними векторами. За теоремою Піфагора довжина діагоналі такого прямокутника дорівнює $\sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ см}$.

Якщо $\sqrt{x} + y = 5$ і $2\sqrt{x} - y = 7$, то y дорівнює

- ☐ А -2
- ☐ Б -1
- ☐ В 3
- ☐ Г 2
- ☒ Д 1

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Помножимо першу рівність на 2 і віднімемо від цього добутку другу рівність:

$$2(\sqrt{x} + y) - (2\sqrt{x} - y) = 2 \cdot 5 - 7,$$

$$2\sqrt{x} + 2y - 2\sqrt{x} + y = 3,$$

$$3y = 3, y = 1.$$

Зауважуємо, що при знайденому значенні y умова завдання має сенс:

$$\sqrt{x} + 1 = 5,$$

$$\sqrt{x} = 4 > 0.$$

Майстер обслуговує лише три верстати: 20 % робочого часу він обслуговує перший верстат, 30 % — другий, 50 % — третій. Обчисліть імовірність того, що в навмання вибраний момент робочого часу майстер обслуговує перший або третій верстат.

- ☐ А 0,8
- ☒ Б 0,7
- ☐ В 0,5
- ☐ Г 0,3
- ☐ Д 0,1

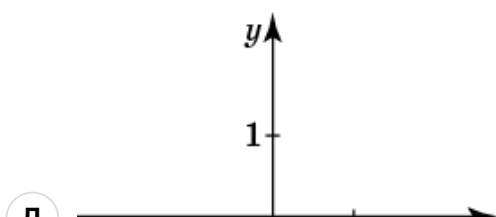
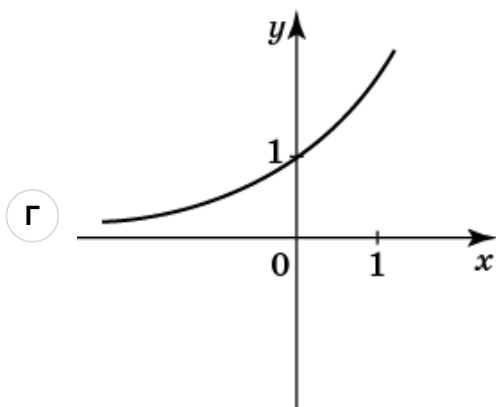
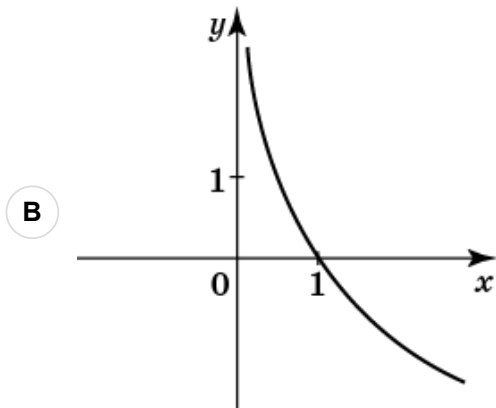
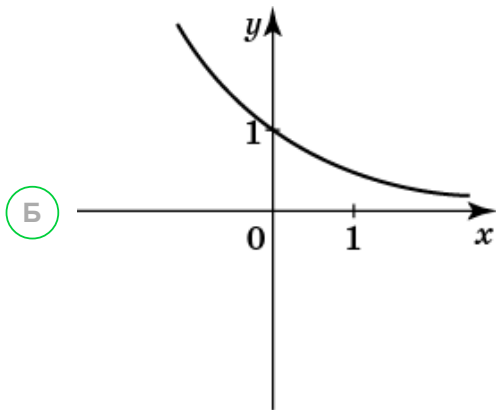
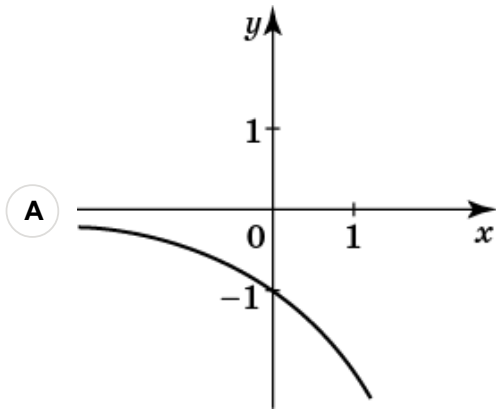
Ви відповіли правильно

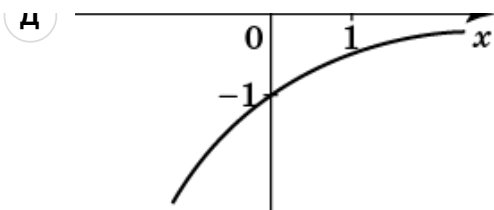
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Імовірність того, що в навмання вибраний момент робочого часу майстер обслуговуватиме перший або третій верстат, дорівнює сумі ймовірностей того, що в цей момент майстер обслуговуватиме перший верстат, і ймовірності того, що в цей момент майстер обслуговуватиме третій верстат, тобто $0,2 + 0,5 = 0,7$.

На якому рисунку зображено ескіз графіка функції $y = 2^{-x}$?





Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Правильна відповідь випливає з того, що функція $y = 2^{-x}$ спадає на області визначення, а її графік проходить через точку $(0; 1)$.

13

Яке з наведених рівнянь не має коренів?

А $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Б $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

В $\operatorname{ctg} x = -\frac{2}{\sqrt{3}}$

Г $\operatorname{tg} x = \frac{2}{\sqrt{3}}$

Д $\cos x = \frac{2}{\sqrt{3}}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Рівняння вигляду $\operatorname{tg} x = a$ і $\operatorname{ctg} x = a$ мають розв'язки при всіх $a \in \mathbb{R}$. Рівняння вигляду $\sin x = a$ і $\cos x = a$ мають розв'язки лише при $|a| \leq 1$. Отже, не має коренів рівняння $\cos x = \frac{2}{\sqrt{3}}$, оскільки $\frac{2}{\sqrt{3}} > 1$.

14

Обчисліть $36^{\log_6 5}$.

- ☐ А 5
- ☐ Б 6
- ☐ В 10
- ☒ Г 25
- ☐ Д 36

Ви відповіли правильно

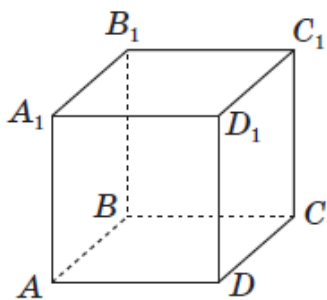
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$36^{\log_6 5} = (6^2)^{\log_6 5} = 6^{2 \log_6 5} = 6^{\log_6 5^2} = 5^2 = 25.$$

15

На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Визначте градусну міру кута між прямими AB_1 і DD_1 .



- ☐ А 0°
- ☐ Б 30°
- ☒ В 45°
- ☐ Г 60°
- ☐ Д 90°

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Проекцією прямої DD_1 на площину $AA_1 B_1 B$ є пряма AA_1 . Кут між прямими AB_1 і AA_1 — кут між стороною і діагоналлю квадрата $AA_1 B_1 B$ — дорівнює 45° .

16

Укажіть область визначення функції $y = \frac{4-x}{5}$.

- ☒ А $(-\infty; +\infty)$
- ☐ Б $(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$
- ☐ В $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$
- ☐ Г $\left(-\infty; \frac{4}{5}\right) \cup \left(\frac{4}{5}; +\infty\right)$
- ☐ Д $(4; 5)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Вираз $\frac{4-x}{5}$ має сенс при всіх $x \in \mathbb{R}$.

17

Якщо $a \in (-2; 3)$, то $|a^2 - a - 6| =$

- ☒ А $a^2 - a - 6$
- ☐ Б $a^2 + a - 6$
- ☐ В $a^2 + a + 6$
- ☐ Г $-a^2 + a + 6$
- ☐ Д $-a^2 - a + 6$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$a^2 - a - 6 = (a + 2)(a - 3)$. При $a \in (-2; 3)$ $a^2 - a - 6 < 0$, отже,
 $|a^2 - a - 6| = -a^2 + a + 6$.

18

Розв'яжіть нерівність $2 \cdot (0,3)^x < 0,18$.

- ☐ А $(-\infty; 2)$
- ☒ Б $(2; +\infty)$
- ☐ В $(-\infty; 0, 3)$
- ☐ Г $(0, 3; +\infty)$
- ☐ Д $(0; 2)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$2 \cdot (0,3)^x < 0,18, (0,3)^x < 0,09, (0,3)^x < (0,3)^2, x > 2.$$

19

Визначте для функції $f(x) = 2x + 2$ первісну, графік якої проходить через точку $(1; 4)$.

- ☐ А $F(x) = 2x^2 + 2x$
- ☒ Б $F(x) = x^2 + 2x + 1$
- ☐ В $F(x) = x^2 + 2x + 2$
- ☐ Г $F(x) = x^2 + 2x - 4$
- ☐ Д $F(x) = 2x^2 + x + 1$

Ви відповіли правильно

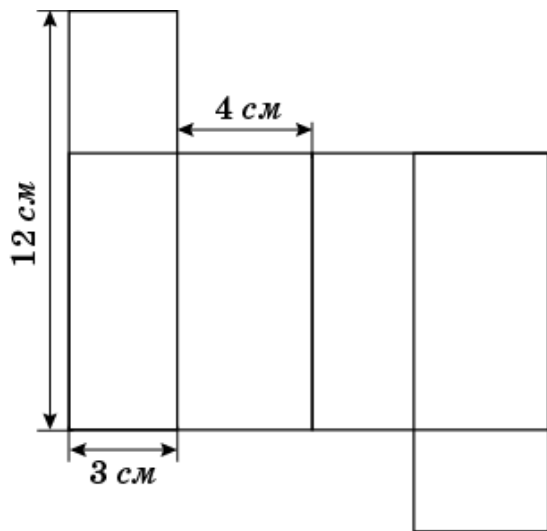
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Первісна для $f(x) = 2x + 2$ має загальний вигляд: $F(x) = x^2 + 2x + C$. З того, що вона проходить через точку $(1; 4)$, знайдемо значення C : $4 = 1^2 + 2 \cdot 1 + C$, $C = 1$. Остаточно рівняння первісної $F(x) = x^2 + 2x + 1$.

20

На рисунку зображено розгортку прямокутного паралелепіпеда. Використовуючи зазначені на рисунку розміри, обчисліть об'єм цього паралелепіпеда.



- ☒ А 96 см^3
- ☐ Б 108 см^3
- ☐ В 128 см^3
- ☐ Г 136 см^3
- ☐ Д 144 см^3

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Прямокутник 12×3 на розгортці складається з двох — верхнього і нижнього. При складанні паралелепіпеда з цієї розгортки верхній прямокутник утворить верхню основу паралелепіпеда, отже, розміри верхнього прямокутника — 3×4 . Об'єм паралелепіпеда, розгортка якого зображена на рисунку, дорівнює $V = 3 \cdot 4 \cdot (12 - 4) = 96 \text{ см}^3$.

21

Установіть відповідність між виразом (1—4) та тотожно рівним йому виразом (А—Д).

- | | |
|---|---|
| ☐ 1 $1 - \cos^2 \alpha$ | ☐ А $\cos^2 \alpha$ |
| ☐ 2 $2 \sin \alpha \cos \alpha$ | ☐ Б $\cos 2\alpha$ |
| ☐ 3 $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ | ☐ В $\sin 2\alpha$ |
| ☐ 4 $\cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ | ☐ Г $-\cos 2\alpha$ |
| | ☐ Д $\sin^2 \alpha$ |

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☒
2	☐	☐	☒	☐	☐
3	☐	☒	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)1. Із основної тригонометричної тотожності $1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$.2. Із формул подвійного кута $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin^2 \alpha$.3. Із формул подвійного кута $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$.4. Із основної тригонометричної тотожності після спрощення
 $\cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = \cos^2 \alpha$.

22

Установіть відповідність між функцією (1—4) та її властивістю (А—Д).

Функція

Властивість

1 $y = x^2$

2 $y = x^3 + 1$

3 $y = 3 - x$

4 $y = \sin x$

А зростає на всій області визначення

Б спадає на всій області визначення

В є непарною

Г є парною

Д областю значень функції є проміжок $(0; +\infty)$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☒	☐
2	☒	☐	☐	☐	☐
3	☐	☒	☐	☐	☐
4	☐	☐	☒	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

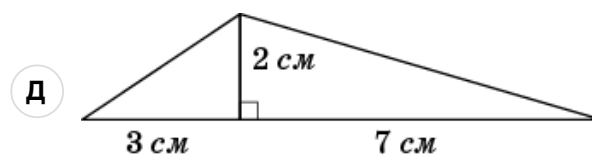
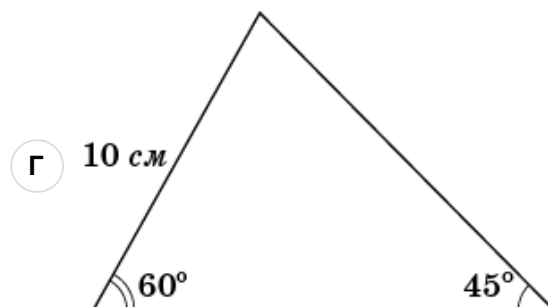
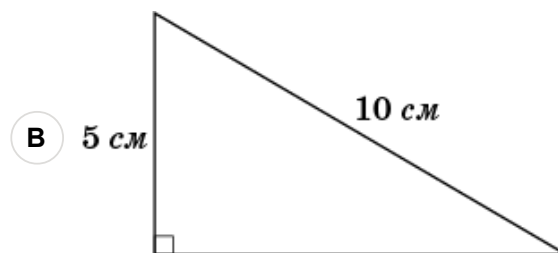
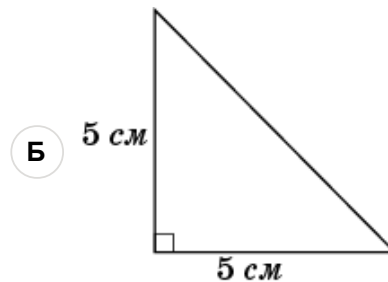
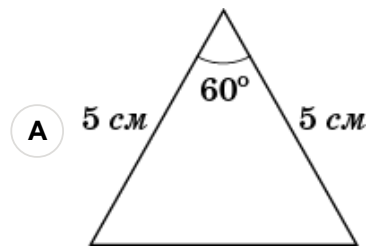
[Приховати пояснення](#)Серед наведених функцій тільки функція $y = x^3 + 1$ зростає на всій області визначення; $y = 3 - x$ спадає на всій області визначення; $y = \sin x$ є непарною; $y = x^2$ є парною.

23

Установіть відповідність між запитанням (1—4) та правильною відповіддю на нього (А—Д) по рисунках, на яких наведено інформацію про п'ять трикутників.

Запитання

- 1 На якому рисунку зображено трикутник, у якого центри вписаного й описаного кіл збігаються?
- 2 На якому рисунку зображено трикутник, один із внутрішніх кутів якого дорівнює 30° ?
- 3 На якому рисунку зображено трикутник, площа якого дорівнює 10 см^2 ?
- 4 На якому рисунку зображено трикутник, у якого діаметр описаного навколо нього кола дорівнює $10\sqrt{2} \text{ см}$?



	А	Б	В	Г	Д
1	☒	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☒	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☒
4	☐	☐	☐	☒	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1. Із усіх наведених трикутників тільки трикутник А є правильним.
2. У прямокутному трикутнику В один із катетів удвічі менший за гіпотенузу — це означає, що кут, який лежить навпроти цього катета, дорівнює 30° .

3. Площа трикутника D дорівнює $\frac{2(3+7)}{2} = 10 \text{ см}^2$.

4. У трикутнику Γ за теоремою косинусів діаметр описаного кола дорівнює $\frac{10}{\sin 45^\circ} = \frac{10}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 10\sqrt{2} \text{ см}$.

24

У прямокутній декартовій системі координат $x y z$ у просторі задано точку $M(1; -4; 8)$.

Установіть відповідність між початком речення (1—4) та його закінченням (А—Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

Закінчення речення

- 1 Відстань від точки M до площини $x y$ дорівнює
- 2 Відстань від точки M до початку координат дорівнює
- 3 Відстань від точки M до осі z дорівнює
- 4 Відстань від точки M до точки $N(1; 0; 8)$ дорівнює

- А 1.
- Б 4.
- В $\sqrt{17}$.
- Г 8.
- Д 9.

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☒	☐
2	☐	☐	☐	☐	☒
3	☐	☐	☒	☐	☐
4	☐	☒	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1. Проекцією точки M на площину $x y$ буде точка $M'(1; -4; 0)$, отже, шукана відстань дорівнює 8.

2. Шукана відстань дорівнює $\sqrt{1^2 + (-4)^2 + 8^2} = \sqrt{1 + 16 + 64} = \sqrt{81} = 9$.

3. Проекцією точки M на вісь z буде точка $M''(0; 0; 8)$, отже, шукана відстань дорівнює $\sqrt{1^2 + (-4)^2} = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$.

4. Точка N є проекцією точки M на площину $x z$, отже, шукана відстань дорівнює 4.

25

Відстань між двома містами велосипедист долає за 2 години, а пішохід — за 6 годин. Уважайте, що швидкості велосипедиста і пішохода є сталими протягом усього шляху.

Визначте відстань між містами (у км), якщо швидкість велосипедиста на 12 км/год більша за швидкість пішохода.

Ви відповіли правильно: 36

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Нехай відстань між містами дорівнює S . Тоді з умови задачі $\frac{S}{2} - \frac{S}{6} = 12$, $S \left(\frac{3-1}{6} \right) = 12$,
 $S = 12 \cdot \frac{6}{2} = 36 \text{ км.}$

26

Текст до цього завдання дивіться в питанні [25](#).

Пішохід і велосипедист одночасно вирушили назустріч один одному з цих двох міст. Через скільки годин після початку руху вони зустрінуться?

Ви відповіли правильно: 1,5

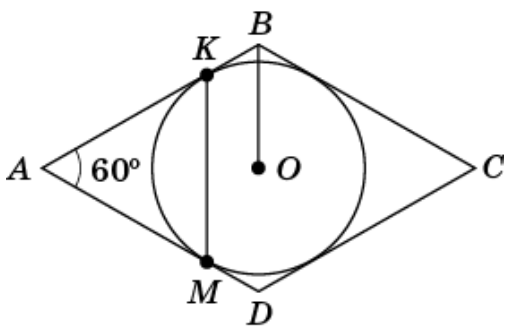
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

За годину велосипедист і пішохід разом долають $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3+1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ всієї відстані, отже, вони зустрінуться через $\frac{1}{\frac{2}{3}} = 1,5 \text{ год}$ після початку руху.

27

У ромб $ABCD$ вписано коло з центром у точці O , яке дотикається сторін AB і AD у точках K і M відповідно (див. рисунок). Периметр ромба дорівнює 48 см, $\angle A = 60^\circ$. Знайдіть:



Довжину відрізка OB (у см).

Ви відповіли правильно: 6

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

OB — половина меншої діагоналі ромба BD . Рівнобедрений трикутник ABD ($AB = AD$) з кутом 60° при вершині — рівносторонній. Отже, BD дорівнює стороні ромба $\frac{48}{4} = 12 \text{ см}$, тоді

$$OB = \frac{BD}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ см.}$$

28

Текст до цього завдання дивіться в питанні 27.
Довжину відрізка KM (у см).

Ви відповіли правильно: 9

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Трикутник AKM — рівносторонній, отже, $KM = AK$. Розглянемо прямокутний трикутник KBO , в якому $BO = 6$ см, а $\angle KBO = 60^\circ$. Тоді $KB = BO \cos 60^\circ = 6 \cdot \frac{1}{2} = 3$ см. Отже, $KM = AK = AB - KB = 12 - 3 = 9$ см.

29

Повна вартість доставки великогабаритних меблів у фірмі із перевезень складається з вартості їх доставки на 1-й поверх будинку і вартості піднімання меблів на потрібний поверх. Вартість піднімання меблів на кожен наступний поверх перевищує вартість їх піднімання на попередній на одну й ту саму величину. Визначте повну вартість (у грн) доставки меблів на 11-й поверх будинку, якщо повна вартість доставки меблів на 4-й та 7-й поверхи цього будинку становить 142 грн та 154 грн відповідно.

Ви відповіли правильно: 170

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Позначимо вартість доставки меблів на 1-й поверх a_1 , а величину, на яку збільшується вартість піднімання меблів на кожний наступний поверх, d . З умови задачі отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} a_1 + 3d = 142, \\ a_1 + 6d = 154 \end{cases}$$

Віднімемо від другого рівняння перше:

$$a_1 + 6d - (a_1 + 3d) = 154 - 142,$$

$$\cancel{a_1} + 6d - \cancel{a_1} - 3d = 12,$$

$3d = 12$, $d = 4$ грн, звідки $a_1 = 142 - 3d = 142 - 3 \cdot 4 = 142 - 12 = 130$ грн. Тоді повна вартість доставки меблів на 11-й поверх дорівнюватиме $a_1 + 10d = 130 + 10 \cdot 4 = 130 + 40 = 170$ грн.

30

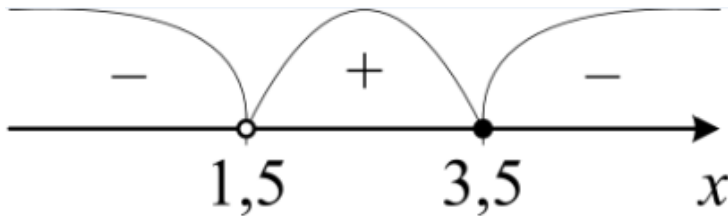
Розв'яжіть нерівність $\lg \frac{4}{2x-3} \geq 0$. У відповіді запишіть *найбільший* розв'язок цієї нерівності. Якщо найбільший розв'язок нерівності не існує, то у відповіді запишіть число 100.

Ви відповіли правильно: 3,5

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$\lg \frac{4}{2x-3} \geq 0, \frac{4}{2x-3} \geq 1, \frac{4}{2x-3} - 1 \geq 0, \frac{4-2x+3}{2x-3} \geq 0, \frac{7-2x}{2x-3} \geq 0$. Розв'язок нерівності — множина $(1, 5; 3, 5]$. Найбільший розв'язок нерівності — 3,5.



31

Обчисліть значення виразу $20\sqrt{6} - \left(\frac{4}{\sqrt{2}} + 5\sqrt{3}\right)^2$.

Ви відповіли правильно: -83

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$20\sqrt{6} - \left(\frac{4}{\sqrt{2}} + 5\sqrt{3}\right)^2 = 20\sqrt{6} - (2\sqrt{2} + 5\sqrt{3})^2 = 20\sqrt{6} - (8 + 20\sqrt{6} + 75) = -83$$

32

Об'єм тіла, утвореного обертанням рівнобедреного трикутника навколо висоти, проведеної до його основи, дорівнює $320\pi \text{ см}^3$. Обчисліть довжину бічної сторони цього трикутника ($y \text{ см}$), якщо його основа дорівнює 16 см.

Ви відповіли правильно: 17

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

У результаті обертання рівнобедреного трикутника навколо висоти, проведеної до його основи, утворюється конус. Оскільки основа трикутника дорівнює 16, то радіус основи конуса дорівнює 8. З умови задачі $\frac{1}{3}\pi \cdot 8^2 \cdot h = 320\pi$, звідки висота конуса (вона ж і висота трикутника) $h = 15 \text{ см}$.

Бічну сторону трикутника знайдемо за теоремою Піфагора:

$$c = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17 \text{ см}.$$

33

Обчисліть значення виразу $\frac{a^3 + b^3}{a + b} - (a^2 + b^2)$, якщо $a = 4^{\frac{7}{4}}$, $b = 2^{\frac{1}{2}}$.

Ви відповіли правильно: -16

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{a^3 + b^3}{a + b} - (a^2 + b^2) = \frac{\cancel{(a+b)}(a^2 - ab + b^2)}{\cancel{a+b}} - (a^2 + b^2) = a^2 - ab + b^2 - a^2 - b^2 = -ab$$

. При $a = 4^{\frac{7}{4}}$ і $b = 4^{\frac{1}{2}}$ значення цього виразу дорівнює

$$-(2^2)^{\frac{7}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = -2^{\frac{7}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = -2^4 = -16.$$

34

Для роботи на уроках геометрії учню потрібно придбати лінійку й транспортир. У магазині канцелярських товарів у продажу є три види транспортирів та чотири види лінійок, а також два види наборів, що складаються з лінійки й транспортира. Скільки всього в учня є варіантів придбання лінійки й транспортира в цьому магазині?

Ви відповіли правильно: 14

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Учень може придбати лінійку та транспортир окремо або у наборі. Якщо учень вирішить купувати їх окремо, у нього буде $3 \cdot 4 = 12$ варіантів, якщо ж він захоче купити набір, зможе зробити це одним з двох варіантів. Остаточно кількість варіантів придбання лінійки та транспортира дорівнює $12 + 2 = 14$.

35

Усі бічні грані правильної чотирикутної піраміди нахилені до площини її основи під кутом 60° . Площа повної поверхні піраміди дорівнює $54\sqrt{6} \text{ см}^2$. Обчисліть площу (у см^2) перерізу цієї піраміди площиною, що проходить через висоту піраміди й діагональ її основи.

Ви відповіли правильно: 27

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

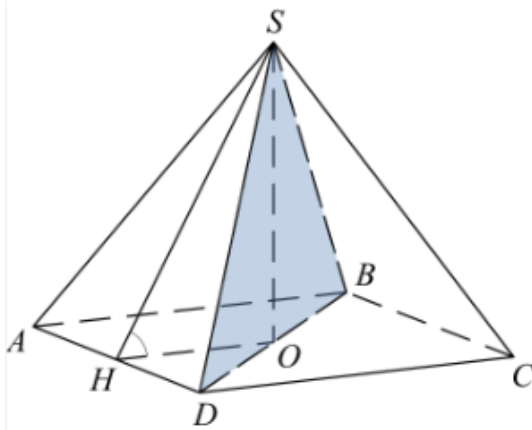
Нехай $SABCD$ — задана піраміда, SO — її висота (точка O — центр квадрата $ABCD$), $\angle SHO = 60^\circ$. Нехай сторона основи піраміди дорівнює $2a$, тоді діагональ основи $DB = 2a\sqrt{2}$, а її площа — $4a^2$. З прямокутного трикутника SHO $SO = HO \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{a}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}a$,

$$SH = \frac{HO}{\cos 60^\circ} = \frac{a}{\frac{1}{2}} = 2a, \text{ тоді площа бічної поверхні піраміди } S = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a = 8a^2.$$

Площа повної поверхні піраміди $4a^2 + 8a^2 = 12a^2$ за умовою дорівнює $54\sqrt{6} \text{ см}^2$, звідки

$a^2 = \frac{9\sqrt{6}}{2} \text{ см}^2$. Шуканий переріз — трикутник DSB , його площа

$$S_{DSB} = \frac{DB \cdot SO}{2} = \frac{2a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}a}{2} = a^2\sqrt{6} = \frac{9\sqrt{6}}{2} \cdot \sqrt{6} = 27 \text{ см}^2.$$



36

За якого значення параметра c найменше значення функції $y = x^4 - 8x^2 + c$ на відрізку $[-1; 3]$ дорівнює 30?

Ви відповіли правильно: 46

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Знайдемо похідну функції та її критичні точки, що належать відрізку $[-1; 3]$: $y' = 4x^3 - 16x$; $4x^3 - 16x = 0$, $4x(x^2 - 4) = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = 2$ (точка $x_3 = -2$ лежить поза межами зазначеного відрізка).

Знайдемо найменше значення заданої функції на відрізку, для чого обчислимо її значення у знайдених критичних точках та на кінцях відрізка і виберемо серед цих значень найменше.

$$f(-1) = (-1)^4 - 8(-1)^2 + c = 1 - 8 + c = c - 7; f(0) = 0^4 - 8 \cdot 0^2 + c = c;$$

$$f(2) = 2^4 - 8 \cdot 2^2 + c = 16 - 32 + c = c - 16;$$

$f(3) = 3^4 - 8 \cdot 3^2 + c = 81 - 72 + c = c + 9$. Очевидно, що найменшим зі знайдених значень є значення $f(2) = c - 16$. За умовою задачі $c - 16 = 30$, звідки $c = 46$.

37

Зверніть увагу, що це завдання подано для ознайомлення із повним текстом тесту. У ньому вимагається повна обґрунтована відповідь. Під час онлайн-тестування перевіряється лише числова відповідь до другого пункту завдання.

У трапеції $ABCD$ ($BC \parallel AD$) діагональ AC є бісектрисою гострого кута A . Ця діагональ перетинає середню лінію трапеції в точці P .

1. Доведіть, що $\angle APB = 90^\circ$.

2. Обчисліть площу трапеції $ABCD$, якщо $BC = 5$ см, $AD = 13$ см, площа трикутника APB дорівнює 5 см^2 . Відповідь дайте у см^2 .

Ви відповіли правильно: 36

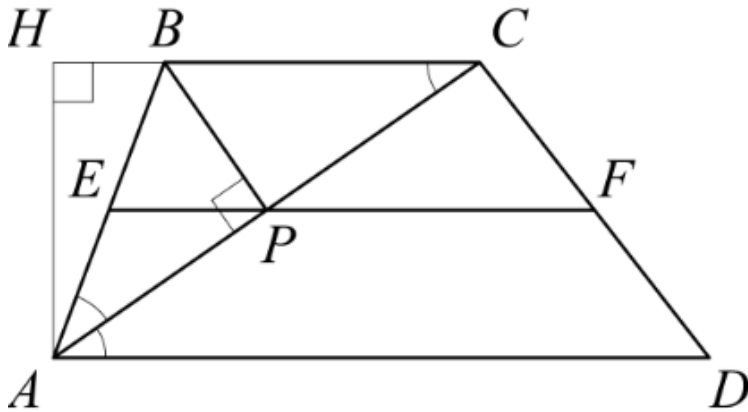
Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

1. $\angle BAC = \angle DAC = \angle BCA$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих BC і AD та січній AC , тобто трикутник ABC — рівнобедрений. Оскільки E — середина AB і

$EF \parallel BC$, то за теоремою Фалеса точка P є серединою AC . Таким чином, у рівнобедреному трикутнику ABC BP — медіана, а отже і висота, тобто $\angle APB = 90^\circ$.

2. Прямокутні трикутники ABP і CBP рівні за двома катетами, тому $S_{CPB} = S_{APB} = 5 \text{ см}^2$, а площа трикутника ABC $S_{ABC} = S_{APC} + S_{BPC} = 5 + 5 = 10 \text{ см}^2$. З іншого боку, $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AH = \frac{5}{2} AH$, отже, $\frac{5}{2} AH = 10$, звідки $AH = 4 \text{ см}$. Тоді площа трапеції $S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot AH = \frac{5 + 13}{2} \cdot 4 = 36 \text{ см}^2$.



38

Зверніть увагу, що це завдання подано для ознайомлення із повним текстом тесту. У ньому вимагається повна обґрунтована відповідь.

Знайдіть усі значення параметра a , за яких рівняння $ax - 3 = \sqrt{-x^2 + 18x - 72}$ має **єдиний** корінь.

- ☒ А $[0, 25; 0, 5) \cup \{0, 75\}$
- ☐ Б $(-\infty; 0, 25) \cup [0, 5; 0, 75) \cup (0, 75; +\infty)$
- ☐ В $[0, 25; 0, 5] \cup \{0, 75\}$
- ☐ Г $[0, 25; 0, 75]$
- ☐ Д таких значень не існує

Ви відповіли правильно

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Розв'яжемо завдання графічно. Побудуємо в одній системі координат графіки лівої та правої частин рівняння. Вихідне рівняння матиме один корінь у тих випадках, коли графіки лівої та правої частин матимуть лише одну точку перетину.

У правій частині маємо: $y = \sqrt{-x^2 + 18x - 72}$,

$$\begin{cases} y^2 = -x^2 + 18x - 72, \\ y \geq 0, \end{cases} \quad \begin{cases} (x^2 - 2 \cdot 9 \cdot x + 9^2) + y^2 = 9, \\ y \geq 0, \end{cases} \quad \begin{cases} (x - 9)^2 + y^2 = 3^2, \\ y \geq 0. \end{cases}$$

Отже, графіком правої частини буде верхнє півколо з центром у точці $I(9; 0)$ і радіусом 3. Позначимо лівий і правий кінці півкола A та B відповідно: $A(6; 0)$, $B(12; 0)$.

Графіком лівої частини $y = ax - 3$ буде пряма, що проходить через точку $L(0; -3)$ і має кутовий

коефіцієнт a .

Проаналізувавши взаємне розташування графіків лівої та правої частин, приходимо до висновку, що вихідне рівняння матиме один корінь, коли пряма $y = ax - 3$ проходить між точками A та B (за винятком випадку, коли пряма проходить через точку A — тоді вона перетне півколо вдруге) або є дотичною до півкола.

Знайдемо кутові коефіцієнти, що відповідають зазначеним положенням прямої.

Кутовий коефіцієнт прямої LB знаходимо як тангенс гострого кута прямокутного трикутника BOL з катетами 3 і 12: $k_{LB} = \operatorname{tg} \angle OBL = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$. Кутовий коефіцієнт прямої LA знаходимо як

тангенс гострого кута прямокутного трикутника AOL з катетами 3 і 6: $k_{LA} = \operatorname{tg} \angle OAL = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

. Отже, у випадку, коли пряма $y = ax - 3$ проходить між точками A та B , $a \in \left[\frac{1}{4}; \frac{1}{2} \right)$.

Нехай H — точка дотику прямої $y = ax - 3$ до півкола. Прямокутні трикутники OKL і HKI — рівні ($H = OL = 3$ см, $\angle OKL = \angle HKI$ як вертикальні), отже, $OK = KH = x$. Оскільки $OI = 9$ см, то $KI = 9 - x$ см.

За теоремою Піфагора з прямокутного трикутника HKI :

$$x^2 + 3^2 = (9 - x)^2,$$

$$x^2 + 9 = 81 - 18x + x^2,$$

$$18x = 72, x = 4 \text{ см.}$$

Отже, $a = k_{LH} = \operatorname{tg} \angle OKL = \frac{3}{4}$.

Об'єднуючи відповіді, отримуємо, що $a \in \left[\frac{1}{4}; \frac{1}{2} \right) \cup \left\{ \frac{3}{4} \right\}$.

