

Тест ЗНО з математики.

Результат

94% :)

Тестовий бал ?

48 із 51

Рейтинговий бал ?

187.0...198.0

Витрачено часу: 3 хвилини

[Ще раз](#) [Інший варіант](#) [Статистика](#)

Поділитися...

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

$$3\frac{5}{12} + \frac{7}{8} =$$

А $3\frac{12}{20}$

Б $\frac{17}{8}$

В $\frac{22}{20}$

Г $3\frac{7}{24}$

Д $4\frac{7}{24}$

1

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$3\frac{5}{12} + \frac{7}{8} = 3\frac{10}{24} + \frac{21}{24} = 3\frac{31}{24} = 4\frac{7}{24}.$$

2

Довжина сторони AB паралелограма $ABCD$ дорівнює 10 см, а його периметр — 60 см. Визначте довжину сторони BC .

- ☐ А 50 см
- ☐ Б 40 см
- ☐ В 25 см
- ☒ Г 20 см
- ☐ Д 6 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Периметр многокутника — це сума довжин його сторін. Протилежні сторони паралелограма рівні, тому периметр паралелограма дорівнює подвоєній сумі довжин двох його суміжних сторін.

$$P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 2(AB + BC) = 60 \text{ см.}$$

Якщо $AB = 10$ см, то $BC = 30 - AB = 30 - 10 = 20$ см.

3

Для оформлення зали до свята закуплено повітряні кульки лише двох кольорів у відношенні 4 : 5. Якому з наведених чисел може дорівнювати загальна кількість повітряних кульок, закуплених для оформлення зали?

- ☐ А 100
- ☐ Б 115
- ☒ В 117
- ☐ Г 120
- ☐ Д 145

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Закуплено повітряні кульки двох кольорів у відношенні 4 : 5. Значить, загальна кількість кульок кратна $4 + 5 = 9$. Серед запропонованих у відповідях чисел кратним 9 є лише число 117.

4

Якому проміжку належить корінь рівняння $5^{x+1} = 125$?

- ☒ А $[0; 3)$
- ☐ Б $[3; 4)$
- ☐ В $[4; 10)$
- ☐ Г $[10; 25)$
- ☐ Д $[25; 625]$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$5^{x+1} = 125,$$

$$5^{x+1} = 5^3,$$

$$x + 1 = 3,$$

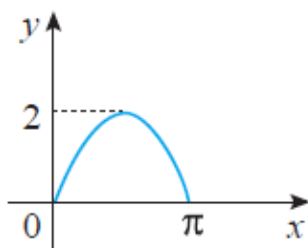
$$x = 3 - 1,$$

$$x = 2,$$

$$2 \in [0; 3].$$

5

На рисунку зображено фрагмент графіка однієї з наведених функцій на проміжку $[0; \pi]$.
Укажіть цю функцію.



☒ А $y = 2 \sin x$

☐ Б $y = \sin 2x$

☐ В $y = 2 \cos x$

☐ Г $y = \cos 2x$

☐ Д $y = -2 \sin x$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

З графіка бачимо, що найбільше значення заданої функції на проміжку $[0; \pi]$ дорівнює 2, а найменше дорівнює 0. Крім того, $y(0) = y(\pi) = 0$. Таким умовам відповідає функція $y = 2 \sin x$.

6

У просторі задано пряму b і точку A , що не належить цій прямій. Скільки всього існує різних площин, які проходять через точку A і не мають спільних точок з прямою b ?

☐ А жодної

☐ Б лише одна

☐ В лише дві

☐ Г лише три

☒ Д безліч

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Через точку і пряму, якій ця точка не належить, в просторі можна провести площину і до того ж тільки одну.

Отже, через задані в умові точку A і пряму b можна провести тільки одну площину. Всі решта площини, які проходять через точку A і не мають спільних точок з прямою b , задовільняють умову задачі. Таких площин безліч.

7

Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} 2x - 3y = 14, \\ x + 3y = -11. \end{cases}$$

Для одержаного розв'язку $(x_0; y_0)$ обчисліть суму $x_0 + y_0$.

- ☐ А -4
- ☐ Б 1
- ☐ В -1
- ☐ Г 4
- ☒ Д -3

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{cases} 2x - 3y = 14; \\ x + 3y = -11. \end{cases}$$

Додамо почленно до першого рівняння друге. Одержимо:

$$\begin{cases} 3x = 3; \\ x + 3y = -11. \end{cases}$$
$$\begin{cases} x = 1; \\ 3y = -12. \end{cases}$$
$$\begin{cases} x = 1; \\ 3y = -12. \end{cases}$$
$$\begin{cases} x = 1; \\ y = -4. \end{cases}$$

Тоді шукана сума: $1 + (-4) = -3$.

8

Комп'ютерна програма видаляє у восьмицифровому числі одну цифру навмання. Яка ймовірність того, що в числі 12506975 буде видалено цифру 5?

- ☐ А $\frac{5}{8}$
- ☐ Б $\frac{1}{8}$
- ☐ В $\frac{1}{2}$
- ☐ Г $\frac{1}{5}$
- ☒ Д $\frac{1}{4}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

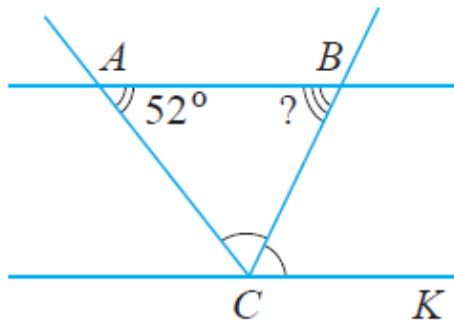
[Приховати пояснення](#)

Ймовірність обчислимо як відношення кількості сприятливих подій (тобто, видалено цифру 5) до кількості всіх можливих подій (тобто, видалили одну із цифр числа 12506975). Сприятливих подій може бути 2, бо в заданому числі дві цифри 5. Всіх подій може бути вісім за кількістю цифр в заданому числі. Тому шукана ймовірність:

$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}.$$

9

Прямі AB і CK паралельні, CB — бісектриса $\angle ACK$. Визначте градусну міру $\angle ABC$, якщо $\angle BAC = 52^\circ$.

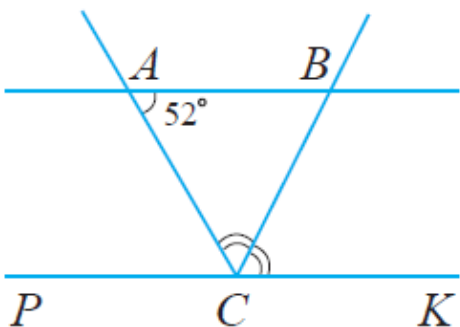


- ☐ А 38°
- ☐ Б 52°
- ☒ В 64°
- ☐ Г 69°
- ☐ Д 128°

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)



Куты BAC і PCA рівні як внутрішні різносторонні при паралельних прямих AB і CK та січній AC .

Тобто, $\angle BAC = \angle PCA = 52^\circ$.

$\angle PCA + \angle ACB + \angle BCK = 180^\circ$, $\angle ACB = \angle BCK$, тому $\angle ACB = 64^\circ$.

Сума кутів трикутника 180° . Тобто, $\angle BAC + \angle ACB + \angle ABC = 180^\circ$. Тоді:

$$\angle ABC = 180^\circ - \angle BAC - \angle ACB = 180^\circ - 52^\circ - 64^\circ = 64^\circ.$$

Обчисліть значення функції $y = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 7)$ у точці $x_0 = 4$.

10

☐ А -1

☒ Б -2

☐ В 2

☐ Г 3

☐ Д $0,5$

Ви відповіли правильно

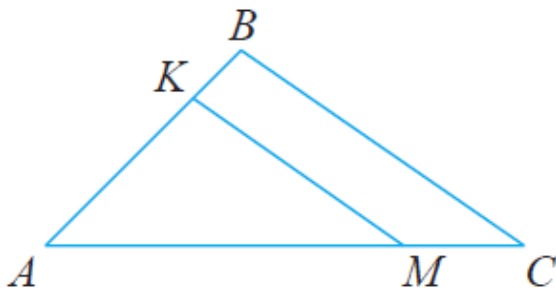
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\begin{aligned} y &= \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 7) = \log_{\frac{1}{3}}(4^2 - 7) = \log_{\frac{1}{3}}(16 - 7) = \log_{\frac{1}{3}} 9 = -\log_3 3^2 = \\ &= -2 \log_3 3 = -2. \end{aligned}$$

На сторонах AB та AC трикутника ABC задано точки K і M відповідно, $KM \parallel BC$ (див. рисунок). Визначте довжину відрізка KM , якщо $AK = 6$ см, $KB = 2$ см, $BC = 10$ см.

11



- ☐ А 6 см
- ☐ Б 7 см
- ☒ В 7,5 см
- ☐ Г 8 см
- ☐ Д 8,5 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$AB = AK + KB = 6 + 2 = 8 \text{ (см)}.$$

Трикутники AKM і ABC подібні за двома кутами: $\angle A$ — спільний, $\angle AKM = \angle ABC$, бо ці кути відповідні при паралельних прямих KM і BC та січній AB . Тоді:

$$\frac{AK}{AB} = \frac{KM}{BC} \cdot \frac{6}{8} = \frac{KM}{10} \cdot KM = \frac{60}{8} = 7\frac{4}{8} = 7,5 \text{ (см)}.$$

12

Обчисліть $\operatorname{tg} \alpha$, якщо $4 \sin \alpha - \cos \alpha = 2 \cos \alpha - \sin \alpha$.

- ☒ А $\frac{3}{5}$
- ☐ Б $\frac{1}{3}$
- ☐ В $\frac{1}{5}$
- ☐ Г 3
- ☐ Д $\frac{5}{3}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$4 \sin \alpha - \cos \alpha = 2 \cos \alpha - \sin \alpha.$$

$$5 \sin \alpha = 3 \cos \alpha.$$

Поділимо обидві частини рівності на $\cos \alpha$. Це можна зробити, оскільки за даної умови $\cos \alpha \neq 0$ (бо якщо $\cos \alpha = 0$, то $5 \sin \alpha = 0$, а значить, і $\sin \alpha = 0$, а одночасно це неможливо).

Одержимо $5 \operatorname{tg} \alpha = 3$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{5}$.

13

Спростіть вираз $\frac{5}{a-9} : \frac{1}{2\sqrt{a}-6}$.

- ☐ А $\frac{10}{\sqrt{a}-3}$
- ☐ Б $\frac{5}{2\sqrt{a}+6}$
- ☐ В $\frac{\sqrt{a}+3}{10}$
- ☒ Г $\frac{10}{\sqrt{a}+3}$
- ☐ Д $\frac{2\sqrt{a}-6}{5}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\frac{5}{a-9} : \frac{1}{2\sqrt{a}-6} = \frac{5}{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)} \cdot \frac{2(\sqrt{a}-3)}{1} = \frac{10}{\sqrt{a}+3}.$$

14

Сторона основи правильної трикутної призми дорівнює a , діагональ бічної грані — d . Укажіть формулу для обчислення площі S_6 бічної поверхні цієї призми.

- ☒ А $S_6 = 3a\sqrt{d^2 - a^2}$
- ☐ Б $S_6 = 3a\sqrt{d^2 + a^2}$
- ☐ В $S_6 = 3ad$
- ☐ Г $S_6 = a\sqrt{a^2 - d^2}$
- ☐ Д $S_6 = a(d^2 + a^2)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

В правильній призмі бічні грані — прямокутники. Діагональ d бічної грані — це діагональ прямокутника. Якщо одна сторона цього прямокутника завдовжки a , то друга сторона завдовжки $\sqrt{d^2 - a^2}$. Площа бічної грані — площа прямокутника — дорівнює добутку його сторін: $a \cdot \sqrt{d^2 - a^2}$.

Площа S_0 бічної поверхні призми дорівнює сумі площ бічних граней. Тобто, для даної трикутної призми $S_0 = 3a\sqrt{d^2 - a^2}$.

15

Розв'яжіть рівняння $|2x - 1| = 6$.

- ☐ А $-3,5; 3,5$
- ☐ Б $-2,5; 2,5$
- ☐ В $-3,5; 2,5$
- ☒ Г $-2,5; 3,5$
- ☐ Д $3,5$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

Приховати пояснення

$$|2x - 1| = 6.$$

$$2x - 1 = 6 \text{ або } 2x - 1 = -6.$$

$$2x = 7 \text{ або } 2x = -5.$$

$$x = 3,5 \text{ або } x = -2,5.$$

16

Парна функція $y = f(x)$ визначена на проміжку $(-\infty; +\infty)$. Які з наведених тверджень є правильними?

I. $f(-10) = -f(10)$.

II. $f(-6) = f(6)$.

III. Графік функції $y = f(x)$ симетричний відносно осі y .

- ☐ А лише I
- ☐ Б лише II
- ☐ В лише I і III
- ☒ Г лише II і III
- ☐ Д лише III

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Функцію f називають парною, якщо для будь-якого x з області визначення $f(-x) = f(x)$, а вісь ординат є віссю симетрії графіка парної функції.

Тому вірними є твердження II і III.

Цукерка має форму конуса, висота якого дорівнює 3 см, а діаметр основи — 2 см. Маса 1 см^3 шоколаду, з якого виготовлено цукерку, становить 3 г. Визначте масу 100 таких цукерок, якщо кожна цукерка є однорідною і не має всередині порожнин. Укажіть відповідь, найближчу до точної.

- ☐ А 900 г
- ☒ Б 950 г
- ☐ В 1000 г
- ☐ Г 1050 г
- ☐ Д 1100 г

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Радіус r основи конуса дорівнює 1 см. Його висота h дорівнює 3 см. Знайдемо об'єм цукерки-конуса: $V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} S_{\text{основи}} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 1^2 \cdot 3 = \pi (\text{см}^3)$.

Об'єм ста таких цукерок-конусів — $100\pi (\text{см}^3)$. Вага ста таких цукерок-конусів $300\pi (\text{г})$.

$300\pi \approx 300 \cdot 3,14 = 3 \cdot 314 = 942 (\text{г})$.

Найближчою відповіддю серед поданих є 950 г.

Якщо $2^a = \frac{1}{5}$, то $2^{6-a} =$

- ☐ А 12,8
- ☐ Б 59
- ☐ В 69
- ☐ Г 240
- ☒ Д 320

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$2^{6-a} = \frac{2^6}{2^a} = \frac{64}{\frac{1}{5}} = 64 \cdot 5 = 320.$$

Укажіть первісну $F(x)$ для функції $f(x) = \frac{1}{2x}$.

- ☐ А $F(x) = \frac{1}{x^2}$
- ☒ Б $F(x) = \frac{1}{2} \ln |x|$
- ☐ В $F(x) = -\frac{1}{2x^2}$
- ☐ Г $F(x) = 2 \ln |x|$
- ☐ Д $F(x) = \ln |2x|$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Функція $F(x) = \ln |x|$ є первісною для функції $f(x) = \frac{1}{x}$. Тому функція $F(x) = \frac{1}{2} \ln |x|$ є первісною для функції $f(x) = \frac{1}{2x}$.

Розв'яжіть нерівність $\frac{(5-x)^2}{x^2+x-6} \geq 0$.

- ☐ А $(-\infty; -3) \cup (2; 5]$
- ☐ Б $(-3; -2) \cup [5; +\infty)$
- ☒ В $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$
- ☐ Г $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$
- ☐ Д $(-3; 2) \cup \{5\}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

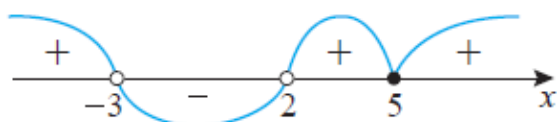
[Приховати пояснення](#)

$$\frac{(5-x)^2}{x^2+x-6} \geq 0.$$

Коренями квадратного тричлена, що в знаменнику, є числа -3 і 2 . Тоді розкладемо його на множники. Одержимо:

$$\frac{(5-x)^2}{(x+3)(x-2)} = \frac{(x-5)^2}{(x+3)(x-2)} \geq 0.$$

Скористаємось методом інтервалів.



Отже, $x \in (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

Установіть відповідність між початком речення (1—4) та його закінченням (А—Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

- 1 Графік функції $y = 5 - x$
- 2 Графік функції $y = 2x + 3$
- 3 Графік рівняння $2x + 6 = 0$
- 4 Графік функції $y = x - 4$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☒	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☒
3	☒	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☒	☐

Закінчення речення

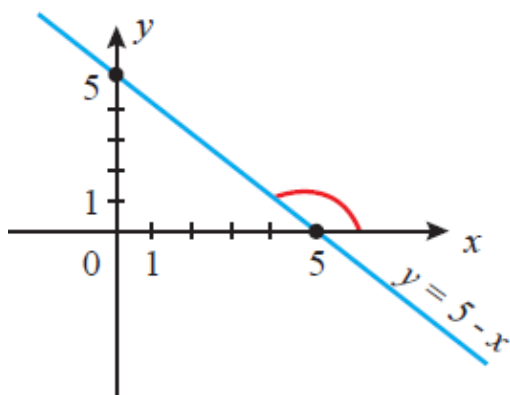
- А не перетинає вісь y .
- Б не має спільних точок з графіком функції $y = x^2 - 5$.
- В утворює з додатним напрямом осі x тупий кут.
- Г паралельний прямій $y - x = 0$.
- Д перетинає коло, задане рівнянням $x^2 + y^2 = 4$.

Ви відповіли правильно

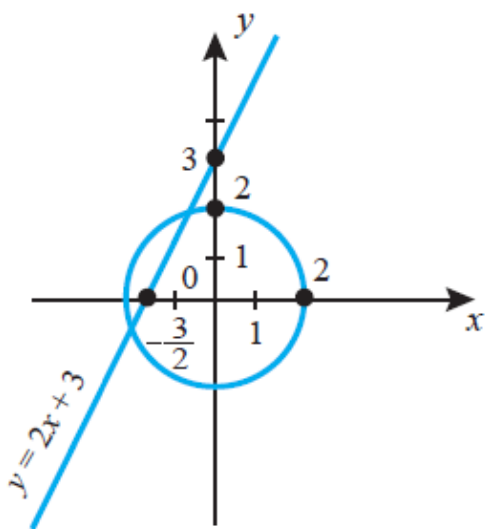
Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

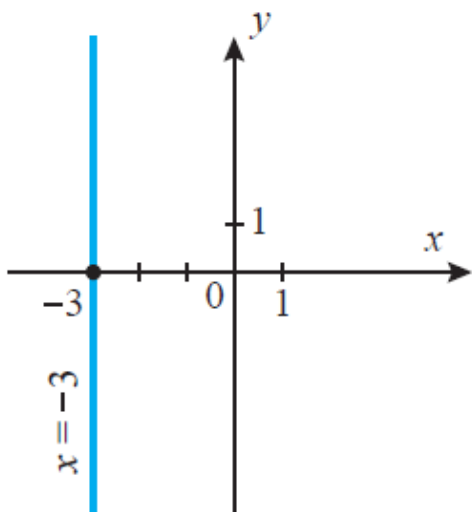
1) Кутівий коефіцієнт в рівнянні прямої $y = 5 - x$ від'ємний (він дорівнює -1), тому графік функції $y = 5 - x$ утворює з додатним напрямком осі x тупий кут.



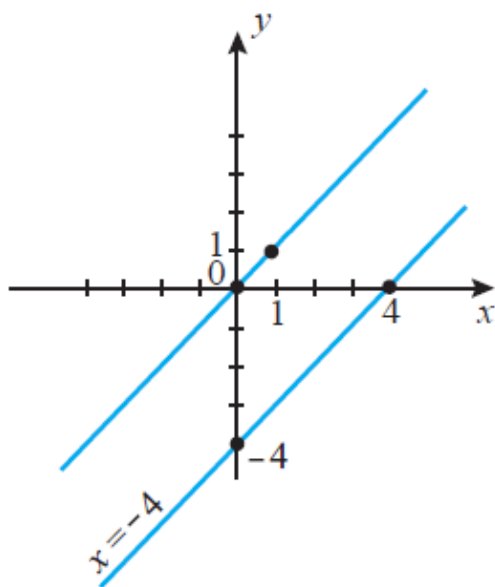
2) Зобразимо в одній системі координат графік функції $y = 2x + 3$ та коло, задане рівнянням $x^2 + y^2 = 4$.



3) $2x + 6 = 0$, тоді $2x = -6$, $x = -3$.



4) Кутові коефіцієнти прямих, заданих рівняннями $y = x - 4$ і $y = x$ рівні (дорівнюють 1), тому ці прямі паралельні.



Установіть відповідність між числовим виразом (1—4) та його значенням (А—Д).

Числовий вираз

1) $16^{\frac{1}{2}}$

2) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

3) $(2^3)^2$

4) $2^{3,5} \cdot 2^{1,5}$

	А	Б	В	Г	Д
1	☒	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☒	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☒
4	☐	☐	☐	☒	☐

Значення числового виразу

А 4

Б 8

В 16

Г 32

Д 64

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1) $16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4.$

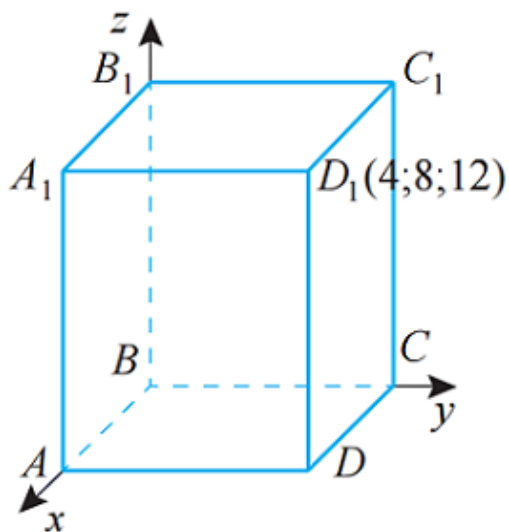
2) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = 4^2 = 16.$

3) $(2^3)^2 = 8^2 = 64.$

4) $2^{3,5} \cdot 2^{1,5} = 2^{3,5+1,5} = 2^5 = 32.$

У прямокутній системі координат у просторі зображено прямокутний паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, вершина B якого збігається з початком координат, а вершини A, C і B_1 належать осям x, y і z відповідно (див. рисунок). Вершина D_1 має координати $(4; 8; 12)$.

До кожного початку речення (1—4) доберіть його закінчення (А—Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



Початок речення

- 1 Серединою відрізка BC є точка
- 2 Вектор $\vec{BA}$ має координати
- 3 Точка, що належить відрізку DD_1 і віддалена від точки D на 4 одиниці, має координати
- 4 Точка C_1 має координати

Закінчення речення

- А (0; 8; 12).
- Б (4; 0; 0).
- В (4; 8; 0).
- Г (0; 4; 0).
- Д (4; 8; 4).

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☒	☐
2	☐	☒	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☒
4	☒	☐	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1) $B(0; 0; 0); C(0; 8; 0)$. Тоді координати середини відрізка BC :

$$x_{\text{середини}} = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{0 + 0}{2} = 0;$$

$$y_{\text{середини}} = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{0 + 8}{2} = 4;$$

$$z_{\text{середини}} = \frac{z_B + z_C}{2} = \frac{0 + 0}{2} = 0.$$

Тобто, $(0; 4; 0)$.

2) $B(0; 0; 0); A(4; 0; 0)$.

$$\vec{BA}(4 - 0; 0 - 0; 0 - 0).$$

$$\vec{BA}(4; 0; 0).$$

3) Точка, що лежить на відрізку DD_1 і віддалена від точки D на 4 одиниці, має координати $(4; 8; 4)$.

4) Точка C_1 має координати $(0; 8; 12)$.

24

Установіть відповідність між геометричною фігурою (1—4) та радіусом кола (А—Д), вписаного в цю геометричну фігуру.

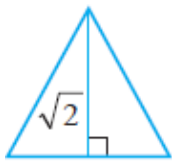


Рис. 1

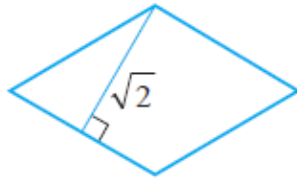


Рис. 2

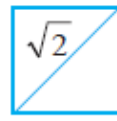


Рис. 3

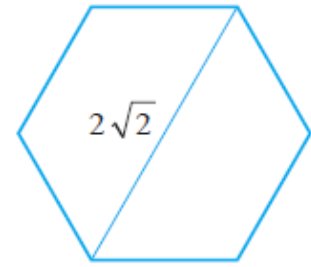


Рис. 4

Геометрична фігура

- 1 правильний трикутник, висота якого дорівнює $\sqrt{2}$ (рис. 1)
- 2 ромб, висота якого дорівнює $\sqrt{2}$ (рис. 2)
- 3 квадрат, діагональ якого дорівнює $\sqrt{2}$ (рис. 3)
- 4 правильний шестикутник, більша діагональ якого дорівнює $2\sqrt{2}$ (рис. 4)

Радіус кола, вписаного в геометричну фігуру

- А $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- Б 1
- В $\frac{1}{2}$
- Г $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- Д $\frac{\sqrt{2}}{3}$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☒
2	☐	☐	☐	☒	☐
3	☐	☐	☒	☐	☐
4	☒	☐	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1) Радіус r вписаного в правильний трикутник кола — це третина висоти. Тому

$$r = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

2) Радіус r вписаного в ромб кола дорівнює половині висоти ромба. Тому

$$r = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

3) Радіус r вписаного в квадрат кола дорівнює половині сторони квадрата. А сторона квадрата в $\sqrt{2}$ разів менша за діагональ квадрата. Тому сторона квадрата $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$. Тоді

$$\text{радіус вписаного кола } r = \frac{1}{2}.$$

4) Радіус r вписаного в правильний шестикутник кола дорівнює висоті правильного трикутника зі стороною a , рівною стороні цього шестикутника.

Висота правильного трикутника зі стороною a дорівнює $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Сторона правильного шестикутника дорівнює половині його більшої діагоналі. Тобто, сторона a правильного шестикутника $a = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$.

$$\text{Значить, } r = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

25

На взуттєвій фабриці пошили 5340 пар дитячого, жіночого та чоловічого взуття. Чоловічого взуття було пошито 2100 пар, а жіночого — у 5 разів більше, ніж дитячого.

1. На скільки відсотків жіночого взуття було пошито більше, ніж дитячого?
2. Скільки пар дитячого взуття було пошито на цій фабриці?

Відповідь надайте у вигляді двох чисел, розділених крапкою з комою.

Ви відповіли правильно: 400; 540

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

1) Якщо кількість дитячого взуття прийняти за 100 %, то кількість жіночого взуття 500 %, оскільки за умовою кількість жіночого взуття вп'ятеро більша від кількості дитячого. Значить, різниця між ними становить $500 \% - 100 \% = 400 \%$. Тобто, жіночого взуття пошили на 400 % більше, ніж дитячого.

2) Нехай пошили x пар дитячого взуття, тоді жіночого пошили $5x$ пар. Оскільки чоловічого взуття пошили 2100 пар, а всього пошили 5340 пар за умовою, то маємо рівняння:

$$x + 5x + 2100 = 5340.$$

$$6x + 2100 = 5340.$$

$$6x = 5340 - 2100.$$

$$6x = 3240.$$

$$x = 3240 : 6.$$

$$x = 540.$$

Отже, пошили 540 пар дитячого взуття.

Гіпотенуза AC рівнобедреного прямокутного трикутника ABC дорівнює 3,6 м. У цей трикутник вписано квадрат $MNKP$, дві вершини якого знаходяться на гіпотенузі, а дві інші — на катетах.

1. Визначте площу трикутника ABC (у м^2).
2. Обчисліть площу квадрата $MNKP$ (у м^2).

Ви відповіли правильно: 3,24; 1,44

Бали: 2 із 2

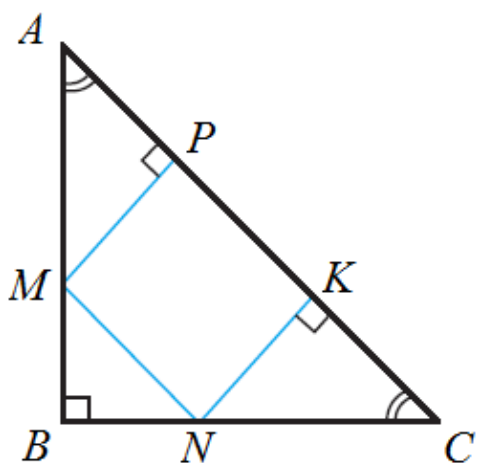
[Приховати пояснення](#)

1) Катети рівнобедреного прямокутного трикутника в $\sqrt{2}$ разів менші за гіпотенузу. Тобто, маємо катети завдовжки $\frac{3,6}{\sqrt{2}} = \frac{18}{5\sqrt{2}}$ (м).

Площа трикутника ABC дорівнює півдобутку катетів, тобто:

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{18}{5\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{324}{100} = 3,24 \text{ (м}^2\text{)}.$$

2)



Трикутник NKC — прямокутний рівнобедрений, тобто, $NK = KC$.

Трикутник MAP — прямокутний рівнобедрений, тобто, $MP = AP$.

$PK = NK = MP$ як сторони квадрата.

Отже, $AP = PK = KC = AC : 3 = 3,6 : 3 = 1,2$ (м).

Тоді площа квадрата: $(1,2)^2 = 1,44$ (м²).

Під час підготовки до заліку з вищої математики студент розв'язав за 9 днів 315 задач. У перший день він розв'язав 11 задач, а кожного наступного дня розв'язував на одну й ту ж саму кількість задач більше, ніж попереднього дня. Визначте кількість задач, які студент розв'язав дев'ятого дня.

[Приховати пояснення](#)

Розглянемо арифметичну прогресію (a_n) , в якій перший член $a_1 = 11$ (кількість задач, розв'язаних за перший день), різниця d (величина, на яку щодня зростала кількість розв'язаних задач), сума перших дев'яти членів $S_9 = 315$ (кількість задач, розв'язаних за дев'ять днів).

Для визначення дев'ятого члена прогресії a_9 (кількість задач, розв'язаних за дев'ятий день) скористаємося формулою суми n : $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$.

$$\text{Тоді } S_9 = \frac{a_1 + a_9}{2} \cdot 9 = \frac{11 + a_9}{2} \cdot 9 = 315.$$

$$\text{Звідси } a_9 = \frac{315 \cdot 2}{9} - 11 = 35 \cdot 2 - 11 = 70 - 11 = 59.$$

Отже, за дев'ятий день учень розв'язав 59 задач.

28

Розв'яжіть рівняння $\log_2 x + \log_2(x - 7) = 3$. Якщо рівняння має *єдиний* корінь, то запишіть його у відповіді. Якщо рівняння має *кілька* коренів, то запишіть у відповіді їхню суму.

[Приховати пояснення](#)

$$\log_2 x + \log_2(x - 7) = 3.$$

Знайдемо область допустимих значень змінної x :

$$\begin{cases} x \geq 0, \\ x - 7 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0, \\ x \geq 7. \end{cases} \quad \text{Отже, } x \geq 7.$$

З рівняння одержимо:

$$\log_2(x \cdot (x - 7)) = 3 \cdot \log_2 2 = \log_2 2^3 = \log_2 8.$$

$$\text{Тоді } x \cdot (x - 7) = 8.$$

$$x^2 - 7x - 8 = 0.$$

Коренями цього квадратного рівняння є числа 8 і -1 . З огляду на ОДЗ маємо, що корінь квадратного рівняння $x = -1$ не є коренем вихідного рівняння. Отже, $x = 8$.

29

Марійка зірвала на клумбі 9 нарцисів та 4 тюльпани. Скільки всього існує способів вибору із цих квітів 3 нарцисів та 2 тюльпанів для букета?

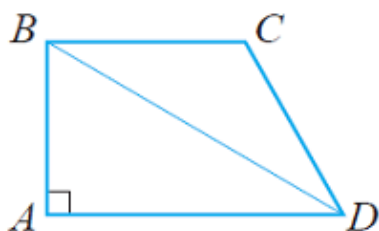
[Приховати пояснення](#)

Три нарцици з дев'яти можна вибрати C_9^3 способами. Два тюльпани з чотирьох можна вибрати C_4^2 способами. Тоді за правилом добутку букет з трьох нарцисів і двох тюльпанів можна вибрати $C_9^3 \cdot C_4^2$ способами.

$$C_9^3 \cdot C_4^2 = \frac{9!}{6! \cdot 3!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9}{2 \cdot 3} \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} = 7 \cdot 8 \cdot 9 = 504 \text{ (способи).}$$

30

Діагональ BD прямокутної трапеції $ABCD$ є бісектрисою $\angle ADC$ й утворює з основою AD кут 30° (див. рисунок). Визначте довжину середньої лінії трапеції $ABCD$ (у см), якщо $BD = 20\sqrt{3}$ см.



Ви відповіли правильно: 25

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

$\angle CBD = \angle ADB = 30^\circ$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих BC і AD та січній BD .

$\angle ADB = \angle BDC = 30^\circ$ за умовою.

Розглянемо трикутник ABD . В ньому $\angle BAD = 90^\circ$, $\angle ADB = 30^\circ$, $BD = 20\sqrt{3}$ см.

Тоді $\frac{AD}{BD} = \cos 30^\circ$.

Звідки $AD = BD \cos 30^\circ$.

$$AD = 20\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 30 \text{ (см).}$$

Розглянемо трикутник BCD . В ньому $\angle BDC = \angle CBD = 30^\circ$, $BD = 20\sqrt{3}$ см.

За теоремою косинусів:

$$BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2BC \cdot CD \cos 120^\circ = 2BC^2 - 2BC^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 3BC^2 \text{ см.}$$

$$(20\sqrt{3})^2 = 400 \cdot 3 = 1200 = 3BC^2.$$

Звідси $BC = 20$ см.

Середня лінія трапеції дорівнює півсумі основ, тобто, $\frac{BC + AD}{2} = \frac{20 + 30}{2} = 25$ (см).

31

Зверніть увагу, що це завдання подано для ознайомлення із повним текстом тесту. У ньому вимагається повна обґрунтована відповідь. Під час онлайн-тестування бали за нього не додаються.

Знайдіть найбільше та найменше значення функції $f(x) = x + \sin 2x$ на відрізку $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ви відповіли неправильно: 0. Правильно:

Бали: 0 із 1

[Приховати пояснення](#)

Відмітимо, що задана функція визначена і неперервна на множині всіх дійсних чисел. Знайдемо її похідну.

$$f'(x) = (x + \sin 2x)' = x' + (\sin 2x)' = 1 + 2 \cos 2x.$$

Відмітимо, що задана похідна визначена на множині всіх дійсних чисел. Знайдемо критичні точки.

Для цього розв'яжемо рівняння $f'(x) = 0$, тобто, $1 + 2 \cos 2x = 0$.

Тоді $2 \cos 2x = -1$,

$$\cos 2x = -\frac{1}{2},$$

$$2x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

На відрізку $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ маємо критичну точку $x = \frac{\pi}{3}$.

Задана функція на заданому відрізку набуває найбільшого і найменшого значення або в критичній точці, або на кінцях відрізка. Тому знайдемо значення функції в цій критичній точці та на кінцях заданого відрізка.

$$f(0) = 0 + \sin 0 = 0,$$

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{3} + \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\pi + 3\sqrt{3}}{6},$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} + \sin \pi = \frac{\pi}{2} + 0 = \frac{\pi}{2} + 0 = \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{6} = \frac{2\pi + \pi}{6}.$$

Оскільки $\pi < 3\sqrt{3}$, то $\frac{2\pi + \pi}{6} < \frac{2\pi + 3\sqrt{3}}{6}$.

$$\text{Отже, } f(0) < f\left(\frac{\pi}{2}\right) < f\left(\frac{\pi}{3}\right).$$

$$\text{Тоді } \max_{\left[0; \frac{\pi}{2}\right]} f(x) = f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2\pi + 3\sqrt{3}}{6};$$

$$\min_{\left[0; \frac{\pi}{2}\right]} f(x) = f(0) = 0.$$

32

Зверніть увагу, що це завдання подано для ознайомлення із повним текстом тесту. У ньому вимагається повна обґрунтована відповідь. Під час онлайн-тестування бали за нього не додаються.

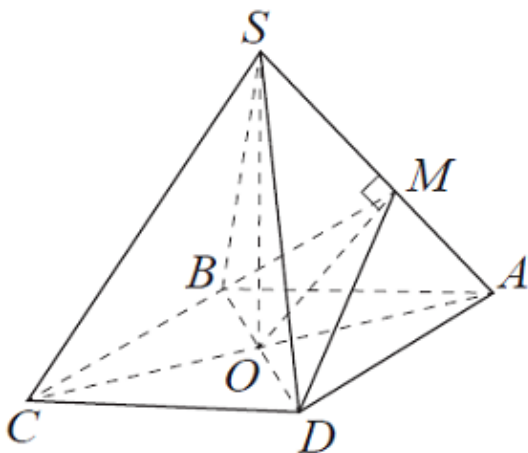
У правильній чотирикутній піраміді $SABCD$ з точки O , яка є основою висоти SO , до бічного ребра SA проведено перпендикуляр OM довжиною $3\sqrt{6}$. Двогранний кут при бічному ребрі піраміди дорівнює 120° .

1. Доведіть, що пряма SA перпендикулярна до площини BMD .
2. Знайдіть об'єм піраміди $SABCD$.

Ви відповіли неправильно: **972**. Правильно:

Бали: 0 із 1

[Приховати пояснення](#)



Нехай піраміда $SABCD$ — правильна. Тоді в її основі лежить квадрат $ABCD$, а висотою є відрізок SO , де O — точка перетину діагоналей квадрата. $OM \perp SA$. $OM = 3\sqrt{6}$.

1) Доведемо, що бічне ребро SA перпендикулярне площині BMD .

OA — проекція ребра SA на площину основи. $BD \perp OA$, бо діагоналі квадрата перетинаються під прямим кутом. Отже, за теоремою про три перпендикуляри $BD \perp SA$. Крім того, за умовою $OM \perp SA$. Значить, $SA \perp (BMD)$ за ознакою перпендикулярності прямої і площини.

2) Знайдемо об'єм піраміди.

$SA \perp (BMD)$, значить, $SA \perp DM$, $SA \perp BM$. Тоді $\angle BMD$ — лінійний кут двогранного кута при ребрі SA . За умовою $\angle BMD = 120^\circ$.

Бічні грані правильної піраміди рівні, тому $DM = BM$ як відповідні висоти рівних трикутників. Значить, трикутник BMD — рівнобедрений. В ньому OM — медіана (бо діагоналі квадрата при перетині діляться навпіл), отже, висота і бісектриса: $OM \perp BD$, $\angle BMO = \angle DMO = 60^\circ$.

в $\triangle MOD$ ($\angle MOD = 90^\circ$): $\frac{OD}{OM} = \operatorname{tg} \angle DMO$.

$$\frac{OD}{3\sqrt{6}} = \operatorname{tg}60^\circ.$$

$$OD = 3\sqrt{6} \cdot \sqrt{3} = 9\sqrt{2}.$$

Тоді $BD = 2OD = 18\sqrt{2}$. Звідки $AD = \frac{BD}{\sqrt{2}} = 18$. Площа основи піраміди

$$S_{ABCD} = AD^2 = 18^2 = 324.$$

$$OA = OD = 9\sqrt{2}.$$

Тоді в $\triangle AOM$ ($\angle AMO = 90^\circ$) з теореми Піфагора маємо:

$$MA^2 = OA^2 - OM^2 = 162 - 54 = 108.$$

$$MA = 6\sqrt{3}.$$

Трикутники SOA і OMA подібні за двома кутами (як прямокутні зі спільним гострим кутом), тому:

$$\frac{SO}{OM} = \frac{OA}{MA}.$$

$$\frac{SO}{3\sqrt{6}} = \frac{9\sqrt{2}}{6\sqrt{3}}.$$

$$SO = \frac{27\sqrt{12}}{6\sqrt{3}} = 9.$$

Об'єм піраміди V дорівнює третині від добутку площі основи на висоту піраміди.

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 324 \cdot 9 = 324 \cdot 3 = 972.$$

33

Зверніть увагу, що це завдання подано для ознайомлення із повним текстом тесту. У ньому вимагається повна обґрунтована відповідь. Під час онлайн-тестування бали за нього не додаються.

Розв'яжіть нерівність $\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x} > a$ при всіх значеннях параметра a .

Ви пропустили питання. Правильно:

Бали: 0 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x} > a.$$

1) Знайдемо область допустимих значень змінної x :

$$\begin{cases} a+x \geq 0, \\ a-x \geq 0. \\ x \geq -a, \\ x \leq a. \end{cases}$$

Проаналізуємо одержану систему нерівностей.

Якщо $a < 0$, то система розв'язків не має. Значить, і задана в умові нерівність розв'язків не

має.

Якщо $a = 0$, то $x = 0$. Але пара $\begin{cases} a = 0, \\ x = 0 \end{cases}$ не задовільняє задану в умові нерівність.

Отже, якщо $a \leq 0$, то задана нерівність розв'язків не має.

Якщо $a > 0$, то областю допустимих значень змінної x є відрізок $[-a; a]$.

2) Розв'яжемо задану в умові нерівність, якщо $a > 0$.

Піднесемо обидві частини нерівності до квадрату. Тоді:

$$a + x + a - x + 2\sqrt{a^2 - x^2} > a^2.$$

$$2\sqrt{a^2 - x^2} > a^2 - 2a.$$

Тут розглянемо три випадки:

якщо $\begin{cases} a^2 - 2a < 0, \\ a > 0; \end{cases}$ тобто, $\begin{cases} a \in (0; 2), \\ a > 0; \end{cases}$ звідки маємо, що $a \in (0; 2)$, то
 $x \in [-a; a];$

якщо $\begin{cases} a^2 - 2a = 0, \\ a > 0; \end{cases}$ звідки маємо, що $a = 2$, то $a^2 - x^2 > 0$, тобто, $x \in (-2; 2);$

якщо $\begin{cases} a^2 - 2a > 0, \\ a > 0; \end{cases}$ тобто, $\begin{cases} a \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty), \\ a > 0; \end{cases}$ звідки маємо, що
 $a \in (2; +\infty)$, то:

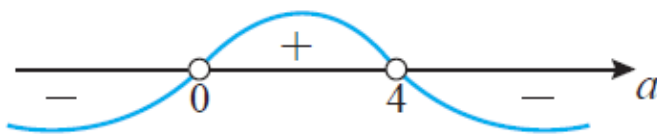
$$4(a^2 - x^2) > (a^2 - 2a)^2;$$

$$4a^2 - 4x^2 > a^4 - 4a^3 + 4a^2;$$

$$-4x^2 > a^4 - 4a^3;$$

$$x^2 < a^3 - \frac{a^4}{4} = \frac{4a^3 - a^4}{4} = \frac{a^3(4 - a)}{4}.$$

Тут необхідно, щоб виконувалася умова $a^3(4 - a) > 0$.



Звідси $a \in (0; 4)$.

Вкупі з умовою $a \in (2; +\infty)$ одержимо, що $a \in (2; 4)$. Тоді

$$x \in \left(-\frac{a\sqrt{4a - a^2}}{2}; \frac{a\sqrt{4a - a^2}}{2} \right).$$

Отже, робимо висновок:

якщо $a \in (-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$, то задана нерівність розв'язків не має;

якщо $a \in (0; 2)$, то $x \in [-a; a];$

якщо $a \in [2; 4)$, то $x \in \left(-\frac{a\sqrt{4a - a^2}}{2}; \frac{a\sqrt{4a - a^2}}{2} \right).$

