

Тест ЗНО з математики.

Результат

94% 😊

Тестовий бал ?

48 із 51

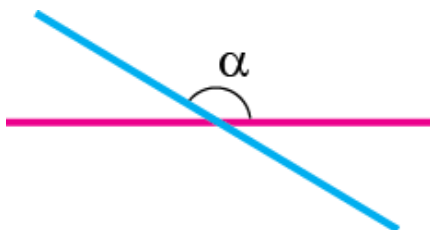
Рейтинговий бал ?

185.0...197.0 із 200.0

Витрачено часу: 6 хвилин

[Ще раз](#) [Інший варіант](#) [Статистика](#)[Поділитися...](#)

Різниця двох кутів, отриманих при перетині двох прямих (див. рисунок), дорівнює 120° . Визначте градусну міру кута α .



- ☐ А 30°
- ☐ Б 100°
- ☐ В 120°
- ☐ Г 140°
- ☒ Д 150°

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Кут, суміжний з кутом α дорівнює $180^\circ - \alpha$, тому різниця цих кутів $\alpha - (180^\circ - \alpha) = 120^\circ$, звідки $2\alpha = 180^\circ + 120^\circ$, $2\alpha = 300^\circ$, $\alpha = 150^\circ$.

2

Розв'яжіть нерівність $-\frac{x}{5} > 5$.

- ☒ А $(-\infty; -25)$
- ☐ Б $(-\infty; -1)$
- ☐ В $(-\infty; 25)$
- ☐ Г $(-1; +\infty)$
- ☐ Д $(-25; +\infty)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$-\frac{x}{5} > 5$, $-x > 25$, отже $x < -25$.

3

Спростіть вираз $(a^6)^4 : a^2$, де $a \neq 0$.

- ☐ А a^5
- ☐ Б a^8
- ☐ В a^{10}
- ☐ Г a^{12}
- ☒ Д a^{22}

Ви відповіли правильно

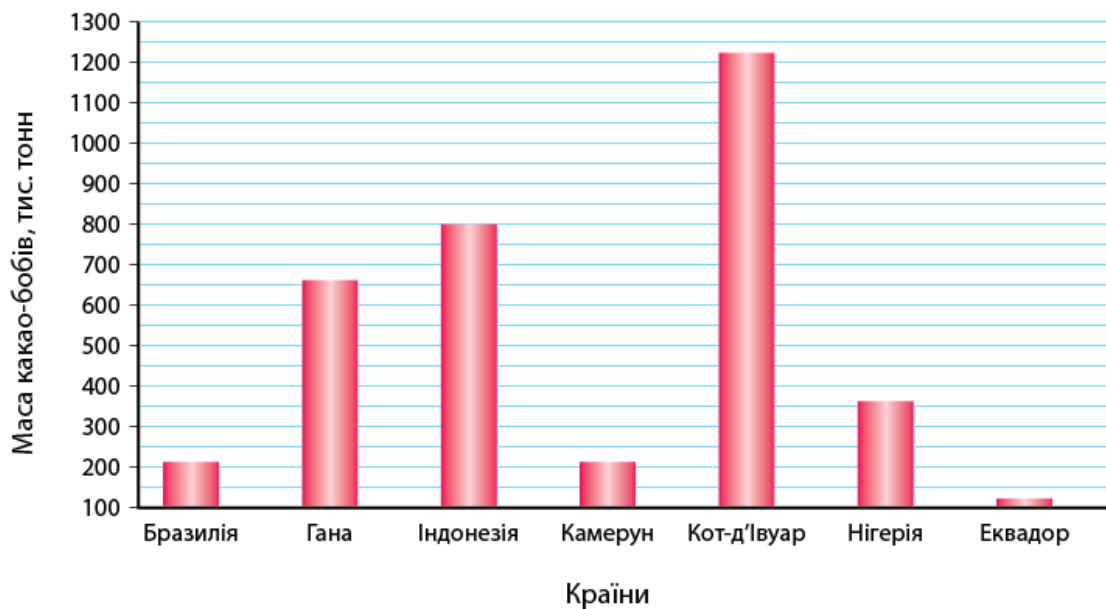
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$(a^6)^4 : a^2 = a^{6 \cdot 4 - 2} = a^{22}$.

4

На діаграмі відображено дані про обсяг виробництва какао-бобів (у тис. тонн) у 2009 році в семи країнах-лідерах.



Користуючись діаграмою, укажіть проміжок, якому належить значення маси (у тис. тонн) какао-бобів, вирощених у країні, що посіла у 2009 році третє місце за обсягом їх виробництва.

- ☐ А [200; 300]
- ☐ Б [300; 400]
- ☒ В [600; 700]
- ☐ Г [700; 800]
- ☐ Д [1200; 1300]

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

За даними діаграми третє місце за обсягом виробництва какао-бобів у 2009 році посіла Гана з трохи більше ніж 650 тис. тонн. Ця кількість належить проміжку [600; 700].

5

Розв'яжіть рівняння $3^{x+4} = 27$.

- ☐ А $x = -2$
- ☒ Б $x = -1$
- ☐ В $x = 0$
- ☐ Г $x = 3$
- ☐ Д $x = 5$

Ви відповіли правильно

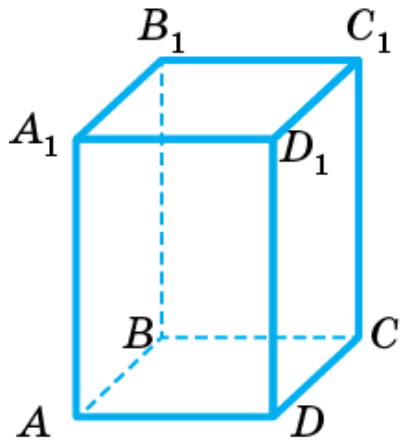
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$3^{x+4} = 3^3, \text{ отже } x + 4 = 3, \quad x = -1.$$

6

На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Яка з наведених прямих лежить в одній площині з прямою CC_1 ?



- ☐ А AB
- ☐ Б DB_1
- ☐ В $A_1 D_1$
- ☐ Г BD
- ☒ Д AA_1

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Площину можна провести через пару паралельних прямих CC_1 і AA_1 .

7

Обчисліть значення виразу $25 - 2a - 2b$, якщо $a + b = 6$.

- ☐ А 1
- ☐ Б 23
- ☐ В 21
- ☒ Г 13
- ☐ Д 19

Ви відповіли правильно

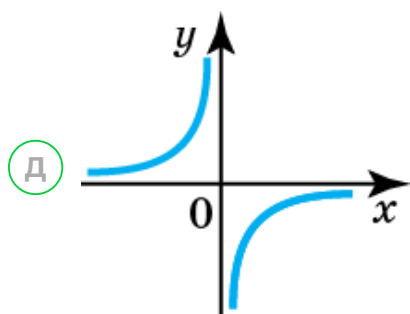
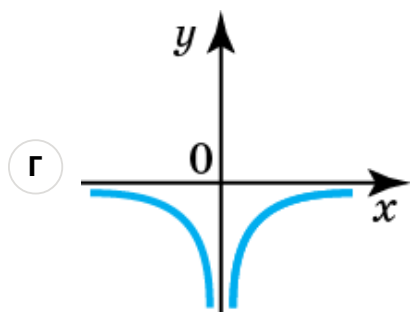
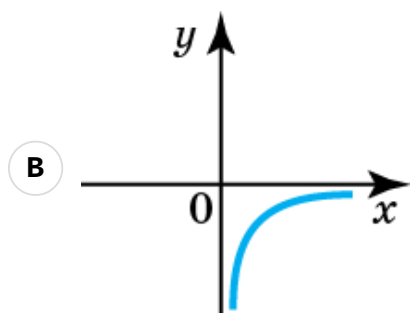
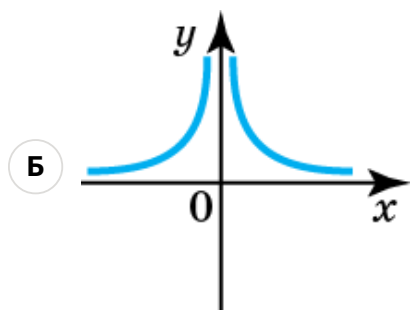
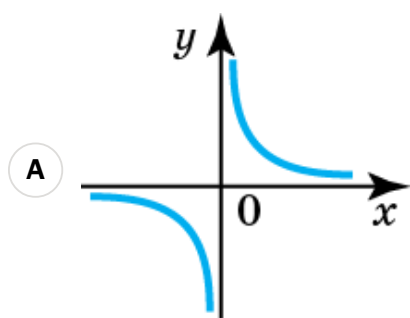
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$25 - 2a - 2b = 25 - 2(a + b) = 25 - 2 \cdot 6 = 25 - 12 = 13.$$

8

На якому з наведених рисунків зображено ескіз графіка функції $y = -\frac{1}{x}$?



Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Графік функції $y = -\frac{1}{x}$ отримується з гіперболи $y = \frac{1}{x}$ шляхом симетрії відносно осі x .

9

Визначте відстань від точки $A(-1; -3; 4)$ до координатної площини xz .

- ☐ А 1
- ☐ Б 4
- ☐ В 5
- ☒ Г 3
- ☐ Д $\sqrt{26}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Проекцією точки A на площину xz є точка $A'(-1; 0; 4)$. Відстань AA' дорівнює $\sqrt{(-1 - (-1))^2 + (0 - (-3))^2 + (4 - 4)^2} = 3$.

10

Обчисліть $\sqrt{(-3)^2} + \sqrt[3]{(-5)^3}$.

- ☐ А -8
- ☒ Б -2
- ☐ В 2
- ☐ Г 8
- ☐ Д 15

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$\sqrt{(-3)^2} + \sqrt[3]{(-5)^3} = |-3| + (-5) = 3 - 5 = -2$.

11

Довжини сторін трикутника відносяться як 3 : 4 : 5. Визначте довжину найбільшої сторони цього трикутника, якщо його периметр дорівнює 72 см.

- ☐ А 20 см
- ☐ Б 24 см
- ☒ В 30 см
- ☐ Г 35 см
- ☐ Д 36 см

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Нехай довжини сторін трикутника $3x$, $4x$ і $5x$. Тоді його периметр $P = 3x + 4x + 5x = 12x = 72$ (см), звідки $x = 6$ см, а отже найбільша сторона цього трикутника дорівнює $5x = 5 \cdot 6 = 30$ (см).

Якщо $x = t - 2$, то $x^2 - t^2 =$

12

- ☐ А $4 - 2t$.
- ☒ Б $4 - 4t$.
- ☐ В 4.
- ☐ Г $-4t - 4$.
- ☐ Д $2t^2 + 4$.

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

Обчисліть другий член b_2 геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_1 = -0,25$, $b_4 = 2$.

13

- ☒ А 0,5
- ☐ Б 0,25
- ☐ В $-0,5$
- ☐ Г -1
- ☐ Д -2

Ви відповіли правильно

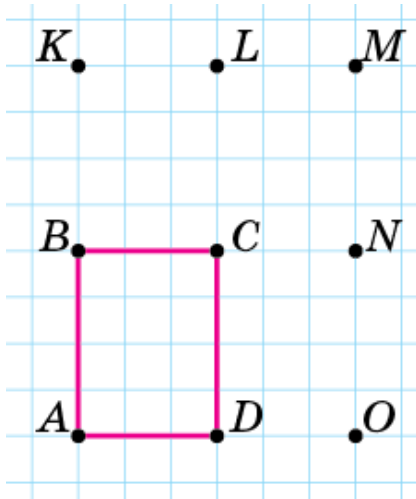
Бали: 1 із 1

$$b_4 = b_1 q^3, \text{ звідки } 2 = -0,25q^3, q^3 = \frac{2}{-0,25} = -8, q = -2. \text{ Таким чином,}$$

$$b_2 = b_1 q = -0,25 \cdot (-2) = 0,5.$$

14

Використовуючи позначені на рисунку точки, укажіть трикутник, площа якого **вдвічі** більша за площу прямокутника $ABCD$.



- ☐ А AKL
- ☐ Б ALD
- ☐ В ACN
- ☒ Г AOM
- ☐ Д ABM

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

$S_{ABCD} = 3 \cdot 4 = 12$. Обчислимо площі заданих трикутників:

$$S_{AKL} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 = 12, S_{ALD} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 = 12, S_{ACN} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6,$$

$$S_{AOM} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24, S_{ABM} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 = 12. \text{ Оскільки } S_{AOM} = 2S_{ABCD}, \text{ то}$$

шуканий трикутник — AOM .

15

Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $\log_3 x = -2$?

☐ А $(-4; -1]$

☒ Б $(-1; 2]$

☐ В $(2; 5]$

☐ Г $(5; 8]$

☐ Д $(8; 11]$

Ви відповіли правильно

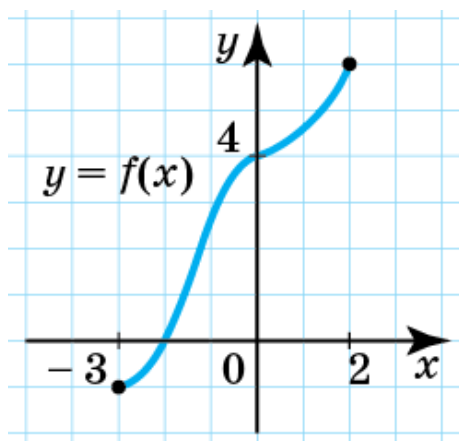
Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$$\log_3 x = -2, \quad x = 3^{-2} = \frac{1}{9} \in (-1; 2].$$

16

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-3; 2]$.
Укажіть точку перетину графіка функції $y = f(x) - 2$ з віссю y .



☒ А $(0; 2)$

☐ Б $(0; 6)$

☐ В $(0; 0)$

☐ Г $(-4; 0)$

☐ Д $(2; 0)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Графік функції $y = f(x) - 2$ отримується з графіка функції $y = f(x)$ шляхом паралельного перенесення вздовж осі y на 2 одиниці вниз. Таким чином, точкою перетину графіка функції $y = f(x) - 2$ з віссю y буде точка $(0; 2)$.

17

Для запобігання паркуванню транспорту на площі міста встановили 50 суцільних бетонних півкуль, радіус кожної з яких дорівнює 30 см. Який об'єм (у м^3) бетону використано на виготовлення цих півкуль? Укажіть відповідь, найближчу до точної.

- ☒ А $2,9 \text{ м}^3$
- ☐ Б $5,7 \text{ м}^3$
- ☐ В $8,6 \text{ м}^3$
- ☐ Г $2,1 \text{ м}^3$
- ☐ Д $17,1 \text{ м}^3$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

Шуканий об'єм $V = 50 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^3 = \frac{100}{3} \cdot \frac{27}{1000} \pi = \frac{9}{10} \pi \approx 2,826 \text{ (м}^3\text{)}$.
Відповіддю, найближчою до отриманої, є $2,9 \text{ м}^3$.

18

Для якого з наведених виразів виконується рівність $|x| = -x$?

- ☐ А $x = \frac{1}{2} - \frac{2}{5}$
- ☐ Б $x = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}$
- ☒ В $x = \frac{2}{5} - \frac{1}{2}$
- ☐ Г $x = \frac{1}{2} + \frac{2}{5}$
- ☐ Д $x = \frac{1}{2} : \frac{2}{5}$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

За означенням модуля $|x| = -x$ при $x \leq 0$. Єдиним недодатним числом серед наведених є $x = \frac{2}{5} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{10}$.

19

Задано функцію $y = 3x$. Які з наведених тверджень є правильними?

- I. Будь-яка первісна цієї функції є парною.
- II. Графік будь-якої первісної цієї функції проходить через точку $O(0; 0)$.
- III. Графік будь-якої первісної цієї функції не перетинає вісь x .

- ☒ А лише I
- ☐ Б лише II
- ☐ В лише III
- ☐ Г лише I та II
- ☐ Д лише I та III

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

Приховати пояснення

Первісна функції $y = 3x$ має загальний вигляд $F(x) = \frac{3x^2}{2} + C$, де C — деяке число. Функція F є парною при будь-якому значенні C :

$$F(-x) = \frac{3(-x)^2}{2} + C = \frac{3x^2}{2} + C = F(x).$$
 Через точку $(0; 0)$ проходить лише первісна $F(x) = \frac{3x^2}{2}$. Графік первісної $F(x) = \frac{3x^2}{2} + C$ перетинає вісь x при $C < 0$. Отже, з наведених трьох тверджень правильним є лише твердження I.

20

Розв'яжіть нерівність $-x^2 - x + 6 < 0$.

- ☐ А $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$
- ☐ Б $(-3; 2)$
- ☒ В $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$
- ☐ Г $(-2; 3)$
- ☐ Д $(6; +\infty)$

Ви відповіли правильно

Бали: 1 із 1

[Приховати пояснення](#)

$-x^2 - x - 6 = -(x^2 + x + 6) = -(x + 2)(x + 3) < 0$. За допомогою методу інтервалів отримуємо $x \in (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

21

Установіть відповідність між функцією (1—4) та її найбільшим значенням на проміжку $[0; 5]$ (А—Д).

Функція

Найбільше значення функції на проміжку $[0; 5]$

1 $y = 2x - 7$

А 1

2 $y = -x^2 + 2$

Б 2

3 $y = \sin 2x$

В 3

4 $y = \sqrt{x - 1} + 3$

Г 4

Д 5

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☒	☐	☐
2	☐	☒	☐	☐	☐
3	☒	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☒

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1) Функція $y = 2x - 7$ зростає на проміжку $[0; 5]$, отже її найбільшим значенням є значення на правому кінці проміжку: $y = 2 \cdot 5 - 7 = 3$.

2) Функція $y = -x^2 + 2$ спадає на проміжку $[0; 5]$, отже її найбільшим значенням є значення на лівому кінці проміжку: $y = -0^2 + 2 = 2$.

3) Областю значень функції $y = \sin 2x$ є проміжок $[-1; 1]$. Значення $y = 1$ досягається, наприклад, при $x = \frac{\pi}{4} \in [0; 5]$.

4) Функція $y = \sqrt{x - 1} + 3$ зростає на проміжку $[0; 5]$, отже її найбільшим значенням є значення на правому кінці проміжку: $y = \sqrt{5 - 1} + 3 = 5$.

Установіть відповідність між тригонометричним виразом (1—4) та його значенням (А—Д).

Тригонометричний вираз

Значення тригонометричного виразу

1 $\cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ$

А $\sqrt{3}$

2 $4 \sin \frac{\pi}{6} + 2 \sin \frac{3\pi}{2}$

Б $\frac{\sqrt{3}}{3}$

3 $2 \cos \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{6}$

В $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4 $\frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{3}}$

Г 1

Д 0

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☒	☐
2	☐	☐	☐	☐	☒
3	☐	☐	☒	☐	☐
4	☒	☐	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1) $\cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ = 1$ (основна тригонометрична тотожність).

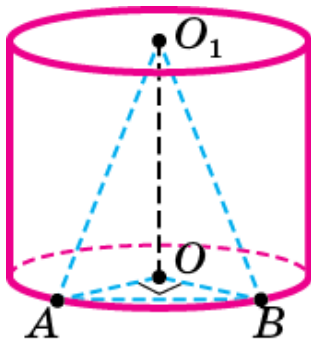
2) $4 \sin \frac{\pi}{6} + 2 \sin \frac{3\pi}{2} = 4 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot (-1) = 2 - 2 = 0$.

3) $2 \cos \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{6} = \sin \left(2 \cdot \frac{\pi}{6} \right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

4) $\frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{3}} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$.

23

У циліндрі з центрами основ O і O_1 проведено хорду AB в нижній основі (див. рисунок). $\angle AOB = 90^\circ$, $\angle OBO_1 = 60^\circ$. Площа основи циліндра дорівнює 9π .



Установіть відповідність між величиною (1—4) та її значенням (А—Д).

Величина

Значення величини

- 1 радіус основи циліндра
- 2 довжина хорди AB
- 3 висота циліндра
- 4 об'єм піраміди O_1AOB

- А $\frac{9\sqrt{3}}{2}$
- Б 3
- В $9\sqrt{3}$
- Г $3\sqrt{2}$
- Д $3\sqrt{3}$

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☒	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☒	☐
3	☐	☐	☐	☐	☒
4	☒	☐	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

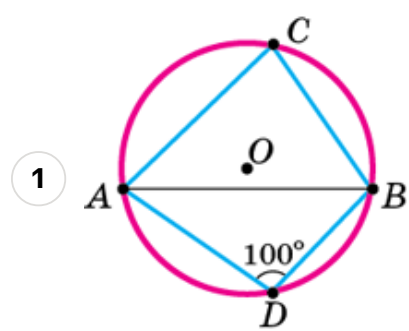
[Приховати пояснення](#)

- 1) Нехай радіус основи циліндра дорівнює r . Тоді $\pi r^2 = 9\pi$, звідки $r^2 = 9$, $r = 3$.
- 2) AB є гіпотенузою у рівнобедреному прямокутному трикутнику AOB з катетами 3, отже $AB = 3\sqrt{2}$.
- 3) У прямокутному трикутнику O_1OB $OO_1 = OB \tan \angle OBO_1 = 3 \tan 60^\circ = 3\sqrt{3}$.
- 4) $V_{O_1AOB} = \frac{1}{3} S_{AOB} \cdot OO_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3^2 \cdot 3\sqrt{3} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$.

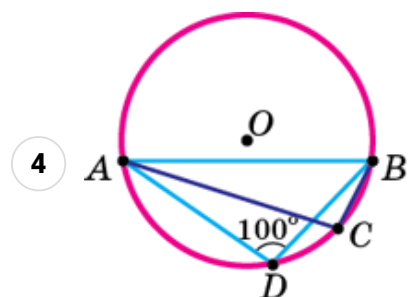
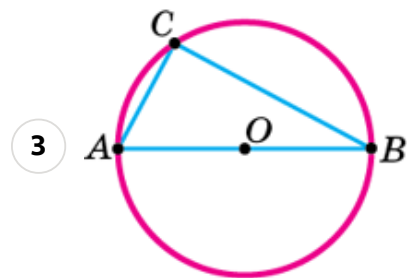
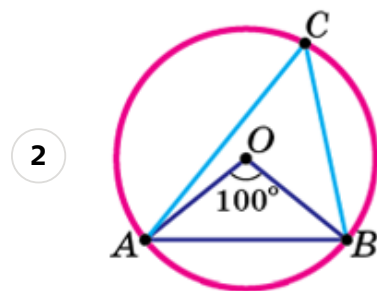
На кожному з рисунків зображено коло з центром у точці O та хорду AB . $\angle ACB$ і $\angle ADB$ — вписані кути, які спираються на хорду AB . Установіть відповідність між вписаним кутом ACB , зображеним на рисунках (1—4), та його градусною мірою (А—Д).

Зображення вписаного кута ACB

Градусна міра вписаного кута ACB



- ☐ А 100°
☐ Б 90°
☐ В 80°
☐ Г 60°
☐ Д 50°



	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☒	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☒
3	☐	☒	☐	☐	☐
4	☒	☐	☐	☐	☐

Ви відповіли правильно

Бали: 4 із 4

[Приховати пояснення](#)

1) Чотирикутник $ACBD$ є вписаним, тому сума його протилежних кутів дорівнює 180° . Оскільки $\angle ADB = 100^\circ$, то $\angle ACB = 180^\circ - \angle ADB = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$.

2) Кут ACB є вписаним, отже його величина дорівнює половині величини центрального кута AOB , що спирається на ту саму дугу; $\angle ACB = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$.

3) Кут ACB спирається на діаметр, отже його величина дорівнює 90° .

4) Кути ADB і ACB спираються на одну й ту саму дугу, отже їх величини рівні.

25

Перший автомат за дві хвилини наповнює гелієм три однакові повітряні кульки, а другий автомат за цей самий час — на 100 % більше таких кульок. Уважайте, що продуктивність роботи автоматів є сталою.

1. За скільки секунд другий автомат наповнює гелієм одну повітряну кульку?
2. Скільки всього повітряних кульок наповнять гелієм обидва автомати за 10 хвилин, працюючи одночасно?

Відповідь надайте у вигляді двох чисел, розділених крапкою з комою.

Ви відповіли правильно: 20; 45

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

1. Другий автомат за дві хвилини (120 секунд) наповнює гелієм у два рази більше повітряних кульок, тобто 6. Таким чином, одну повітряну кульку другий автомат наповнює за $\frac{120}{6} = 20$ секунд.

2. Працюючи одночасно, обидва автомати за 2 хвилини наповнять $3 + 6 = 9$ повітряних кульок. Отже, за 10 хвилин вони наповнять їх у п'ять разів більше: $5 \cdot 9 = 45$.

26

Периметр трапеції дорівнює 132 см, а довжина вписаного в неї кола становить 24π см.

1. Визначте довжину (у см) середньої лінії цієї трапеції.
2. Визначте площу (у см^2) цієї трапеції.

Відповідь надайте у вигляді двох чисел, розділених крапкою з комою.

Ви відповіли правильно: 33; 792

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

1. Оскільки трапеція є описаною, то сума довжин її основ дорівнює сумі довжин бокових сторін. Таким чином, сума довжин основ дорівнює половині периметра

$$\frac{132}{2} = 66 \text{ (см)}, \text{ а середня лінія — половині суми довжин основ: } \frac{66}{2} = 33 \text{ (см)}.$$

2. Висота трапеції h дорівнює діаметру вписаного в неї кола радіуса r . $2\pi r = 24\pi$, звідси $h = 2r = 24$ (см). Враховуючи величину середньої лінії трапеції, обчислену вище, маємо: $S = 33 \cdot 24 = 792$ (см²).

27

За 4 кг огірків і 5 кг помідорів заплатили 87 гривень. Після того як огірки подорожчали на третину, а помідори подешевшали на третину, за 4 кг огірків і 5 кг помідорів заплатили 86 гривень. Визначте початкову вартість x одного кілограма огірків і початкову вартість y одного кілограма помідорів. У відповіді запишіть суму $x + y$ (у грн).

Ви відповіли правильно: 19,5

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Складемо за даними задачі систему рівнянь і розв'яжемо її.

$$\begin{cases} 4x + 5y = 87, \\ 4 \cdot \left(x + \frac{x}{3}\right) + 5 \cdot \left(y - \frac{y}{3}\right) = 86, \end{cases} \quad \begin{cases} 4x + 5y = 87, \\ \frac{16}{3}x + \frac{10}{3}y = 86, \end{cases} \quad \begin{cases} 4x + 5y = 87, \\ 8x + 5y = 129, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x + 10y = 174, \\ 8x + 5y = 129. \end{cases}$$

Віднімаючи від першого рівняння друге отримуємо

$10 - 5y = 174 - 129$, $5y = 45$, $y = 9$ грн. Підставивши знайдене значення у перше рівняння вихідної системи, маємо

$$4x + 5 \cdot 9 = 87, \quad 4x = 87 - 45 = 42, \quad x = \frac{42}{4} = 10,5 \text{ (грн)}. \quad \text{Таким чином,}$$

$$x + y = 10,5 + 9 = 19,5 \text{ (грн)}.$$

28

Дотична, проведена до графіка функції $y = f(x)$ у точці $M(5; -9)$, паралельна осі абсцис. Обчисліть значення виразу $3 \cdot f'(5) + 10 \cdot f(5)$.

Ви відповіли правильно: -90

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Оскільки дотична паралельна осі абсцис, її кутовий коефіцієнт $k = f'(5) = 0$ (геометричний зміст похідної). Враховуючи, що $f(5) = -9$, обчислюємо значення шуканого виразу: $3 \cdot 0 + 10 \cdot (-9) = -90$.

29

Музей має надати чотири картини відомого художника для виставки, присвяченої дню його народження. Одну картину вибирають з діючої експозиції музею, що містить 5 робіт цього художника, а три інші — з архіву, у якому є 10 його картин. Скільки всього способів такого вибору?

Ви відповіли правильно: 600

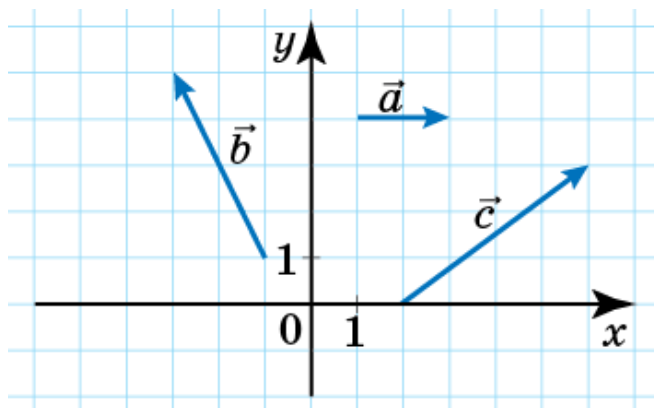
Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Одну картину з п'яти, очевидно, можна обрати 5 способами. Кількість способів обрати три картини з десяти можна обчислити як кількість комбінацій з 10 елементів по 3: $C_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!3!} = \frac{10!}{7!3!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{6} = 120$. За правилом добутку шукана кількість способів дорівнює $5 \cdot 120 = 600$.

30

У прямокутній системі координат на площині зображено вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$ та $\vec{c}$. Визначте косинус кута між векторами $\vec{a} + \vec{b}$ та $\vec{c}$.



Ви відповіли правильно: 0,6

Бали: 2 із 2

[Приховати пояснення](#)

Вектор $\vec{a}$ має координати $(2; 0)$, вектор $\vec{b}$ — координати $(-2; 4)$, вектор $\vec{c}$ — координати $(4; 3)$. Тоді вектор $\vec{a} + \vec{b}$ має координати $(0; 4)$. Косинус кута між векторами $\vec{a} + \vec{b}$ і $\vec{c}$ знайдемо за допомогою формули скалярного добутку векторів:

$$\cos(\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}) = \frac{(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}}{|\vec{a} + \vec{b}| \cdot |\vec{c}|} = \frac{0 \cdot 4 + 4 \cdot 3}{\sqrt{0^2 + 4^2} \cdot \sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{12}{4 \cdot 5} = 0,6.$$

31

Зверніть увагу, що це завдання подано для ознайомлення із повним текстом тесту. У ньому вимагається повна обґрунтована відповідь. Під час онлайн-тестування бали за нього не додаються.

Задано функцію $y = \frac{2-x}{x^2+x-6}$.

1. Розв'яжіть рівняння $x^2 + x - 6 = 0$.

2. Спростіть вираз $\frac{2-x}{x^2+x-6}$.

3. Побудуйте графік функції $y = \frac{2-x}{x^2+x-6}$.

4. Користуючись графіком, визначте область значень цієї функції.

Ви відповіли неправильно: $(-\infty; 0,2) \cup (-0,2; 0) \cup (0; +\infty)$. Правильно: Бали: 0 із 1

[Приховати пояснення](#)

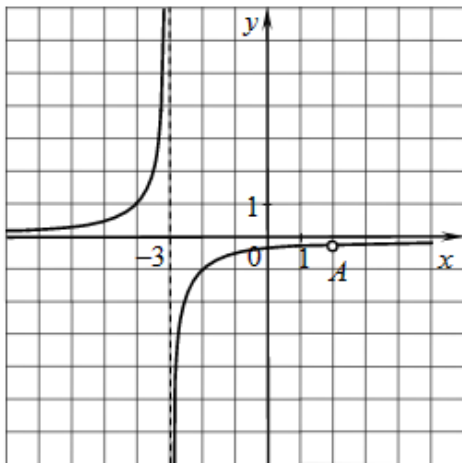
1. $x^2 + x - 6 = 0$; $D = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25 = 5^2$; $x_1 = \frac{-1-5}{2} = -3$;
 $x_2 = \frac{-1+5}{2} = 2$.

2. Оскільки $x^2 + x - 6 = (x - (-3))(x - 2) = (x + 3)(x - 2)$, то
 $\frac{2-x}{x^2+x-6} = \frac{-(x-2)}{(x+3)(x-2)} = -\frac{1}{x+3}$.

3. Вирази $\frac{2-x}{x^2+x-6}$ та $-\frac{1}{x+3}$ є тотожно рівними, якщо $x \neq -3$ та $x \neq 2$, тобто якщо $x \in (-\infty; -3) \cup (-3; 2) \cup (2; +\infty)$. Тому графік заданої функції збігається з графіком функції $y = -\frac{1}{x+3}$ на множині $x \in (-\infty; -3) \cup (-3; 2) \cup (2; +\infty)$. У точці $x = -3$ функція $y = -\frac{1}{x+3}$ не визначена, точку з абсцисою $x = 2$ (точку A) потрібно вилучити з графіка функції $y = -\frac{1}{x+3}$. Ордината цієї точки A дорівнює значенню функції $y = -\frac{1}{x+3}$ в точці $x = 2$: $y_A = y(2) = -\frac{1}{2+3} = -0,2$.

Отже, графіком функції $y = \frac{2-x}{x^2+x-6}$ є гіпербола $y = -\frac{1}{x+3}$, на якій виколото точку $A(2; -0,2)$.

Графік функції $y = -\frac{1}{x+3}$ можна отримати з гіперболи $y = \frac{1}{x}$ за допомогою двох геометричних перетворень: симетричного відображення графіка функції $y = \frac{1}{x}$ відносно осі x та паралельного перенесення отриманого графіка на 3 одиниці ліворуч.



Областю значень функції $y = \frac{2-x}{x^2+x-6}$ є об'єднання інтервалів $(-\infty; -0,2) \cup (-0,2; 0) \cup (0; +\infty)$.

32

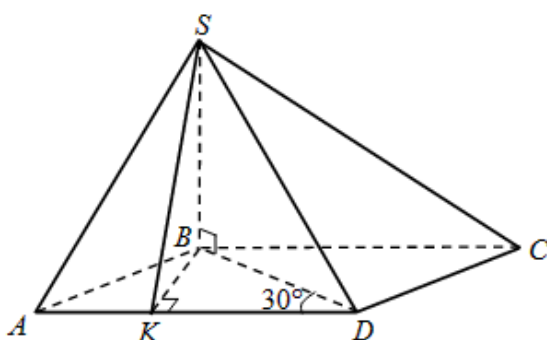
Зверніть увагу, що це завдання подано для ознайомлення із повним текстом тесту. У ньому вимагається повна обґрунтована відповідь. Під час онлайн-тестування бали за нього не додаються.

Основою піраміди $SABCD$ є паралелограм $ABCD$ з гострим кутом A . Ребро SB перпендикулярне до прямих AB і BC . Проекцією ребра SD на площину основи піраміди є відрізок довжиною 10 см, який утворює зі стороною AD кут 30° . Визначте кут між площинами (SAD) і (ABC) , якщо $SD = 15$ см.

Ви відповіли неправильно: $\text{arctg}\sqrt{5}$. Правильно:

Бали: 0 із 1

[Приховати пояснення](#)



Нехай $SABCD$ — чотирикутна піраміда, основою якої є паралелограм $ABCD$ з гострим кутом A . Оскільки за умовою ребро SB перпендикулярне до прямих AB і BC , то за ознакою перпендикулярності прямої і площини воно перпендикулярне і до площини (ABC) , тобто й до основи піраміди. Отже, ребро SB — висота піраміди. Тоді відрізок BD — проекція ребра SD на площину основи піраміди. За умовою $BD = 10$ см.

Кутом між площинами, які перетинаються, називають кут між прямими, проведеними в цих площинах перпендикулярно до лінії їх перетину. Опустимо з вершини S на ребро AD перпендикуляр SK . Тоді за теоремою про три перпендикуляри відрізок $BK \perp AD$.

Отже, кутом між площинами (SAD) і (ABC) є кут між прямими SK і BK , тобто кут між гіпотенузою SK та катетом BK прямокутного трикутника SBK .

Обчислимо довжини відрізків BK і SB .

З прямокутного трикутника BKD отримуємо: $BK = BD \sin 30^\circ = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5$ см.

За теоремою Піфагора для прямокутного трикутника SBD

$$SB = \sqrt{SD^2 - BD^2} = \sqrt{15^2 - 10^2} = 5\sqrt{5} \text{ см.}$$

$$\text{Тоді } \operatorname{tg} \angle SKB = \frac{SB}{BK} = \frac{5\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5}; \quad \angle SKB = \operatorname{arctg} \sqrt{5}.$$

Шуканий кут можна визначити ще так: $KD = BD \cos 30^\circ = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$ см;

$$SK = \sqrt{SD^2 - KD^2} = \sqrt{15^2 - (5\sqrt{3})^2} = \sqrt{225 - 75} = 5\sqrt{6} \text{ см.}$$

Тоді

$$\cos \angle SKB = \frac{BK}{SK} = \frac{5}{5\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}}, \quad \angle SKB = \arccos \frac{1}{\sqrt{6}}.$$

Відповідь: $\operatorname{arctg} \sqrt{5}$.

33

Зверніть увагу, що це завдання подано для ознайомлення із повним текстом тесту. У ньому вимагається повна обґрунтована відповідь. Під час онлайн-тестування бали за нього не додаються.

Розв'яжіть рівняння $\frac{3x^2 - 6ax - a + 2^{\log_2(x-a)}}{|\cos(\pi x) + 1| - 1} = 0$ залежно від значень параметра a .

Ви пропустили питання. Правильно:

Бали: 0 із 1

[Приховати пояснення](#)

Область допустимих значень (ОДЗ) рівняння $\frac{3x^2 - 6ax - a + 2^{\log_2(x-a)}}{|\cos \pi x + 1| - 1} = 0$

визначається системою

$$\begin{cases} x - a > 0, \\ |\cos \pi x + 1| - 1 \neq 0. \end{cases} \quad (1)$$

Оскільки для всіх значень x виконується нерівність $\cos \pi x + 1 \geq 0$, то $|\cos \pi x + 1| = \cos \pi x + 1$.

Тоді $|\cos \pi x + 1| - 1 = \cos \pi x$.

Система (1) рівносильна системі

$$\begin{cases} x > a, \\ |\cos \pi x| \neq 0, \end{cases}$$

тобто

$$\begin{cases} x > a, \\ x \neq \frac{1}{2} + n, n \in Z. \end{cases} \quad (2)$$

На ОДЗ задане рівняння рівносильне рівнянню $3x^2 - 6ax - a + 2^{\log_2(x-a)} = 0$, яке після урахування основної логарифмічної тотожності $2^{\log_2(x-a)} = x - a$, набуває вигляду $3x^2 - 6ax - a + x - a = 0$, або $3x^2 - (6a - 1)x - 2a = 0$.

Розв'язуємо це квадратне рівняння:

$$D = (6a - 1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2a) = 36a^2 - 12a + 1 + 24a = (6a + 1)^2;$$

$$x_1 = \frac{6a - 1 - (6a + 1)}{6} = -\frac{1}{3}; \quad x_2 = \frac{6a - 1 + (6a + 1)}{6} = 2a.$$

Ураховуємо обмеження (2) для значень $x_1 = -\frac{1}{3}$ та $x_2 = 2a$:

1. $x_1 = -\frac{1}{3} \neq \frac{1}{2} + n, n \in Z$ та $x_1 = -\frac{1}{3} > a$. Отже, при $a < -\frac{1}{3}$ значення $x = -\frac{1}{3}$ є коренем заданого рівняння;

2. $x_2 = 2a \neq \frac{1}{2} + n, n \in Z$ та $x_2 = 2a > a$, тобто $a \neq \frac{1}{4} + \frac{n}{2}, n \in Z$ та $a > 0$.

За цих обмежень задане рівняння має корінь $x = 2a$.

Відповідь:

якщо $a \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$, то $x = -\frac{1}{3}$;

якщо $a \in \left[-\frac{1}{3}; 0\right]$, $a = \frac{1}{4} + \frac{n}{2}, n = 0, 1, 2, 3, \dots$, то коренів немає;

якщо $a \in (0; +\infty)$ і $a \neq \frac{1}{4} + \frac{n}{2}, n = 0, 1, 2, 3, \dots$, то $x = 2a$.

Спробуйте ще раз. Варіанти:

0

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30