

Тест ЗНО з математики.

Результат

94% :)

Тестовий бал ?

48 із 51

Рейтинговий бал ?

187.0...198.0

Витрачено часу: 6 хвилин

[Ще раз](#) [Інший варіант](#) [Статистика](#)

Поділитися...

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

$$0,4x^2 \cdot 5x^3 =$$

А $2x^5$

Б $20x^5$

В $2x^6$

Г $0,2x^5$

Д $0,2x^6$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

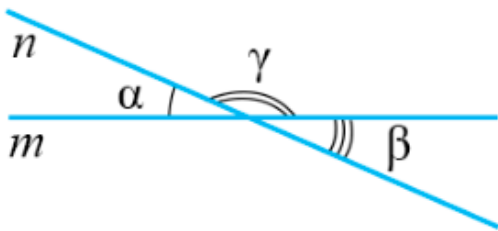
[Приховати пояснення](#)

$$0,4x^2 \cdot 5x^3 = 2x^{2+3} = 2x^5.$$

1

На рисунку прямі m і n , що перетинаються. Визначте градусну міру кута γ , якщо $\alpha + \beta = 50^\circ$.

2



- ☐ А 130°
- ☐ Б 140°
- ☐ В 145°
- ☒ Г 155°
- ☐ Д 310°

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$\alpha = \beta$ як вертикальні.

Тоді $\alpha = 50^\circ : 2 = 25^\circ$.

α і γ — суміжні.

Тоді $\alpha + \gamma = 180^\circ$.

$\gamma = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 25^\circ = 155^\circ$.

3

Графіком однієї з наведених функцій є пряма. Укажіть цю функцію.

- ☐ А $y = 2^x$
- ☐ Б $y = x^2 - 2x$
- ☐ В $y = \cos(2x)$
- ☐ Г $y = \frac{2}{x}$
- ☒ Д $y = 2x$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Рівняння прямої має вигляд $y = kx + b$. Значить, $y = 2x$ є рівнянням прямої.

Укажіть число, що є розв'язком нерівності $\frac{5}{x-3} \geq 1$.

- ☐ А -2
☐ Б 0
☐ В 2
☒ Г 4
☐ Д 9

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

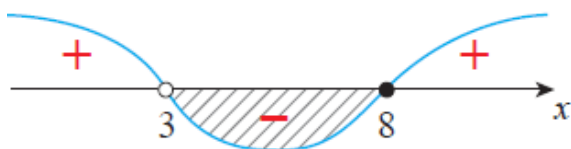
$$\frac{5}{x-3} \geq 1,$$

$$\frac{5}{x-3} - 1 \geq 0,$$

$$\frac{5-x+3}{x-3} \geq 0,$$

$$\frac{8-x}{x-3} \geq 0,$$

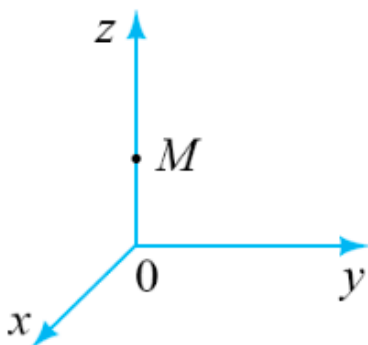
$$\frac{x-8}{x-3} \leq 0.$$



Тоді $x \in (3; 8]$.

Цьому проміжку належить число 4.

У прямокутній декартовій системі координат у просторі на осі z вибрано точку M (див. рисунок). Серед наведених варіантів укажіть можливі координати цієї точки.



- ☐ А (1; 0; 0)
- ☐ Б (1; 1; 0)
- ☐ В (0; 1; 0)
- ☐ Г (0; 0; -1)
- ☒ Д (0; 0; 1)

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Точка M знаходиться на додатній півосі осі аплікат. Значить, її апліката додатна, а абсциса і ордината дорівнюють нулю. Тому можливими для точки M є координати $(0; 0; 1)$.

6

Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x + y = 5, \\ 4^x = 16^{-1}. \end{cases}$

Якщо $(x_0; y_0)$ — розв'язок цієї системи, то $x_0 \cdot y_0 =$

- ☐ А -36
- ☒ Б -14
- ☐ В -6
- ☐ Г 4
- ☐ Д 6

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$\begin{cases} x + y = 5; \\ 4^x = 16^{-1}. \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 5; \\ 4^x = 4^{-2}. \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 5; \\ x = -2. \end{cases} \quad \begin{cases} -2 + y = 5; \\ x = -2. \end{cases} \quad \begin{cases} y = 7; \\ x = -2. \end{cases}$
 $(-2) \cdot 7 = -14.$

7

На рисунку жирними точками позначено річні мінімуми площі поверхні арктичного льоду, що спостерігалися з 2004 р. до 2014 р. (для наочності точки з'єднано відрізками). По горизонталі відмічено роки, а по вертикалі — площу поверхні льоду (у млн км²).

Користуючись наведеною інформацією, визначте із зазначеного періоду рік, у якому величина річного мінімуму площі поверхні льоду змінилась *найбільше* порівняно з попереднім роком.



- ☐ А 2006 р.
- ☐ Б 2007 р.
- ☐ В 2009 р.
- ☐ Г 2012 р.
- ☒ Д 2013 р.

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

З рисунка бачимо, що в 2013 році мінімум площі поверхні арктичного льоду дорівнював 5,1 млн км².

В попередньому 2012 році мінімум площі поверхні арктичного льоду дорівнював 3,4 млн км².

$$5,1 - 3,4 = 1,7 \text{ млн км}^2.$$

Це найбільша зміна величини мінімуму площі поверхні арктичного льоду за рік в період з 2004 р. по 2014 р.

8

Якому значенню серед наведених може дорівнювати довжина сторони AC трикутника ABC , якщо $AB = 3$ см, $BC = 10$ см?

- ☐ А 3 см
- ☐ Б 5 см
- ☐ В 7 см
- ☒ Г 11 см
- ☐ Д 15 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

За нерівністю трикутника сторона трикутника завжди менша суми двох інших його сторін.
 $11 < 3 + 10$. Значить, вірною є відповідь 11 см.

9

Якому проміжку належить число $\sqrt[3]{18}$?

- ☐ А $[0; 1)$
- ☐ Б $[1; 2)$
- ☒ В $[2; 3)$
- ☐ Г $[3; 4)$
- ☐ Д $[4; +\infty)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$8 < 18 < 27.$$

$$\text{Тоді } \sqrt[3]{8} < \sqrt[3]{18} < \sqrt[3]{27}.$$

$$\text{Тобто, } 2 < \sqrt[3]{18} < 3.$$

Серед поданих проміжків умову задовольняє $[2; 3)$.

10

Прямі a та b мимобіжні. Які з наведених тверджень є правильними?

- I. Прямі a та b перетинаються.
- II. Прямі a та b лежать в одній площині.
- III. Існує пряма, паралельна прямій a , що перетинає пряму b .

- ☐ А лише I
- ☐ Б лише II
- ☒ В лише III
- ☐ Г лише I та II
- ☐ Д I, II та III

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Дві прямі називаються мимобіжними, якщо вони не лежать в одній площині.
Через дві прямі, які перетинаються, можна провести площину і до того ж тільки одну.
Тому правильним є твердження **В**.

11

Спростіть вираз $\frac{a}{b(a-b)} - \frac{b}{a(a-b)}$.

- ☒ А $\frac{a+b}{ab}$
- ☐ Б $\frac{1}{ab}$
- ☐ В $\frac{1}{b-a}$
- ☐ Г $\frac{a-b}{ab}$
- ☐ Д 0

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{a}{b(a-b)} - \frac{b}{a(a-b)} = \frac{a^2 - b^2}{ab(a-b)} = \frac{a+b}{ab}.$$

12

Задано арифметичну прогресію (a_n) , у якій різниця $d = 0,5$, п'ятнадцятий член $a_{15} = 12$.
Визначте перший член прогресії a_1 .

- ☐ А 4,5
- ☒ Б 5
- ☐ В 6
- ☐ Г 12,5
- ☐ Д 24

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Скористаємося формулою n -го члена арифметичної прогресії:

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

$$\text{Тоді } a_{15} = a_1 + 0,5 \cdot (15 - 1) = a_1 + 7 = 12.$$

$$\text{Звідси } a_1 = 5.$$

13

Екрани телевізорів, зображених на рис. 1 і 2, мають форму прямокутників, відповідні сторони яких пропорційні. Діагоналі екранів цих телевізорів дорівнюють відповідно 32 дюйми і 48 дюймів. Визначте, у скільки разів площа екрана телевізора, зображеного на рис. 2, більша за площу екрана телевізора, зображеного на рис. 1.



Рис. 1



Рис. 2

- ☐ А в 1,5 раза
- ☒ Б у 2,25 раза
- ☐ В у 2,56 раза
- ☐ Г у 4 рази
- ☐ Д у 16 разів

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Задані екрани є подібними прямокутниками. Площі подібних фігур відносяться як квадрати їх відповідних лінійних розмірів.

$$\frac{S_{\text{більшого екрану}}}{S_{\text{меншого екрану}}} = \left(\frac{48}{32}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 2,25.$$

14

$$\log_2 5 + \log_2 1,6 =$$

- ☒ А 3
- ☐ Б 3,3
- ☐ В 0,25
- ☐ Г 4
- ☐ Д $\log_2 6,6$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

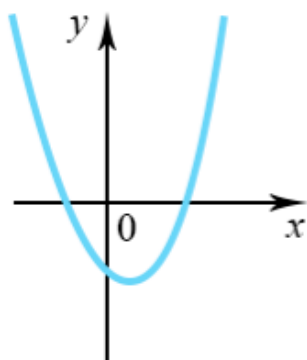
[Приховати пояснення](#)

$$\log_2 5 + \log_2 1,6 = \log_2(5 \cdot 1,6) = \log_2 8 = 3.$$

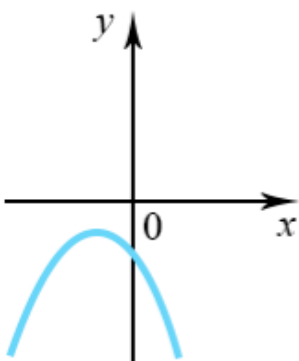
15

Яка з наведених парабол може бути графіком функції $y = x^2 + px + q$, якщо рівняння $x^2 + px + q = 0$ не має дійсних коренів?

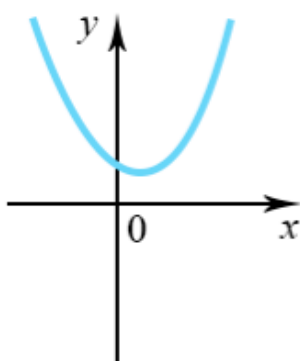
А



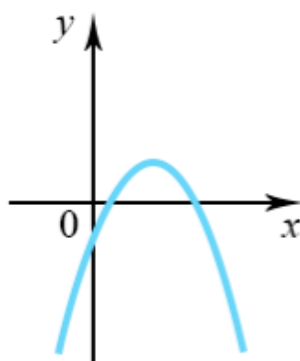
Б



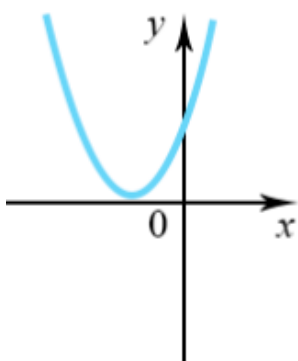
В



Г



Д



Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Графіком заданої функції є парабола, вітки якої направлені догори, бо коефіцієнт при x^2 додатний. Якщо вказане рівняння не має дійсних коренів, то задана парабола не перетинає вісь Ox . Отже, графік **В** може бути графіком заданої функції.

16

Визначте об'єм правильної трикутної призми, бічні грані якої є квадратами, а периметр дорівнює 12.

☒ А $16\sqrt{3}$

☐ Б 64

☐ В 48

☐ Г $64\sqrt{3}$

☐ Д 576

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

В основі правильної трикутної призми лежить правильний трикутник. Якщо периметр основи 12, то сторона основи — 4.

Площа S правильного трикутника зі стороною a обчислюється за формулою $S = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$.

Тоді площа основи:

$$S = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}.$$

Бічні грані призми — квадрати за умовою. Значить, висота призми h дорівнює 4.

Об'єм V призми дорівнює добутку площі основи на висоту. Тобто,

$$V = Sh = 4\sqrt{3} \cdot 4 = 16\sqrt{3}.$$

17

Обчисліть значення виразу $4 \sin^2 \alpha$, якщо $4 \cos^2 \alpha = 1$.

А 0

Б $\frac{1}{4}$

В $\frac{3}{4}$

Г 3

Д 4

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$4 \sin^2 \alpha = 4(1 - \cos^2 \alpha) = 4 - 4 \cos^2 \alpha = 4 - 1 = 3.$$

18

Розв'яжіть нерівність $\log_3 x < -1$.

А $\left(0; \frac{1}{3}\right)$

Б $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$

В $\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$

Г $(-\infty; -3)$

Д $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

1) $\log_3 x < -1 = -\log_3 3 = \log_3 \frac{1}{3}$. Тобто, $\log_3 x < \log_3 \frac{1}{3}$.

Звідси $x < \frac{1}{3}$.

2) Область допустимих значень змінної x : $(0; +\infty)$.

3) Враховуючи пункти 1 і 2, маємо $x \in \left(0; \frac{1}{3}\right)$.

Використовуючи формулу Ньютона — Лейбніца, обчисліть $\int_1^2 6x^2 dx$.

- ☐ А 42
- ☐ Б 22
- ☐ В 18
- ☒ Г 14
- ☐ Д 12

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\int_1^2 6x^2 dx = 6 \int_1^2 x^2 dx = 6 \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_1^2 = 2x^3 \Big|_1^2 = 2 \cdot 8 - 2 \cdot 1 = 16 - 2 = 14.$$

Розв'яжіть рівняння $3 \cdot \frac{\sin x}{\cos x} = \sqrt{3}$.

- ☐ А $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- ☐ Б $\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- ☐ В $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- ☐ Г $\frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$
- ☒ Д $\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$3 \frac{\sin x}{\cos x} = \sqrt{3}.$$

$$\text{ОДЗ: } x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$3 \operatorname{tg} x = \sqrt{3}.$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

На рисунках (1—5) зображено графіки функцій, визначених на відрізку $[-3; 3]$.

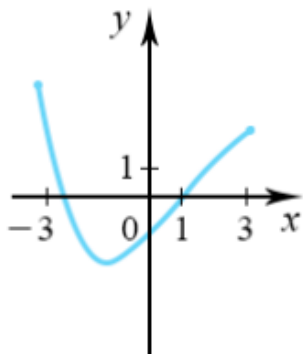


Рис. 1

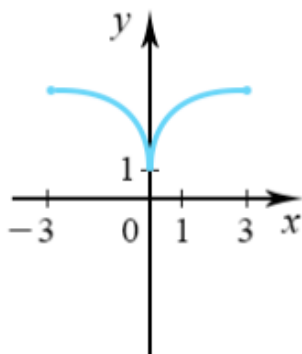


Рис. 2

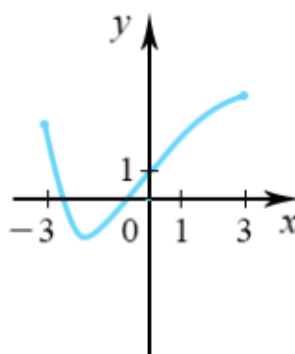


Рис. 3

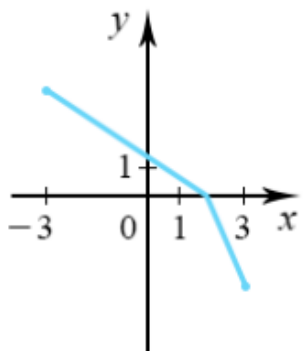


Рис. 4

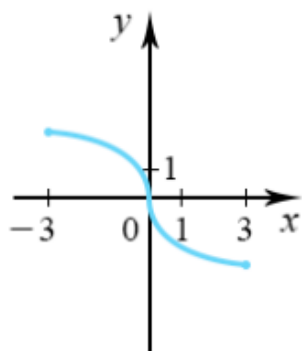


Рис. 5

До кожного запитання (1—4) доберіть правильну відповідь (А—Д).

Запитання

Відповідь

- 1 На якому рисунку зображено графік парної функції?
- 2 На якому рисунку зображено графік функції, що проходить через точку $(1; 0)$?
- 3 На якому рисунку зображено графік функції, що зростає на відрізку $[-2; 3]$?
- 4 На якому рисунку зображено графік функції, що має дві спільні точки з графіком функції $y = \log_{\frac{1}{3}} x$?

- А рис. 1
- Б рис. 2
- В рис. 3
- Г рис. 4
- Д рис. 5

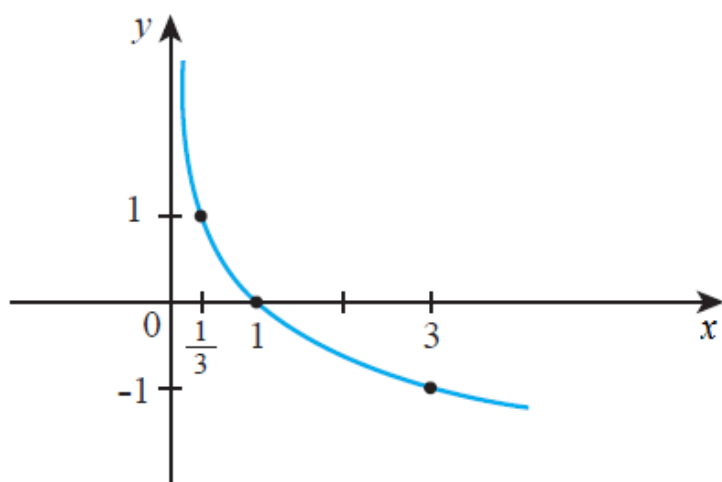
	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☒	☐	☐	☐
2	☒	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☒	☐	☐
	☐	☐	☐	☒	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1. Графік парної функції симетричний відносно осі Oy . Тому це графік на рисунку 2.
2. Як видно з графіка, через точку $(1; 0)$ проходить графік на рисунку 1.
3. Функцію f називають зростаючою на множині, якщо для будь-яких значень аргументу з цієї множини більшому значенню аргументу відповідає більше значення функції.
На відрізку $[-2; 3]$ зростає графік функції, зображений на рисунку 3.
4. Зобразимо схематично графік функції $y = \log_{\frac{1}{3}} x$.



Очевидно, що дві точки перетину цей графік матиме з графіком функції, зображеним на рисунку 4.

22

Установіть відповідність між числовим виразом (1—4) та його значенням (А—Д), якщо $a = \frac{25}{4}$.

Вираз

Значення виразу

1 $\frac{2a}{3}$

А $2\frac{1}{2}$

2 $\frac{1}{a}$

Б $\frac{4}{25}$

3 $|9 - 2a|$

В $3\frac{1}{2}$

4 $a^{\frac{1}{2}}$

Г $4\frac{1}{6}$

Д $-3\frac{1}{2}$

1 А Б В Г Д

☐ ☐ ☐ ☒ ☐

2	☐	☒	☐	☐	☐
3	☐	☐	☒	☐	☐
4	☒	☐	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

$$1. \frac{2a}{3} = \frac{2 \cdot \frac{25}{4}}{3} = \frac{25}{6} = 4\frac{1}{6}.$$

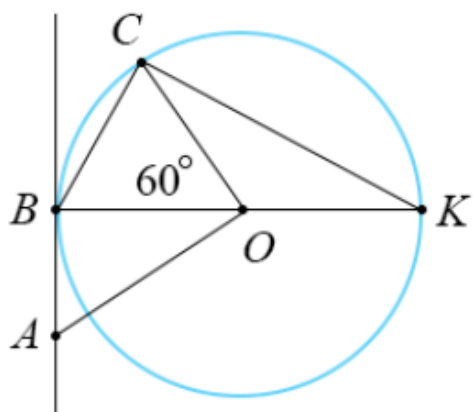
$$2. \frac{1}{a} = \frac{1}{\frac{25}{4}} = \frac{4}{25}.$$

$$3. |9 - 2a| = \left| 9 - 2 \cdot \frac{25}{4} \right| = \left| 9 - \frac{25}{2} \right| = \left| 9 - 12\frac{1}{2} \right| = \left| -3\frac{1}{2} \right| = 3\frac{1}{2}.$$

$$4. a^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{25}{4} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}.$$

23

На рисунку зображено коло з центром у точці O , радіус якого дорівнює 6. Хорду BC видно з центра кола під кутом 60° , BK — діаметр. Через точку A до кола проведено дотичну AB , причому $AO = 2AB$. Установіть відповідність між відрізком (1—4) та його довжиною (А—Д).



Відрізок

- 1 BK
- 2 AB
- 3 BC
- 4 CK

Довжина відрізка

- А $2\sqrt{3}$
- Б 6
- В $6\sqrt{3}$
- Г $3\sqrt{3}$
- Д 12

А	Б	В	Г	☒
---	---	---	---	----------------------------------

1	☐	☐	☐	☐	☒
2	☒	☐	☐	☐	☐
3	☐	☒	☐	☐	☐
4	☐	☐	☒	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

- Діаметр кола вдвічі більший за радіус, тому $BK = 2 \cdot 6 = 12$.
- Розглянемо трикутник ABO . $\angle ABO = 90^\circ$, бо дотична перпендикулярна до радіуса в точці дотику. За умовою катет AB вдвічі менший за гіпотенузу AO . Значить, $\angle BOA = 30^\circ$. Тоді $\frac{AB}{BO} = \frac{AB}{6} = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Звідси $AB = 2\sqrt{3}$.
- $\angle BOC = 60^\circ$ за умовою.
 $BO = CO$ як радіуси. Значить, $\angle OBC = \angle BCO = 60^\circ$.
Тоді трикутник BOC — рівносторонній. $BC = BO = 6$.
- $\angle BCK$ — прямий, бо спирається на діаметр. Тоді з трикутника BCK з теореми Піфагора одержимо:
 $CK^2 = BK^2 - BC^2 = 12^2 - 6^2 = 144 - 36 = 108$.
 $CK = 6\sqrt{3}$.

24

Установіть відповідність між геометричним тілом (1—4) та площею його повної поверхні (А—Д).

Геометричне тіло

Площа повної поверхні

- | | | | |
|---|---|---|---------|
| 1 | конус із радіусом основи 3 та твірною 5 | А | 18π |
| 2 | циліндр із радіусом основи 3 та висотою 4 | Б | 24π |
| 3 | куля радіуса $2\sqrt{3}$ | В | 36π |
| 4 | куб із ребром $\sqrt{3\pi}$ | Г | 42π |
| | | Д | 48π |

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☒	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☒	☐
3	☐	☐	☐	☐	☒
4	☒	☐	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

Позначимо r — радіус основи, R — радіус кулі, l — твірна конуса, h — висота циліндра, a — сторона квадрата.

1. Площа повної поверхні конуса складається з площі його основи і площі бічної поверхні:

$$S_{\text{конуса}} = S_{\text{основи конуса}} + S_{\text{бічної поверхні конуса}} = \pi r^2 + \pi r l = \pi \cdot 3^2 + \pi \cdot 3 \cdot 5 = 9\pi + 15\pi = 24\pi.$$

2. Площа повної поверхні циліндра складається з двох площ його основи і площі бічної поверхні:

$$S_{\text{циліндра}} = 2S_{\text{основи циліндра}} + S_{\text{бічної поверхні циліндра}} = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi \cdot 3^2 + 2\pi \cdot 3 \cdot 4 = 18\pi + 24\pi = 42\pi.$$

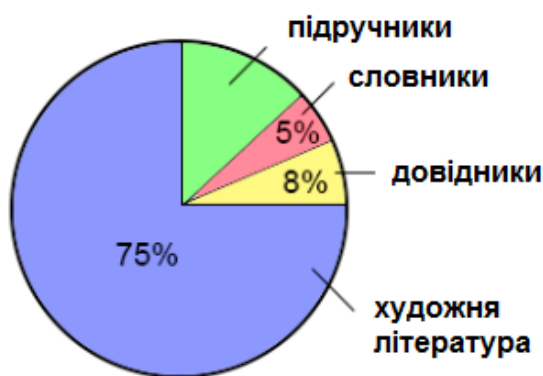
3. Площа поверхні кулі $S_{\text{кулі}} = 4\pi R^2 = 4\pi(2\sqrt{3})^2 = 48\pi$.

4. Площа поверхні куба складається з шести площ граней куба:

$$S_{\text{куба}} = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot (\sqrt{3}\pi)^2 = 18\pi.$$

25

У бібліотеці є лише підручники, словники, довідники та художня література. Відсотковий розподіл кількості цих книг у бібліотеці відображено на діаграмі.



1. Визначте загальну кількість книг у цій бібліотеці, якщо кількість підручників дорівнює 72.

2. Скільки потрібно придбати додатково підручників, щоб отримана після цього їх сумарна кількість відносилася до кількості довідників як 4 : 1.

Відповідь надайте у вигляді двох чисел, розділених крапкою з комою.

Ви відповіли правильно: 600; 120

Бали: 2 із 2

1. Знайдемо, який відсоток від усіх книг становлять підручники:

$$100\% - 75\% - 8\% - 5\% = 12\%.$$

Знайдемо, скільки всього було книг.

72 підручника — 12%,

x книг — 100%.

$$x = \frac{72 \cdot 100}{12} = 600 \text{ (книг)}.$$

2. Знайдемо кількість довідників.

y довідників — 8%,

600 книг — 100%.

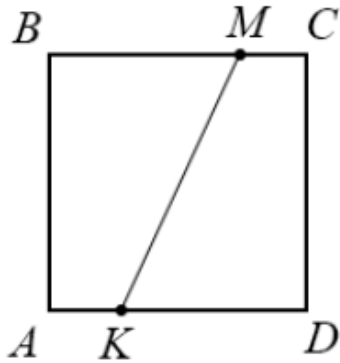
$$y = \frac{600 \cdot 8}{100} = 48 \text{ (довідників)}.$$

Нехай додатково закуплять z підручників. Тоді всього підручників буде $72 + z$. Значить,

$$\frac{72 + z}{48} = \frac{4}{1}, \text{ звідки } z = 120.$$

26

На рисунку зображено квадрат $ABCD$, сторона якого дорівнює 15. На сторонах AD і BC квадрата вибрано точки K і M так, що $AK = 4$, $MC = 3$.



1. Визначте відстань між серединами відрізків AB і KM .

2. Обчисліть довжину відрізка KM .

Відповідь надайте у вигляді двох чисел, розділених крапкою з комою.

Ви відповіли правильно: 8; 17

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

1. $BM = BC - MC = 15 - 3 = 12$.

$ABMC$ — прямокутна трапеція за означенням. AB і KM — бічні сторони трапеції, AK і BM — основи трапеції.

Відрізок, який сполучає середини бічних сторін трапеції — це її середня лінія. Середня лінія трапеції дорівнює півсумі основ:

$$\frac{AK + BM}{2} = \frac{4 + 12}{2} = 8.$$

2. Опустимо з точки K перпендикуляр KP на сторону BC .

$ABPC$ — прямокутник за означенням, тому

$$AB = KP = 15,$$

$$BP = AK = 4.$$

$$\text{Тоді } PM = BM - BP = 12 - 4 = 8.$$

З трикутника KPM ($\angle P = 90^\circ$) за теоремою Піфагора маємо:

$$KM^2 = KP^2 + PM^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289.$$

$$KM = 17.$$

27

Обчисліть значення похідної функції $y = \sqrt{19 - 5x}$ у точці $x_0 = 3$.

Ви відповіли правильно: $-1,25$

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$y = \sqrt{19 - 5x}.$$

$$y' = (19 - 5x)' = \frac{(19 - 5x)'}{2\sqrt{19 - 5x}} = \frac{-5}{2\sqrt{19 - 5x}}.$$

$$y'(3) = \frac{-5}{2\sqrt{19 - 15}} = -1,25.$$

28

У готелі для проживання туристів є одномісні, двомісні та тримісні номери. Їх всього 124. Якщо всі номери в готелі заповнені, то одночасно в ньому проживає 270 туристів. Скільки всього в цьому готелі тримісних номерів, якщо кількість одномісних номерів дорівнює кількості двомісних номерів?

Ви відповіли правильно: 56

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Нехай кількість одномісних номерів — y , тоді кількість двомісних номерів — y , кількість тримісних номерів дорівнює $124 - 2y$.

Проживає туристів в одномісних номерах y , в двомісних номерах — $2y$, в тримісних — $3 \cdot (124 - 2y)$.

Разом туристів:

$$y + 2y + 3 \cdot (124 - 2y) = 270.$$

Звідси $y = 34$.

Тоді кількість тримісних номерів:

$$124 - 2y = 124 - 2 \cdot 34 = 124 - 68 = 56.$$

29

У прямокутній системі координат на площині задано паралелограм $ABCD$, $\cos A = 0,4$.

Визначте довжину діагоналі BD паралелограма, якщо скалярний добуток векторів $\vec{AB} (6; -8)$ і $\vec{AD}$ дорівнює 96.

Ви відповіли правильно: 22

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$$|\vec{AB}| = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10.$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AD} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{AD}| \cos A = 10 |\vec{AD}| \cdot 0,4 = 4 |\vec{AD}| = 96.$$

$$\text{Тоді } |\vec{AD}| = 24.$$

З трикутника ABD за теоремою косинусів:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cos A = 10^2 + 24^2 - 2 \cdot 10 \cdot 24 \cdot 0,4 = 484.$$

$$\text{Тоді } BD = 22.$$

30

У чайному кіоску в наявності є лише розфасований у коробки по 100 г листовий чорний чай 7 видів, серед яких є вид «Чорна перлина». Покупець вирішив придбати в цьому кіоску для подарункового набору три коробки чорного чаю трьох різних видів, серед яких обов'язково повинен бути вид «Чорна перлина». Скільки всього в покупця є варіантів такого придбання трьох коробок чаю для набору з наявних у кіоску?

Ви відповіли правильно: 15

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Серед трьох придбаних коробок обов'язково є «Чорна перлина». Залишається вибрати два інші різні види чаю з решти шести видів. Зауважимо, що порядок, в якому ми одержимо ці дві коробки, не важливий, тому скористаємося комбінаціями.

$$C_6^2 = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15.$$

31

Зверніть увагу, що це завдання подано для ознайомлення із повним текстом тесту. У ньому вимагається повна обґрунтована відповідь. Під час онлайн-тестування бали за нього не додаються. **Правильну відповідь наведено у поясненні.**

Побудуйте графік функції $y = \frac{x^2 - x - 2}{|x + 1|}$. Користуючись графіком, визначте область значень цієї функції.

Ви відповіли неправильно: $(-3; +\infty)$. Правильно:

Бали: 0 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$y = \frac{x^2 - x - 2}{|x + 1|} = \frac{(x - 2)(x + 1)}{|x + 1|}.$$

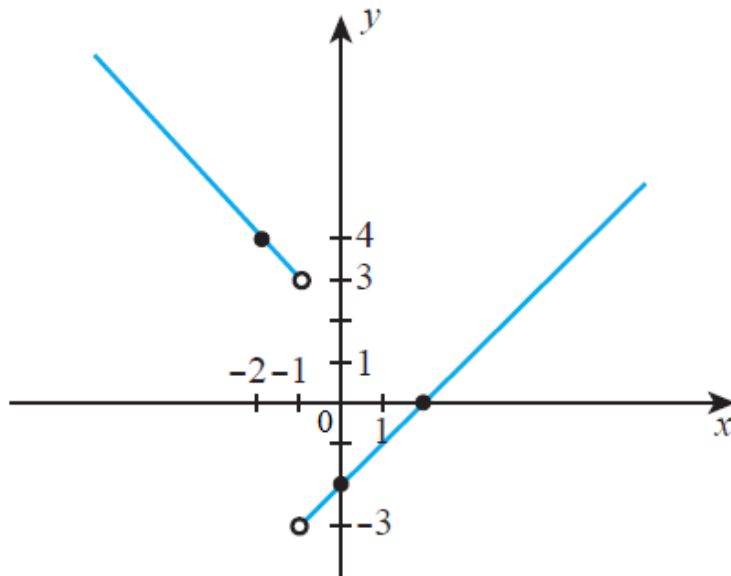
Область допустимих значень змінної x (тобто, область визначення функції):

$$(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty).$$

Якщо $x \in (-\infty; -1)$, то $y = \frac{(x-2)(x+1)}{-(x+1)} = -(x-2) = 2-x$.

Якщо $x \in (-1; +\infty)$, то $y = \frac{(x-2)(x+1)}{x+1} = x-2$.

Зобразимо це графічно.



Як видно з графіка, областю значень даної функції є проміжок $(-3; +\infty)$.

32

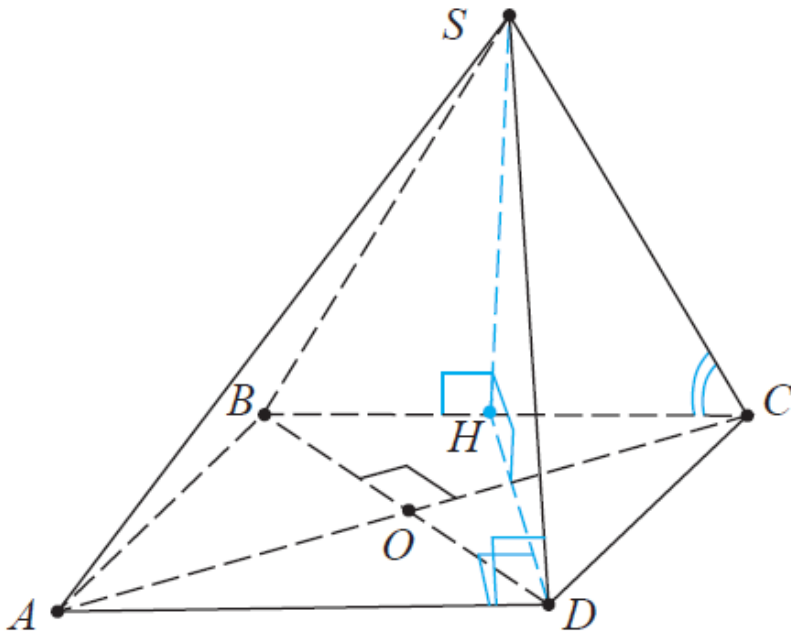
Зверніть увагу, що це завдання подано для ознайомлення із повним текстом тесту. У ньому вимагається повна обґрунтована відповідь. Під час онлайн-тестування бали за нього не додаються. **Правильну відповідь наведено у поясненні.**

Основою піраміди $SABCD$ є ромб $ABCD$, більша діагональ якого $AC = 30$. Грань SBC є рівнобедреним трикутником ($SB = SC$) і перпендикулярна до площини основи піраміди. Ребро SC нахилено до площини основи піраміди під кутом 30° . Визначте кут між площинами (SAD) і (ABC) , якщо висота піраміди дорівнює 5.

Ви відповіли неправильно: $\arctg 1/3$. Правильно:

Бали: 0 із 1

[Приховати пояснення](#)



1) Проведемо в трикутнику SBC перпендикуляр SH до основи BC трикутника.

Пряма, проведена в одній з двох перпендикулярних площин перпендикулярно до прямої їх перетину, перпендикулярна до другої площини.

Площини ABC і SBC перпендикулярні за умовою. BC — пряма їх перетину. Тоді $SH \perp (ABC)$.

SH — висота піраміди за означенням. $SH = 5$ за умовою.

Оскільки трикутник SBC — рівнобедрений за умовою ($SB = SC$), то $BH = HC$.

2) Кут між похилою і площиною — це кут між похилою і її проекцією на площину.

SH — перпендикуляр до площини ABC , SC — похила, HC — її проекція на площину ABC .

Тоді $\angle SCH$ — кут нахилу ребра SC до площини ABC .

$\angle SCH = 30^\circ$ за умовою.

3) З трикутника SHC ($\angle SHC = 90^\circ$) одержимо:

Тоді $BC = 10\sqrt{3}$.

4) Розглянемо ромб $ABCD$.

$AB = BC = CD = AD = 10\sqrt{3}$ як сторони ромба.

Діагоналі ромба перпендикулярні, точкою перетину діляться навпіл і є бісектрисами його кутів.

$AC = 30$ за умовою. Тоді $OC = 15$ (O — точка перетину діагоналей).

З трикутника BOC ($\angle BOC = 90^\circ$) маємо:

$$\frac{CO}{BC} = \cos \angle BCO,$$

$$\frac{15}{10\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

тоді $\angle BCO = 30^\circ$.

Значить, $\angle BCD = 60^\circ$ і трикутник BCD є рівностороннім.

Відрізок HD є одночасно і медіаною, і висотою трикутника BCD .

Висота рівностороннього трикутника зі стороною a дорівнює $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, тоді

$$HD = \frac{\sqrt{3} \cdot 10\sqrt{3}}{2} = 15.$$

5) Крім того, сторони ромба паралельні, отже, $HD \perp AD$.

Маємо: SH — перпендикуляр до площини ABC , SD — похила, HD — її проекція на площину ABC . Тоді за теоремою про три перпендикуляри $SD \perp AD$.

6) AD — пряма перетину площин SAD і ABC . $HD \perp AD$, $SD \perp AD$, тоді $\angle SDH$ — кут між площинами SAD і ABC за означенням.

Знайдемо його з трикутника SHD ($\angle SHD = 90^\circ$):

$$\operatorname{tg} \angle SDH = \frac{SH}{HD} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$$

Відповідь: $\arctg \frac{1}{3}$.

33

Зверніть увагу, що це завдання подано для ознайомлення із повним текстом тесту. У ньому вимагається повна обґрунтована відповідь. Під час онлайн-тестування бали за нього не додаються. **Правильну відповідь наведено у поясненні.**

Розв'яжіть рівняння $\frac{\sqrt{x^2 + (4a - 4)x + 4a^2} - 2\sqrt{2a}}{5 \cdot 5^{2x} - 5^{a+x} - 5^{a-1} + 5^x} = 0$ залежно від значень параметра a .

Ви відповіли неправильно: \[рівняння не має змісту\{,} якщо $a \square \square \square \square$; $0 \square$; $a \square x \square 4$; $2 \dots$ Бали: 0 із 1
Правильно:

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{\sqrt{x^2 + (4a - 4)x + 4a^2} - 2\sqrt{2a}}{5 \cdot 5^{2x} - 5^{a+x} - 5^{a-1} + 5^x} = 0.$$

1) Одразу бачимо, що $a \geq 0$.

2) Значення виразу в знаменнику не може дорівнювати нулеві. Визначимо, за яких умов це може трапитися. Для цього розв'яжемо рівняння $5 \cdot 5^{2x} - 5^{a+x} - 5^{a-1} + 5^x = 0$.

$$\text{Тоді } 5 \cdot 5^{2x} + (1 - 5^a) \cdot 5^x - 5^{a-1} = 0.$$

Розглянемо це рівняння як квадратне відносно 5^x .

Знайдемо його дискримінант.

$$D = (1 - 5^a)^2 + 4 \cdot 5^{a-1} \cdot 5 = 5^{2a} + 2 \cdot 5^a + 1 = (5^a + 1)^2.$$

Тоді з формули коренів квадратного рівняння одержимо, що

$$5^x = \frac{5^a - 1 \pm (5^a + 1)}{10}.$$

Тобто,

$$5^x = \frac{5^a - 1 + 5^a + 1}{10} = 5^{a-1}, \text{ звідки } x = a - 1,$$

або

$$5^x = \frac{5^a - 1 - 5^a - 1}{10} = -\frac{1}{5} < 0, \text{ що неможливо, оскільки } 5^x \text{ може набувати лише додатніх значень.}$$

Отже, бачимо, що знаменник дорівнює нулю, якщо $x = a - 1$.

3) Корені заданого в умові рівняння слід шукати серед коренів рівняння $\sqrt{x^2 + (4 - 4a)x + 4a^2} - 2\sqrt{2a} = 0$. Позначимо його **(1)**.

Тоді:

$$\sqrt{x^2 + (4a - 4)x + 4a^2} = 2\sqrt{2a}.$$

$$x^2 + (4a - 4)x + 4a^2 = 8a.$$

Зауважимо, що тут $x^2 + (4 - 4a)x + 4a^2 \geq 0$, бо $8a \geq 0$.

$$x^2 + (4a - 4)x + 4a^2 - 8a = 0.$$

Знайдемо дискримінант одержаного квадратного рівняння.

$$D = (4a - 4)^2 - 4(4a^2 - 8a) = 16.$$

$D > 0$, отже, при $a \geq 0$ рівняння **(1)** має два різні корені. Знайдемо їх.

За формулою коренів квадратного рівняння:

$$x = \frac{4 - 4a \pm 4}{2} = 2 - 2a \pm 2.$$

Тобто,

$$x = 4 - 2a, \text{ або } x = -2a.$$

4) Пам'ятаємо, що $x \neq a - 1$, тому:

якщо $-2a = a - 1$, тобто, $3a = 1$, тобто, $a = \frac{1}{3}$, то маємо один корінь

$$x = 4 - 2a = 4 - \frac{2}{3} = 3\frac{1}{3};$$

якщо $4 - 2a = a - 1$, тобто, $3a = 5$, тобто, $a = \frac{5}{3}$, то маємо один корінь

$$x = -2a = -\frac{10}{3} = -3\frac{1}{3}.$$

5) Відповідь:

Якщо $a \in (-\infty; 0)$, то коренів немає.

$$\text{Якщо } a \in \left[0; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{3}; +\infty\right),$$

то $x = 4 - 2a$, або $x = -2a$.

Якщо $a = \frac{1}{3}$, то $x = 3\frac{1}{3}$.

Якщо $a = \frac{5}{3}$, то $x = -3\frac{1}{3}$.